الـجـمـهـوريـة الـجـزائـريـة الـديـمـقـراطـيــة الـشـعـبـيـة

وزارة التعليـم العالي و البحث العلمي

جامعة محمد صديق بن يحي جيجل

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

محاضرات في مقياس

تقنيات الكمية في تسييرالموارد البشرية

قسم علوم التسيير

سنة الأولى ماستر تخصص تسيير الموارد البشرية

تقديم من طرف د. سامية يغني

السنة الجامعية 2015-2016

فهرس المحتويات

المحتويات

ص

مقدمة...ا

مدخل إلي التقنيات الكمية..1

تذكير مجالات الثقة حول الوسط - التباين والنسبة...1

الفصل الأول الاختبارات المعلمية 4

1.اختبار الفرضيات المتعلقة بمجتمع واحد...8

1.1.اختبار الفرضيات المتعلقة بوسط المجتمع..8

2.1.اختبار الفرضيات المتعلقة بتباين المجتمع...17

3.1.اختبار الفرضيات المتعلقة بنسبة المجتمع لظاهرة معينة..........................20

2.اختبار الفرضيات المتعلقة بمجتمعين...23

1.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين وسطين 23

2.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين نسبتين.................................... 27

3.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بتباين المجتمع وبكسر التباينات........................29

3.اختبار الفرضيات المتعلقة بأ كثر من مجتمعين...32

1.3.تحليل التباين من اتجاه واحد...33

2.3.تحليل التباين من اتجاهين...37

الفصل الثاني الاختبارات اللامعلمية...41

4. اختبار العينتين مستقلتين وغير مستقلتين 41

1.4.اختبار العينتين مستقلتين لمان ويثني...41

2.4.اختبار العينتين غير مستقلتين لويلكوكسون 44

5.اختبار لـk عينات مستقلة وغير مستقلة 46

1.5.اختبار لـk عينات مستقلة لكروسكال وليز..46

2.5.اختبار لـk عينات غير مستقلة لفريدمان..47

6.اختبار عينتين حسب صفة المتغيرين 49

1.6.اختبار العينتين اذا كان المتغير الأول نوعي والثاني نوعي............................49

2.6.اختبار العينتين اذا كان المتغير الأول كمي والثاني كمي...............................52

3.6.اختبار العينتين اذا كان المتغير الأول رتبي والثاني رتبي..............................59

4.6 اختبار العينتين اذا كان المتغير الأول كمي والثاني رتبي...............................64

تمارين متنوعة...66

قائمة الملاحق...72

ملحق 1جدول توزيع الطبيعي...72

ملحق 2 جدول توزيع استودنت..73

ملحق 3 جدول توزيع كاي مربع...74

ملحق 4 جدول توزيع فيشار اسنيديقور..75

ملحق 5 جدول توزيع سبيرمان...77

ملحق 6 جدول توزيع ويلكوكسون..80

ملحق 7 جدول توزيع مان ويثني..82

ملحق 8 جدول توزيع كروسكال وليز...84

ملحق 9 جدول توزيع فريدمان 85

قائمة المراجع..86

مقدمة

لقد زادت الحاجة إلى الإحصاء في الآونة الأخيرة ودلك للقيام بعمليات تحليل البيانات بالا سالب العلمية للمساعدة الباحث في اتخاذ قرارات سليمة. ونتيجة لتزايد حجم المعلومات والبيانات أصبح استخدام الحاسب الآلي والبرامج جزء لا يتجزأ في عمليات التحليل الإحصائي. حيث أن استخدام الحاسب أدي إلى وصول إلى نتائج أفضل مهما كان حجم البيانات.

لقد بنيت هده المحاضرات على مناهج التقنيات الكمية و تعتبر كمرجع للطلب الذى يحتاج إلى استعمال الطرق الإحصائية . وغالبا ما تكون مادة تقنيات الكمية واحدة من أكثر المواد صعوبة استعمال للطلبة.

والهدف من هده المحاضرات هوا لتغلب على هده الصعوبات باستخدام الشرح واقتراح تمرين متنوعة.

وتركز هده المحاضرات على الجانب النظري مع توضيح تطبيقي لكل نظرية.

تبحث التقنيات الكمية في جمع البيانات وتحليلها وتفسيرها من خلال مجموعة من النماذج الرياضية أو البيانية وتهدف هذه العملية إلى وصف متغير أو مجموعة من المتغيرات من خلال مجموعة من البيانات(العينة) والتوصل بالتالي إلى قرارات مناسبة تعمم على المجتمع الذي أخذت منه هذه العينة.

ومن المعروف أن جمع المعلومات من جميع أفراد المجتمع أمر شاق يصعب تحقيقه في كثير من الأحيان، فذلك يحتاج إلى وقت وجهد ومال كثير، أما أخذ عينة عشوائية وممثلة من هذا المجتمع فعملية أسهل وتحتاج إلى جهد ووقت ومال اقل.

والبحث الذي يستخدم التقنيات الكمية للخروج بالنتائج والقرارات لا بد أن يمر بعدة خطوات.

أولا: تحديد المشكلة أو هدف الدراسة بوضوح ودقة، لأنه إذا كان هدف الدراسة غير واضح كانت النتائج غامضة وغير دقيقة.

ثانيا: تحديد الأداة التي ستستخدم لجمع البيانات (الاستبيان).

ثالثا: تحديد العينة التي ستجمع منها البيانات.

رابعا: ترميز البيانات وتحويلها إلى أرقام أو حروف حتى يسهل إدخالها إلى الحاسوب ويسهل التعامل معها، ومن ثم إجراء التحليلات الإحصائية حسب التحليلات الإحصائية حسب أهداف البحث المنشود.

وقبل تناول عمليات الإدخال والتحليل نعرف المجتمع والعينة.

تعريف المجتمع: المجتمع هو مجموعة العناصر أو الأفراد التي ينصب عليهم الاهتمام في دراسة معينة وبمعنى آخر هو جميع العناصر التي تتعلق بها مشكلة البحث وقد يكون مجتمع الدراسة طلاب جامعة جيجل أو سكان دائرة جيجل .

تعريف العينة : فهي مجموعة جزئية من المجتمع، ويكون حجم العينة هو عدد مفرداتها وعادة تجرى الدراسة على العينة و يتم تعمم النتائج على المجتمع وكلما كانت العينة مختارة بطريقة صحيحة وممثلة تمثيلا صادقا المجتمع كلما كانت النتائج صادقة ودقيقة.

إن الاهتمام بالكم في وقتنا الحالي غير كافي لاتخاذ القرار لهدئ طغى الباحثين على الاهتمام بالكيف، ولذلك ركزت المؤسسة على أهمية التقنيات الكمية و ضرورة استخدام الأساليب الكمية عند عملية اتخاذ القرارات مما بذل من جهود لتطوير طرق وأساليب لاتخاذ القرارات لتحسين نوعية ، واكتشاف المؤشرات الكمية والنوعية، وتقنيات إدارة الجودة الشاملة و ذلك عند توفير الموارد اللازمة. مثلا المؤسسات التي تقوم بإنشاء مراكز للتدريب الفعال تستخدم طرق حديثة للتدريب والتعلم على العمل حيث يتدرب فيها الموظفون كل حسب تخصصه وحاجاته وتقنيات إدارة الجودة الشاملة في التعليم بينت في

السنوات الأخيرة نجاح هذه التقنيات في تحسين فعالية إدارة المؤسسات التربوية، ومن الأساليب الكمية المهمة التي تستخدم في اتخاذ القرارات الفعالة بالمؤسسة، خاصة بما يتعلق بمجال الإنتاج، كما تستعمل في حل مشكلات في التخطيط والرقابة، وخاصة في حالة تعدد أهداف المؤسسة.

وتعد تقنيات البرمجة الخطية متعددة الأهداف من بين أهم الأساليب الكمية المستعملة في اتخاذ القرار الذي يرتكز على ترشيد توزيع موارد المؤسسة المتاحة.

وقد قسمنا برنامج التقنيات الكمية إلى فصلين. بعد تقديم مدخل إلى التقنيات الكمية تنولنا في الفصل الأول الاختبارات المعلمية وقسمنا هذا الفصل إلى ثلاث مباحث في كلي مبحث قدمنا اختبار الفرضيات المتعلقة بمجتمع واحد بمجتمعين أو بأكثر من مجتمعين.

أما الفصل الثاني يحتوي على الاختبارات الامعلامية و قسمناه إلى ثلاث مباحث.المبحث الأول كان اختبار لعينتين مستقلتين وغير مستقلتين وفي المبحث الثاني استعملنا اختبار لkعينات مستقلة وغير مستقلة. أما في المبحث الثالث قمنا باختبار العينتين حسب صفة المتغير وقد يكون المتغير كمي-نوعي-رتبي- اسمي وفي الخير اقتراحنا مجموعة من التمارين.

مدخل إلي تقنيات الكمية

تعتبر الأساليب الكمية كوسيلة فعالة في ترشيد القرارات الإدارية من حيث الاقتصاد بالجهد الوقت والموارد لتحقيق الحل الأمثل للمشاكل التي تواجه الباحث.

الأساليب الكمية تتطلب الجهد والوقت لتحديد المشكلة لجمع البيانات ولتحليل ومعالجة المعطيات .

Harriret Simon فهومختص في الأساليب الكمية فاقترح نموذج لاتخاذ القرار- تحديد المشكلة و وضع معايير البحث عن الحل والأساليب الكمية.

➢ **تعريف الأساليب الكمية**

تعتبر الأساليب الكمية كمجموعة من الطرق المعادلات والنماذج التي تساعد في حل المشاكل علي أساس عقلاني. تعتمد الأساليب الكمية علي التكميم quantification وذلك باستخدام الطرق والنماذج الرياضية في حل المشكلة.

ويشير Lomba أن المدخل الكمي يتطلب أن تكون المشكلات محددة وخاضعة للتحليل كما يحدد W.Steven أن المدخل الكمي فهو محاولة للتوصل بطريقة رياضية إلي الحل الأمثل.

استخدام الأساليب الكمية

إن تطور الحاسوب والبرامج أدت إلي سهولة استخدام الأساليب الكمية في التعامل مع كمية كبيرة من البيانات وسرعة معالجتها والتوصل إلي أفضل حلول ممكنة.

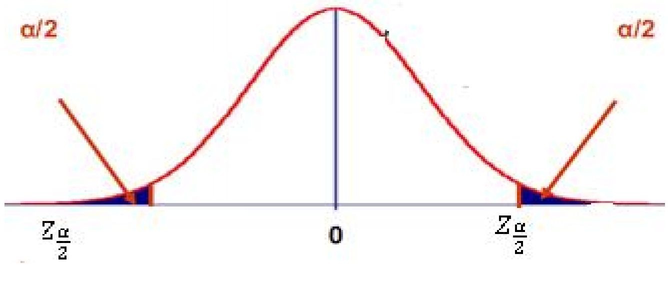
تذكير بعض مفاهيم عامة لمجالات الثقة حول الوسط - التباين والنسبة

نسحب عينات من مجتمع لتقدير معالم المجتمع . إن تقدير معالم المجتمع قد تكون بعدد واحد و يسمى بتقدير النقطي أو بعددين و يسمى بتقدير المجال .

- ✓ تقدير النقطي $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i \quad s_x^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$
- ✓ تقدير ألمجالي

أ- لدينا مجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي له الوسط μ و الانحراف المعياري σ نسحب عينة من هذا المجتمع بحيث $n \geq 30$. فان مجال الثقة حول الوسط يكتب على الشكل التالي

التمثيل البياني لتوزيع الطبيعي $IC_\mu = p\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$



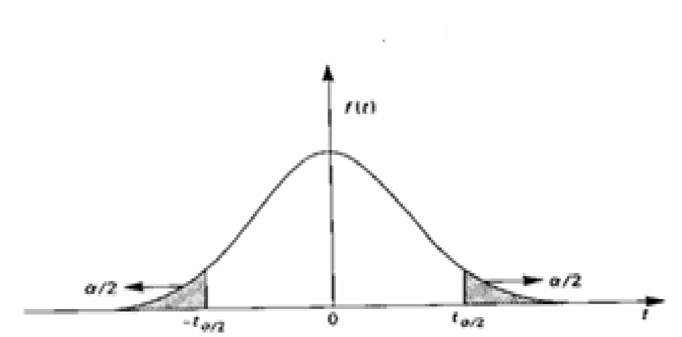
مثال : نسحب عينة من مجتمع ذات حجم n=36 $\boldsymbol{\sigma}$=10 1-α=0.95 $\bar{x} = 100$

μ Є (100-1.96.10/6 ; 100+1.96.10/6) = (96.73 ; 103.27)

ب- نسحب عينة من مجتمع طبيعي بحيث n≤30 و تباين المجتمع مجهول (نستعمل توزيع استودنت)

$$IC_{\mu} = p\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\text{sx}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\text{sx}}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$ (دراجة الحرية : n-1)

التمثيل البياني لتوزيع استودنت



مثال :حسب المعطيات التالية حدد مجال الثقة حول وسط المجتمع

1-α=0.95 s_x=10 n=9 $\bar{x} = 100$

μЄ (100-2.57.10/3 ; 100+2.57.10/3) = (91.43 ; 108.57)

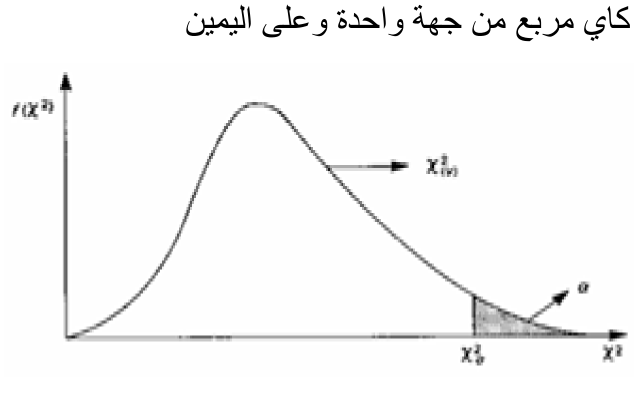
مجال الثقة لتباين المجتمع

لدينا مجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي له الوسط μ و الانحراف المعياري $\boldsymbol{\sigma}$ غير معروفين. نستعمل توزيع كاي مربع ونكتب نظرية قانون كي مربع كما يالي :

إذا كنت $(z_1 z_2 \ldots z_n)$ متغيرات عشوائية مركزة معيارية و مستقلة عن بعضها البعض فان مجموع مربعات لهذه المتغيرات تؤول إلى توزيع كي مربع بدرجة الحرية v= (n-1)

$$\chi_n^2 = z_1^2 + z_2^2 + \cdots . z_n^2$$

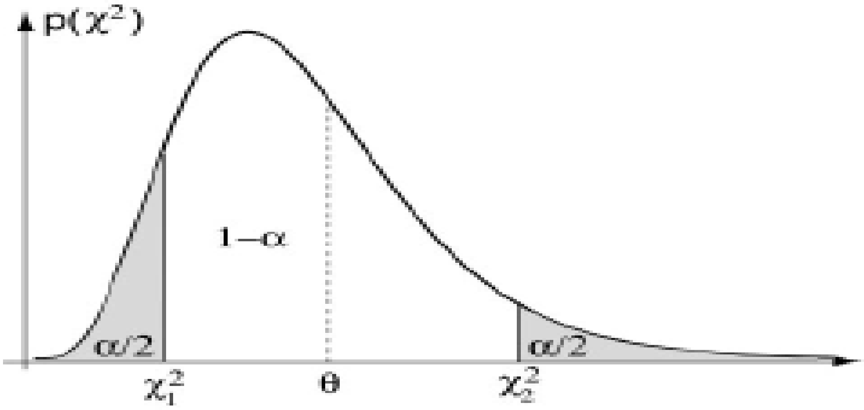
التمثيل البياني لتوزيع كاي مربع من جهة واحدة وعلى اليمين



مجال الثقة لتباين المجتمع

$$IC_{\sigma^2} = p\left[\frac{(n-1)S_x^2}{x^2_{1-\frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S_x^2}{x^2_{\frac{\alpha}{2}}}\right] = (1-\alpha) \qquad ddl = n-1$$

التمثيل البياني لتوزيع كاي مربع من جهتين



مجال الثقة لنسبة المجتمع ولظاهرة ما

لدينا مجتمع يتكون من أشخاص لديهم خاصية معينة a
P هو احتمال الشخص المسحوب بطريقة عشوائية من عينة ذات حجم n و له خاصية a

$$s_p^2 = \frac{p(1-p)}{n-1} \qquad p = \frac{a}{n} \qquad n \geq 30 \quad n.p \geq 5 \quad n.p.q \geq 5$$

$$IC_p = p\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq p + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = (1-\alpha)$$

الفصل الأول

الاختبارات المعلمية

الفصل الأول الاختبارات المعلمية

ندرس فئ هذا الفصل فروض عن قيمة معلمة للمجتمع غير معروفة فيمكن تقديرها بكمية في العينة ثم نتناول بعد ذلك مشكلة قرار إذا كنا نرفض أولا بناءا على إحصائيات العينة و في اتخاذ القرار يمكن أن يحدث نوعان من الخطاء . الخطاء من النوع الأول نرمز له بα والخطاء من النوع الثاني نرمز له بβ .

أولا نقوم بتعريف اختبار الفروض

ثانيا نقدم الحالات الثلاثة المختلفة التي يمكن أن يأخذها اختبار الفروض

ثالثا نفسر صياغة الفرض البديل و الفرض العدم

تعريف اختبار الفروض

يعتبر موضوع اختبار الفرضيات من بين المواضع الأساسية في مجال اتخاذ القرارات. عندما يقوم الباحث بإجراء بحثه فانه يختار عينة لأنه لايستطيع تطبيق الدراسة علي المجتمع الأصلي بإكماله.

أما عند استخراج النتيجة فيكون في حالة الشك هل النتيجة راجعة إلي مجرد صدفة ا والي ظاهرة حقيقية

في هده الحالة علي الباحث أن يختار عينات مختلفة من المجتمع الأصلي ولتأكد من أن النتائج التي حصل عليها لاتختلف باختلاف العينات التي يجرى عليها الباحث لكن تكرار التجربة تحتاج إلي وقت جهد ونفقات ولهذا نستعمل اختبار الفرضيات فهي تبين إلي إي حد يستطيع الباحث أن يتأكد من نتائجه.

صياغة الفرضية الإحصائية

يصاغ الفرض الإحصائي بشكل عدم وجود اختلاف أو عدم وجود علاقة بفرضية العدم وفرضية العدم هي التي تكون موضوع الاختبار هل ترفض أم لا ترفض والي جانب فرضية العدم توجد فرضية البديلة وهده الفرضية يجب أن تكون صحيحة في حالة عدم صحة فرضية العدم.

نعرف الفرضية بأنها مجموعة من الأساليب التي يستخدمها الباحث لدراسة حقائق العينة ومن تم تعميم علي خصائص المجتمع.

ا- فرضية العدم أو الصفرية

في حالة عدم وجود فوارق أو اختلافات أو عدم وجود علاقة فان في هده الحالة يتم صياغة بفرضية العدم أو الصفرية و يعني ذلك عدم وجود فوارق بين معلمة المجتمع والإحصاء في العينة.

ويحرص الباحث دائما على الوصول إلي تحقيق فرضية العدم من اجل إن تكون العينة ممثلة للمجتمع بشكل دقيق.

ب- **فرضية البديلة**

في حالة رفض فهدا يعني اللجوء إلي قبول الفرضية البديلة وهي تدل على وجود فوارق بين المعلمات والاحصاءة العينة حيث تقبل الفرضية البديلة بشرط أن ترفض فرضية العدم لكونها غير صحيحة. إذن اختبار الفرضيات هي من المواضع الأساسية اللازمة لدعم القرار. مثال لمعرفة تأثير دواء معين على مجموعة من الافرد تم سحب عينة عشوائية من مجموعة من الافرد حيث إن تلك المجموعة تشكو من مرض معين لبيان تأثير هذا الدواء على العينة تكون الفرضيات كما يلي :

H_0 لا يوجد تأثير الدواء على أفراد العينة
H_1 يوجد تأثير الدواء على أفراد العينة
ويتم اختيار هده الفرضيات من خلال الاختبارات التي يتم توضيحها لاحقا لغرض رفض أو عدم رفض H_0 عند مستوى معنوية α.

ج- مستوى معنوية

يقصد بمستوى المعنوية تلك المساحة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي والتي مساحتها تساوي واحد.
مثال إذا كان مستوى المعنوية يساوي 5% فان ذالك يعني أن الخطاء المسموح بارتكابه هو 5%.
الحكم على الفرضيات يكون بتحديد جدول لقاعدة القرار

نفرض أننا أمام المشكلة التالية

تدعى الشركة الوطنية للكبريت أن متوسط النيكوتين في علبة الدخان هو 24 mg
هل هذا الإشهار صحيح أم لا دون مراقبة كل العلب الدخان.
يمكن كتابة نوعين من الفرضيات :
الفرضية المعدومة : الإشهار صحيح
الفرضية البديلة : الإشهار غير صحيح

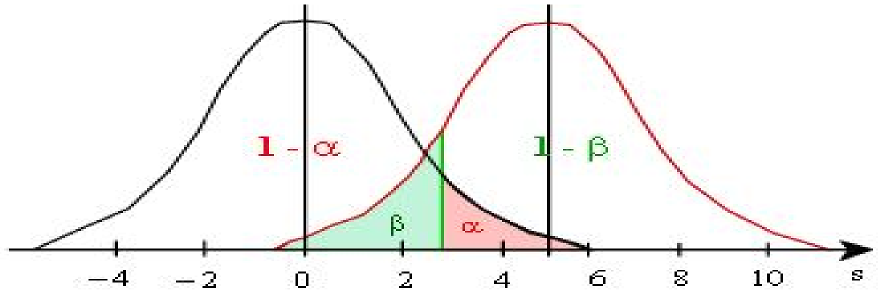
قاعدة القرار	H_0 صحيحة	H_0 غير صحيحة
RH_0	**الخطاء من النوع الأول α**	القرار سليم $1-\beta$
NRH_0	القرار سليم $1-\alpha$	**الخطاء من النوع الثاني β**

ملاحظة

- ✓ نشير هنا أن مهمة التحليل الاحصائئ هو محاولة تقليل قيمة الاحتماليين β و α
- ✓ نشير إلى انه لحجم العينة ثابت فان العلاقة بين احتمل وقوع في الخطاء من النوع الأول والثاني علاقة عكسية.
- ✓ كما نشير إلى أن زيادة حجم العينة يعني زيادة المعلومات المتاحة عن المجتمع وبالتالي يؤدي إلى خفض قيمة كل من β و α
- ✓ نشير أن β و α تقيس احتمل المخاطرة التي يتعرض لها الاختبار.

القرار	H_0 صحيحة	H_0 غير صحيحة
RH_0	$P(RH_0 /$ صحيحة $H_0) = \alpha$	$P(RH_0 /$ غير صحيحة $H_0) = 1-\beta$
NRH_0	$P(NRH_0 /$ صحيحة $H_0) = 1-\alpha$	$P(NRH_0 /$ غير صحيحة $H_0) = \beta$

يمكن تمثيل الاحتمالات الخطاء من النوع الأول والثاني كما يلي



الخطوات الأساسية لإجراء اختبار الفروض الإحصائية :

1. صياغة الفروض
2. حساب الإحصاء من العينة المسحوبة من المجتمع
3. تحديد مستوى المعنوية
4. حساب إحصائية الاختبار
5. اتخاذ القرار برفض أو قبول الفرض الصفري
6. التمثيل البياني

إن اختيار الفرضيات توفر لمتخذ القرار كافة المؤشرات الإحصائية اللازمة لدعم القرار والتوجه بالاتجاه الصحيح.

1. صياغة الفروض وهو واحد فقط من الحالات التالية

الاختبار من جهتين $H_0 : \theta = \theta_0 \rightarrow H_1 : \theta \neq \theta_0$

الاختبار من جهة واحدة وعلى اليمين $H_0 : \theta = \theta_0 \rightarrow H_1 : \theta \geq \theta_0$

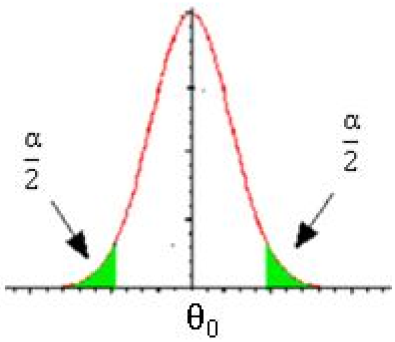
الاختبار من جهة واحدة وعلى اليسار $H_0 : \theta = \theta_0 \rightarrow H_1 : \theta \leq \theta_0$

والغرض من الدراسة هي التي تحدد ما إذا كان الفرض البديل من جهتين أو من جهة واحدة.

2. حساب الإحصاء من العينة المسحوبة من المجتمع . وقد يتم سحب عينة عشوائية من المجتمع ويتم حساب بعض إحصاءات العينة ومن خلال هذه الإحصاءات نقرر إذا كنا سوف نستمر في عملية الاختبار. إذا كانت قيمة إحصاء العينة $\overline{x}_0$ تقع في منطقة الرفض لا داعي للاستمرار في الاختبار. أما إذا كانت قيمة إحصاء العينة $\overline{x}_0$ تقع في منطقة عدم رفض أي قبول H_0 نستمر في الاختبار.

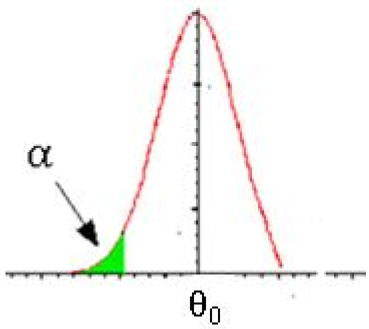
3. تحديد مستوى المعنوية. يلاحظ أن H_1 يساعد في تحديد منطقتي القبول والرفض حيث انه هو الذي يحدد نوع الاختبار سواء كان من جهة واحدة وعلى اليسار منطقة الرفض تقع على اليسار أو من جهة واحدة وعلى اليمين منطقة الرفض تقع على اليمين أو من جهتين منطقة الرفض تقع على جهتين.

$H_1 : \theta \neq \theta_0$



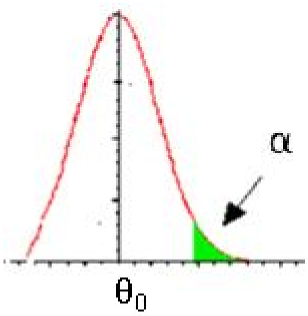
منطقة الرفض تقع على جهتين

$H_1 : \theta \leq \theta_0$



منطقة الرفض تقع على اليسار

$H_1 : \theta \geq \theta_0$



منطقة الرفض تقع على اليمين

4. حساب إحصائية الاختبار

دالة الاختبار فهي إحصائية تعتمد على مشاهدات العينة و H_0 تختار بحيث يكون توزيعها الاحتمالي معلوما تماما تحت H_0. و بصفة عامة يمكن أن تأخذ إحصائية الاختبار الشكل التالي

$$W_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\text{احصائيةالعينة} - \text{معلمة المجتمع تحت } H0}{\text{الخطاء المعياري لاحصائيةالعينة}}$$

اتخاذ القرار برفض أو قبول الفرض الصفري

نقارن القيمة المحسوبة W_c بالقيمة المجدولة W_α

القرار رفض الفرضية الصفرية RH_0	اتجاه الفرضية البديلة H_1
$W_c \leq W_\alpha$	$\leq$
$W_C \geq W_\alpha$	$\geq$
$W_C \neq W_\alpha$	$\neq$

الاختبارات تتعلق بأحد معالم المجتمع الإحصائي

نفرض أن لدينا مجتمع متوسطه μ وتباينه σ^2 وكان متوسط هذا المجتمع مجهول . نسحب عينة عشوائية من هذا المجتمع ثم نحسب وسط العينة كمقدر لمعلمة μ . اعتمادا على الوسط الحسابي للعينة نستطيع اختبار ما إذا كان ممكن اعتبار μ مساويا لقيمة ثابتة محددة مسبقا μ_0. فإذا كان المجتمع الإحصائي يخضع إلى توزيع الطبيعي فان $\bar{}$ يعتبر كمتغير عشوائي له توزيع طبيعي بمتوسط μ وتباين $\frac{\sigma^2}{n}$ و يمكن كتابة إحصائية الاختبار كما يلي :

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad \text{وتحت } H_0 \qquad Z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

هذه الصيغة فهي عامة لكافة الاختبارات مهما كان المقياس سواء كان وسط حسابي أو نسبة مئوية.

الجدول التالي يبين لنا القيم المستعملة لاختبار الفرضيات

مستوى المعنوية	0.1	0.05	0.01	0.005	0.002
اختبار من جهة واحدة	1.28	1.645	2.33	2.58	2.88
اختبار من جهتين	1.645	1.96	2.58	2.81	3.08

1. اختبار الفرضيات المتعلقة بمجتمع واحد

1.1.اختبار الفرضيات المتعلق بوسط المجتمع

يكون الهدف منه اختبار فيما إذا كان الوسط الحسابي يساوي أو اكبر أو اصغر من قيمة ما.

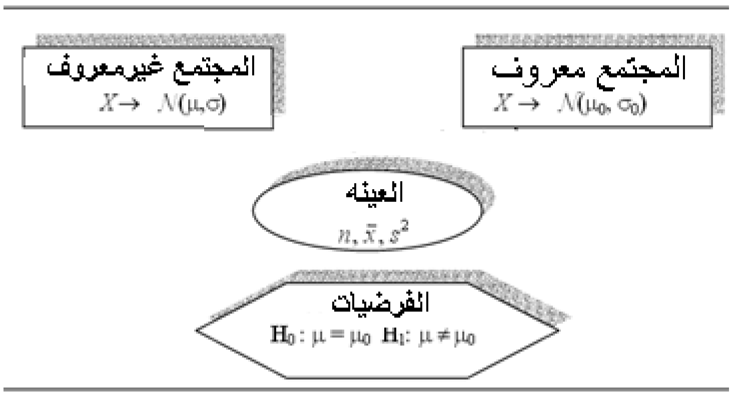
نرمز لμ_0 هي قيمة محددة لوسط المجتمع قيد الدراسة و توجد ثلاثة أنواع مختلفة من اختبارات الفروض. وتكون الفرضيات هده الحالات كما يلي :

$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu \neq \mu_\circ$

$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu > \mu_\circ$

$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu < \mu_\circ$

حيث تمثل α احتمال رفض الفرضية الصفرية . الشكل التالي يمثل لنا المجتمع العينة والفرضيات



لاختبارالفرضيات علي الوسط مثلا توجد نوعين بالنسبة للمنطقة الحرجة طريقة استعمال احصائية الاختبار $(z_c \text{ و } z_\alpha)$ او طريقة استعمال القيم الحرجة$(\bar{x}_o \quad \bar{x}_c)$

- ✓ نقارن الإحصائية المحسوبة Z_c إلى القيمة الحرجة أو المجدولة.
- ✓ نحسب القيمة الحرجة $\bar{x}_c$ و نقارنها مع القيمة المشاهدة $\bar{x}_o$

اختبار الوسط للعينات الكبيرة (اختبار من جهتين) لإجراء هذا الاختبار يجب أن نتبع الخطوات التالية :

1. اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu = \mu_\circ$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_\circ$$

2. شروط تطبيق الاختبار
   - ✓ حجم العينة اكبر من 30
   - ✓ انحراف المعياري للمجتمع معروف
3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Zc = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \longrightarrow N(0,1)$$

4. تحديد القيمة المشاهدة و الحرجة

القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة على اليمين ثم على اليسار $\bar{x}_c\ \bar{x}_0$

Si $\bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}$ او $\bar{x}_0 < \bar{x}_{c1}$ $\rightarrow$ RHo

بخلاف ذلك $\rightarrow$ NRH_0

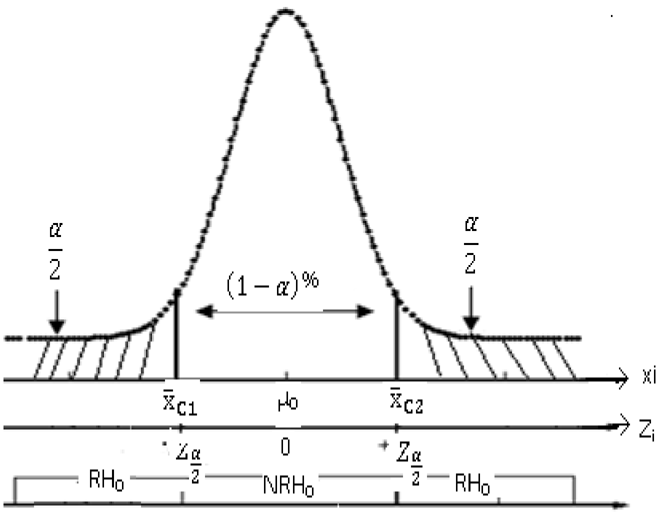
$$\text{Si } \bar{x}_0 > \bar{x}_{c2} \rightarrow p(\bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}) = p\left(\frac{\bar{x}_0-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{\bar{x}_{c2}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = p\left(z_c > z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x}_{c2}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \bar{x}_{c2} = \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Si } \bar{x}_0 < \bar{x}_{c1} \rightarrow p(\bar{x}_0 < \bar{x}_{c1}) = p\left(\frac{\bar{x}_0-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{c1}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = p\left(z_c < -z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\rightarrow -z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x}_{c1}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad \rightarrow \bar{x}_{c1} = \mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

5. التمثيل البياني



6. اتخاذ القرار

$$\text{si}|Z_c| > \left|Z_{\frac{\alpha}{2}}\right| \rightarrow \text{RHo}$$

نظرية

إذا كانت $(x_1x_2x_3 \ldots x_n)$عينة عشوائية من توزيع طبيعي وسطه μ وتباينه $\boldsymbol{\sigma}^2$ فان $\bar{x}$ تخضع لتوزيع طبيعي الوسط يساوي μ والتباين يساوي $\frac{\sigma^2}{n}$ عندما تكون nكبيرة نسبيا فان الإحصائية المستعملة هي :

$$Zc = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \longrightarrow N(0,1)$$

اختبار وسط المجتمع للعينات الكبيرة (اختبار من جهة واحدة وعلى اليمين)

1. اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu = \mu_\circ$$
$$H_1 : \mu > \mu_\circ$$

2. شروط تطبيق الاختبار

✓ حجم العينة اكبر من 30

✓ انحراف المعياري للمجتمع معروف

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Z_C = \frac{\bar{x}-\mu_\circ}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

تحديد القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة على اليمين

$$si\ \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow RH0$$

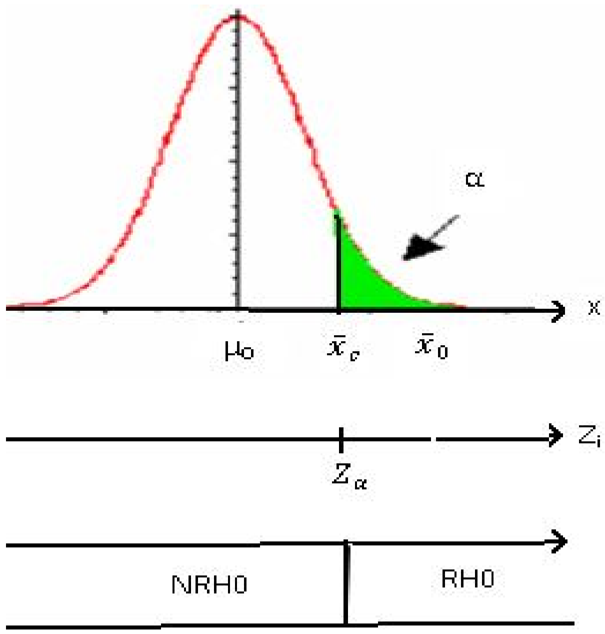
بخلاف ذلك $\rightarrow NRH_0$

$$Si\ \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow p(\bar{x}_0 > \bar{x}_c) = p\left(\frac{\bar{x}_0-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{\bar{x}_c-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = p(z_c > z_\alpha)$$

من هذه العلاقة نستنتج القيمة الحرجة

$$\rightarrow z_\alpha = \frac{\bar{x}_c - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad \bar{x}_c = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

4. التمثيل البياني



اختبار وسط المجتمع للعينات الكبيرة (اختبار من جهة واحدة وعلى اليسار)

1. اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu = \mu_\circ$$
$$H_1 : \mu < \mu_\circ$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اكبر من 30
- ✓ انحراف المعياري للمجتمع معروف

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow \quad N(0,1)$$

4. تحديد القيمة المشاهدة و الحرجة

$$\text{Si } \bar{x}_0 < \bar{x}_c \rightarrow RH_0$$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRH_0$

$$\text{Si } \bar{x}_0 < \bar{x}_c \rightarrow p(\bar{x}_0 < \bar{x}_c) = p\left(\frac{\bar{x}_0 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_c - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = p(z_c < -z_\alpha)$$

من هذه العلاقة نستنتج القيمة الحرجة

$$\rightarrow -z_\alpha = \frac{\bar{x}_c - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad \bar{x}_c = \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

مثال

إذا كانت $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ عينة عشوائية من توزيع طبيعي. وسط المجتمع μ يساوي 10والتباين يساوي 16بحيث $\sum_1^{42} x_i = 504$

اختبر الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_\circ$

مقابل الفرضية البديلة $H_1 : \mu \neq \mu_\circ$ عند مستوى المعنوية α=0.05

الحل

1. اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu = 10$$
$$H_1 : \mu \neq 10$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اكبر من 30
- ✓ انحراف المعياري للمجتمع معروف

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Zc = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{12 - 10}{\frac{4}{\sqrt{42}}} = 3.24$$

تحديد القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة على اليمين ثم على اليسار $\bar{x}_0$ $\bar{x}_c$

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{504}{42} = 12$$

Si $\bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}$ او $\bar{x}_0 < \bar{x}_{c1} \rightarrow RH0$

بخلاف ذلك $\rightarrow$ NRH_0

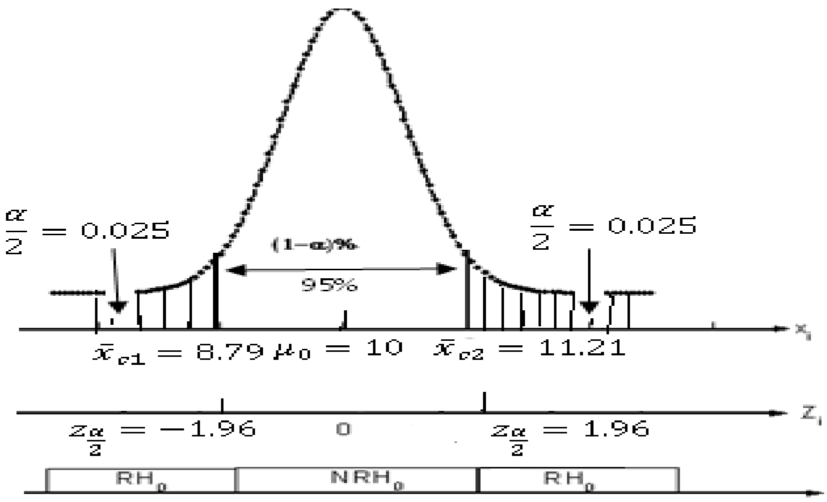
$$\text{Si } \bar{x}_0 > \bar{x}_{c2} \rightarrow \text{p}(\bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}) = p\left(\frac{\bar{x}_0-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{\bar{x}_{c2}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = p\left(z_c > z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x}_{c2}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \bar{x}_{c2} = \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_1} = 10 - 1.96 * \frac{4}{\sqrt{42}} = 8.79$$

$$\bar{x}_{c_2} = 10 + 1.96 * \frac{4}{\sqrt{42}} = 11.21$$

4. التمثيل البياني



5. اتخاذ القرار

$$\boldsymbol{si}\ |\boldsymbol{z_c}| > \left|\boldsymbol{z_{\frac{\alpha}{2}}}\right| \rightarrow RH_0 \qquad 3.24>1.96 \rightarrow RH_0$$

أي نقبل الفرضية البديلة القائلة أن وسط المجتمع يختلف من10 عند مستوى المعنوية 0.05

ملاحظة

- ✓ إذا كانت العينة ذات حجم n من توزيع طبيعي وسطها يساوي μ وتباينها $\frac{\sigma^2}{n}$
فان Z_c تخضع لتوزيع طبيعي ومعياري وتكون نتيجة النظرية 1دقيقة بدون تقريب.
- ✓ إذا كانت قيمة $\boldsymbol{\sigma}$ أي الانحراف المعياري للمجتمع مجهول نستبدل الانحراف المعياري للعينة بالانحراف المعياري للمجتمع و نستعمل الإحصائية التالية

$$Zc = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \longrightarrow N(0,1)$$

- ✓ التوزيع يكون قريبا من التوزيع الطبيعي إلا إذا كان حجم العينة كبيرا.

قاعدة القرار لمختلف الحالات

اتخاذ القرار	H_1
$\bar{x}_0 > \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$ أو $\bar{x}_0 < \mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RH0$	$\mu \neq \mu_0$
Si $\bar{x}_0 > \mu_0 + z_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RH0$	$\mu > \mu_0$
Si $\bar{x}_0 < \mu_0 - z_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RH0$	$\mu < \mu_0$

اختبار وسط المجتمع للعينات الصغيرة وتباين المجتمع غير معلوم

نستخدم هنا التوزيع استو دنت t بدرجات الحرية n-1 بدلا من Z وتكتب إحصائية الاختبار كما يلي

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \rightarrow t_{\alpha,(n-1)}$$

اختبار وسط المجتمع للعينات الصغيرة (اختبار من جهتين)

في كثير من الأحيان نحتاج إلى عمل استدلال احصائئ عن متوسط المجتمع في ضل وجود معلومات محدودة عن العينة التي نسحبها من هذا المجتمع .

ولكننا نجد أن استخدام العينات الصغيرة الحجم لعمل استدلال إحصائي عن متوسط المجتمع سوف يعرضنا لمشكلتين.

المشكلة الأولى ضرورة معرفة شكل التوزيع الأصلي للمجتمع الذي سحبت منه العينة وذلك لمعرفة التوزيع العيني للوسط الحسابي.

المشكلة الثانية في حالة معرفة الانحراف المعياري للمجتمع لا يمكن تقديره تقديرا دقيقا من عينة صغيرة الحجم.

يمكن حل المشكلة الأولى بالرجوع إلي النظرية النهائية المركزية. إذا كان لدينا مجتمعا معتدلا وسحبنا منه كل العينات الممكنة والتي لها نفس الحجم فان التوزيع العيني للمتوسطات سيكون معتدلا.

أما بالنسبة للمشكلة الثانية فيمكن حلها باستخدام استود نت.

فان الإحصائية المستعملة هي $t_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \longrightarrow t(n-1, \alpha)$

نظرية

إذا كانت $(x_1\ x_2\ x_3 \dots x_n)$عينة عشوائية من توزيع طبيعي وسطه μ وتباينه مجهول σ^2 وحجم العينة n اقل من 30 فان الإحصائية المستعملة هي :

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \rightarrow t_{\alpha,(n-1)}$$

لإجراء هذا الاختبار يجب أن نتبع الخطوات التالية

1. اختيار الاختبار $H_0 : \mu = \mu_\circ$
2. شروط تطبيق الاختبار $H_1 : \mu \neq \mu_\circ$

- ✓ حجم العينة اصغر من 30
- ✓ انحراف المعياري للمجتمع مجهول

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \rightarrow t_{\alpha,(n-1)}$$

3. تحديد إحصائية الاختبار
4. تحديد $\bar{x}_0$ $\bar{x}_c$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة

$\bar{x}_{c2}$ القيمة الحرجة على اليمين و $\bar{x}_{c1}$القيمة الحرجة على اليسار

Si $\bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}$ او $\bar{x}_0 < \bar{x}_{c1} \rightarrow RH0$

بخلاف ذلك $\rightarrow$ NRH_0

$$si\ \bar{x}_0 > \bar{x}_{c2} \rightarrow \bar{x}_0 > \bar{x}_{c2}) = p\left(\frac{\bar{x}_0 - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > \frac{\bar{x}_{c2} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right) = p\left(t_c \ > t_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\rightarrow t_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x}_{c2} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \rightarrow \bar{x}_{c2} = \mu_0 + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

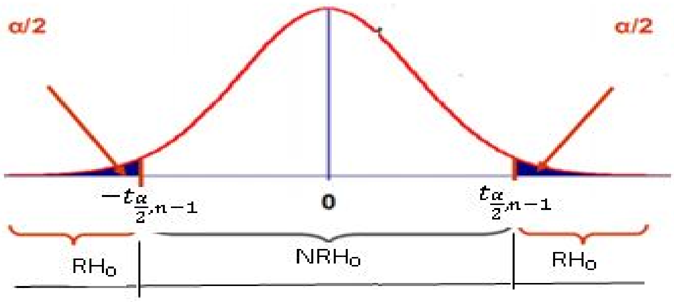
$$\text{Si } \bar{x}_0 < \bar{x}_{c1} \rightarrow p(\bar{x}_0 < \bar{x}_{c1}) = p\left(\frac{\bar{x}_0 - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{c1} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right) = p\left(t_c < -t_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\rightarrow -t_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x}_{c1} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \bar{x}_{c1} = \mu_0 - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

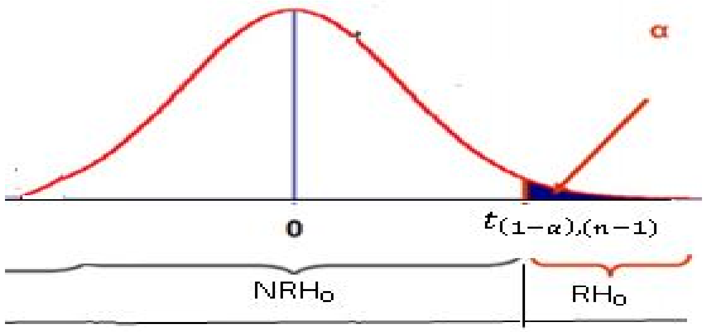
اتخاذ القرار	H_1
$\bar{x}_0 > \mu_0 + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$ أو $\bar{x}_0 < \mu_0 - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RHo$	$\mu \neq \mu_0$
Si $\bar{x}_0 > \mu_0 + t_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RHo$	$\mu > \mu_0$
Si $\bar{x}_0 < \mu_0 - t_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow RHo$	$\mu < \mu_0$

5. التمثل البياني لتوزيع استودنت

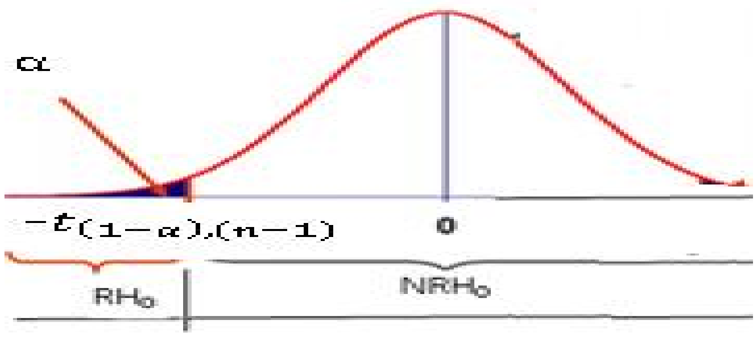
1. الاختبار من جهتين



2. الاختبار من جهة واحدة وعلى اليمين



3. الاختبار من جهة واحدة وعلى اليسار



ملخص لتحديد نوع التوزيع الاحتمالي حسب حجم العينة والانحراف المعياري

المجتمع	حجم العينة	σ معلوم	σ غير معلوم
يخضع إلى التوزيع الطبيعي	كبير	Z	Z
	صغير	Z	t
لايخضع إلى التوزيع الطبيعي	كبير	Z	Z
	صغير	اختبارات لا معلمية	اختبارات لا معلمية

مثال

إذا كانxi متغير عشوائي يخضع إلى التوزيع الطبيعي ويمثل أوزان الطلبة بجامعة جيجل . الوسط الحسابي يساوي 70كلغم. نسحب عينة حجمها 16 طالبا من نفس المجتمع. فأجد أن الانحراف المعياري لهؤلاء الطلبة يساوي 6كلغم. السؤال اختبر الفرضيات التالية عند مستوى المعنوية 0.01.

$$H_0 : \mu = 74$$
$$H_1 : \mu \neq 74$$

الحل

1. اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu = 74$$
$$H_1 : \mu \neq 74$$

2. تحديد مستوى المعنوية 0.01

حجم العينة اقل من 30 انحراف المعياري مجهول.

3. تحديد القيمة المحسوبة

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu_\circ}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \rightarrow t_{\alpha,(n-1)} \qquad t_c = \frac{70-74}{\frac{6}{\sqrt{16}}} = -2.66$$

4. تحديد القيمة الحرجة

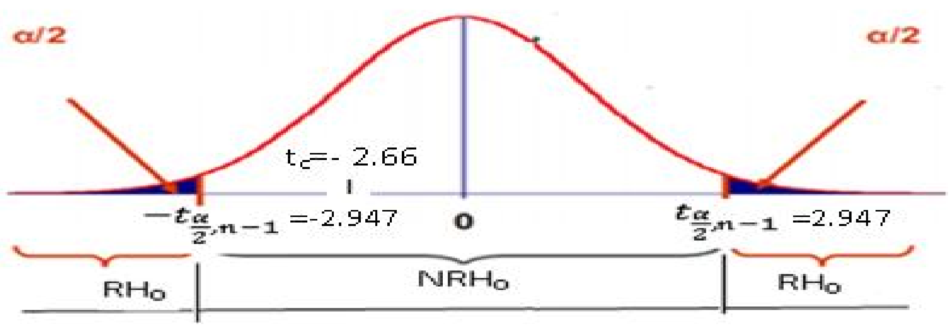
$$t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.995,15} = 2.947$$

5. مقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة المجدولة

$$\text{Si } |t_c| \geq t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \rightarrow RH0 \qquad |2.66| \leq 2.947 \rightarrow NRH0$$

أي نقبل الفرضية الصفرية القائلة أن وسط أوزان الطلبة بجامعة جيجل يساوي 74كلغرم عند مستوي المعنوية 0.01

6. التمثل البياني



2.1.اختبار الفرضيات المتعلقة بتباين المجتمع

نعلم أن فترة الثقة لتباين المجتمع تكتب على الشكل التالي :

$$IC_{\sigma^2} = p\left\{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}\right\} = (1-\alpha)\%$$

هذا يعني أن σ^2 تقع بين الحدين الأدنى والأعلى لهذه الفترة باحتمال قدره $(1-\alpha)\%$

واختبارات الفروض الإحصائية لتباين المجتمع لها أهمية خاصة هي حالة مراقبة الجودة للتعرف على تشتت النتائج حول قيمة معينة.

و الاختبار يعتمد أساسا على توزيع كي مربع و يعبر كي مربع عن مقياس احصائى و نرمز له χ^2 و أول من أوجده هو K Pearson ويعتبر توزيع كي مربع من الأساليب المعتمدة و المعروفة في التحليل الاحصائى . الهدف من استخدام χ^2 يدخل ضمن الهدف العام . هو اختبار مدى صدق النتائج التي يفترض الحصول عليها من المجتمع الاحصائى قياسا بالنتائج التي تستنتج من العينة.

نظرية

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي (μ, σ^2) فان احصاءة الاختبار تكتب على الشكل التالي :

$$\chi^2_c = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \to \boldsymbol{\chi}^2_{n-1,\alpha}$$

وs^2 يعتبر كمقدر غير متحيز لتباين المجتمع σ^2

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

الفرضيات الممكنة هي

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$
$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اصغر من 30
- ✓ تباين المجتمع مجهول

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$\chi_c^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi^2_{n-1,\alpha}$$

4. تحديد القيمة المشاهدة و الحرجة

$\bar{x}_c$ $\bar{x}_0$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة على اليمين ثم على اليسار

si $\chi^2_{c2} > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ او $\chi^2_{c1} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \rightarrow$ RHo

ذلك بخلاف $\rightarrow NRH_0$

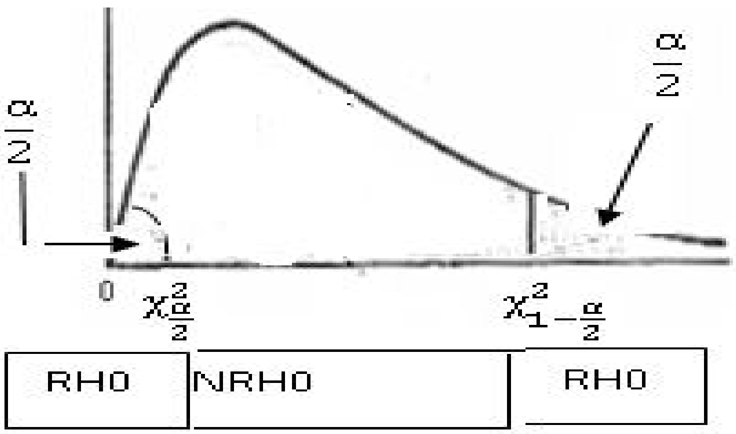
$$\text{si } s_o^2 > s_{c2}^2 \rightarrow p(s_o^2 > s_{c2}^2) = p\left(\frac{s_o^2(n-1)}{\sigma_0^2} > \frac{s_{c2}^2(n-1)}{\sigma_0^2}\right) = p\left(\chi^2_{c2} > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)}\right)$$

$$\rightarrow \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)} = \frac{s_{c2}^2(n-1)}{\sigma_0^2} \quad \rightarrow s_{c2}^2 = \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)} * \sigma_0^2}{n-1}$$

$$\text{si } s_o^2 < s_{c1}^2 \rightarrow p(s_o^2 < s_{c1}^2) = p\left(\frac{s_o^2(n-1)}{\sigma_0^2} < \frac{s_{c1}^2(n-1)}{\sigma_0^2}\right) = p\left(\chi^2_{c1} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}\right)$$

$$\rightarrow \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} = \frac{s_{c1}^2(n-1)}{\sigma_0^2} \quad \rightarrow s_{c1}^2 = \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} * \sigma_0^2}{n-1}$$

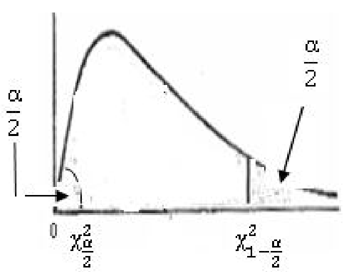
5. التمثيل البياني



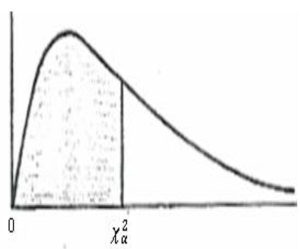
6. اتخاذ القرار

H_1	اتخاذ القرار
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	Si $\chi^2_{c2} > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ او $\chi^2_{c1} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \rightarrow$ RHo $s^2_{c1} = \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} * \sigma_0^2}{n-1}$ او $s^2_{c2} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)} * \sigma_0^2}{n-1}$
$\sigma^2 > \sigma_0^2$	Si $s_0^2 > s_c^2 \rightarrow p\left(\frac{s_0^2(n-1)}{\sigma_0^2} > \frac{s_c^2(n-1)}{\sigma_0^2}\right) = p\left(\chi_c^2 > \chi^2_{1-\alpha,n-1}\right) \rightarrow RHo$ $\chi^2_{1-\alpha,n-1} = \frac{s_c^2(n-1)}{\sigma_0^2} \rightarrow s_c^2 = \chi^2_{1-\alpha,n-1} \frac{\sigma_0^2}{(n-1)}$
$\sigma^2 < \sigma_0^2$	si $s_0^2 < s_c^2 \rightarrow p\left(\frac{s_0^2(n-1)}{\sigma_0^2} < \frac{s_c^2(n-1)}{\sigma_0^2}\right) = p\left(\chi_c^2 < \chi^2_{\alpha,n-1}\right) \rightarrow RHo$ $\chi^2_{\alpha,n-1} = \frac{s_c^2(n-1)}{\sigma_0^2} \rightarrow s_c^2 = \chi^2_{\alpha,n-1} \frac{\sigma_0^2}{(n-1)}$

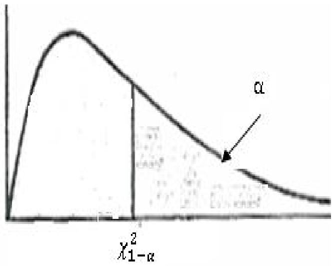
التمثيل البياني لمختلف الحالات



اختبار من جهتين



اختبار من جهة واحدة من اليسار



اختبار من جهة واحدة من اليمين

مثال

ينتج احد المصانع الأدوية نوع من الدواء لعلاج المرض السكري. فهذا الدواء الذي يحتوي على مادة فعالة في العلاج يجب أن تكون كمية هذه المادة محددة بشكل دقيق. ولدراسة دقة المصنع في إضافة هذه المادة .قام احد المسئولين عن مراقبة جودة الإنتاج بتحليل عينة ذات حجم 30 فوجد أن الانحراف المعياري لكمية هذه المادة يساوي1.3 ملغم . استعمل هذه المعلومات لاختبار أن تباين هذه المادة في إنتاج المصنع تساوي 1.5ملغم مقابل الفرضية البديلة القائلة بان تباين هذه المادة في إنتاج المصنع اكبر من 1.5ملغم وذلك عند مستوى المعنوية 0.05

الحل

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \sigma^2 = 1.5$$
$$H_1: \sigma^2 > 1.5$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اصغر من 30
- ✓ تباين المجتمع مجهول

3. تحديد إحصائية الاختبار

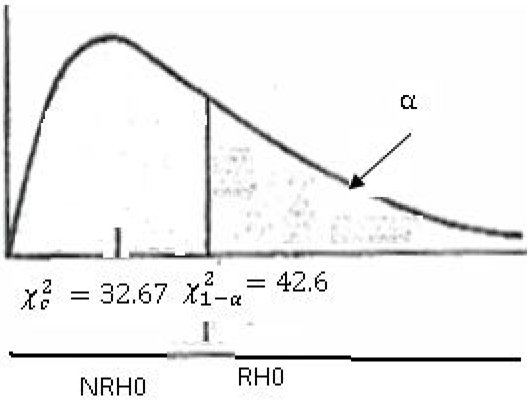
$$\chi_c^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi_{n-1,\alpha}^2$$

$$\chi_c^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{29 * 1.3}{1.5} = 32.67$$

4. تحديد القيمة الحرجة

$$\chi_{0.95,29}^2 = 42.6$$

5. التمثل البياني



6. اتخاذ القرار

$$\text{Si } \chi_c^2 > \chi_{1-\alpha,n-1}^2 \rightarrow RH0 \qquad 32.67 > 42.56 \rightarrow NRHo$$

نقبل الفرضية الصفرية القائلة أن تباين المدة في إنتاج المصنع يساوي1.5 عند مستوى معنوية 0.05.

3.1.اختبار الفرضيات المتعلق بنسبة المجتمع لظاهرة معينة

في بعض الحالات يمكن تقسيم المجتمع إلى قسمين قسم يتمتع بخاصية معينة و قسم الأخر لا يتمتع بهذه الخاصية (إنتاج معيب وغير معيب – ذكور- إناث...).

x_i	0	1
p_i	q	p

حساب التوقع الرياضي و التباين للمتغير $\bar{x}$

$$E(x) = \sum x_i p_i = p \quad \text{و} \quad V(x) = \sum x_i^2 p_i - p^2 = p - p^2 = pq$$

نضع $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ $\qquad E(\bar{x}) = p$ و $V(\bar{x}) = \frac{pq}{n}$

الإحصائية تكون كما يلي :

$$Z_C = \frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

في هده الحالة تكون الفرضيات الممكنة

$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$H_0: p = p_0$ $H_1: p > p_0$	$H_0: p = p_0$ $H_1: p < p_0$

1. اختيار الاختبار

$$H_0: p = p_0$$
$$H_1: p > p_0$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اكبر من 30
- ✓ np≥5 و nq≥5
- ✓ المجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Z_C = \frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

4. تحديد $\bar{x}_0$ $\bar{x}_c$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة

Si $\bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow$ RHo

بخلاف $\rightarrow NRH_0$

$$\text{Si } \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow \text{p}(\bar{x}_0 > \bar{x}_c) = p\left(\frac{\bar{x}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{p0q0}{n}}} > \frac{\bar{x}_c - p_0}{\sqrt{\frac{p0q0}{n}}}\right) = p(z_c > z_\alpha)$$

$$\rightarrow z_\alpha = \frac{\bar{x}_c - p_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \bar{x}_c = p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p0q0}{n}}$$

قاعدة القرار لمختلف الفرضيات

اتخاذ القرار	H1
$si\ \bar{x}_0 > p_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p0q0}{n}}$ أو $\bar{x}_0 < p_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p0q0}{n}} \rightarrow RHo$	$p \neq p_0$
si $\bar{x}_0 > p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p0q0}{n}} \rightarrow RHo$	$p > p_0$
si $\bar{x}_0 < p_0 - z_\alpha \sqrt{\frac{p0q0}{n}} \rightarrow RHo$	$p < p_0$

مثال

انطلاقا من إحصائيات لخمس سنوات الماضية أعلن أن 40 % من الأشخاص لمنطقة معينة يستعملون الصابون من النوع الرفيع ولتأكيد من فعالية الحملة الإعلانية لهذا الإنتاج . قام مسئول المصنع بسحب عينة ل500 شخص من نفس المنطقة و طلبوا منهم هل يشترون أم لا هذا نوع من الصابون . إذا كان 235 شخص يقلون نعم . هل نستطيع القول أن الحملة الإعلانية قامت بدور فعال عند مستوى المعنوية 5 %.

الحل

1. اختيار الاختبار

$$H_0: p = 0.4$$
$$H_1: p > 0.4$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اكبر من 30
- ✓ المجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي

3. تحديد احصاءة الاختبار

$$Z_C = \frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \rightarrow N(0,1) \qquad Z_C = \frac{0.47 - 0.40}{\sqrt{\frac{0.40 * 0.6}{500}}} = 3.196$$

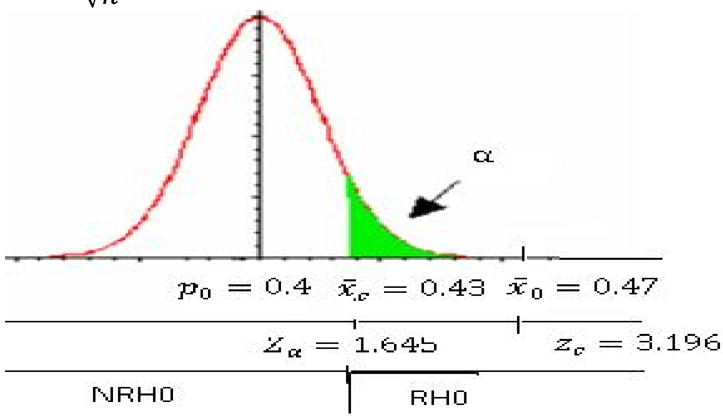
4. تحديد $\bar{x}_0$ $\bar{x}_c$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة

$$\text{si } \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow \text{RH0}$$
بخلاف ذلك $\rightarrow \text{NRH}_0$

$$\text{si } \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow \text{p}(\bar{x}_0 > \bar{x}_c) = p\left(\frac{\bar{x}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{p0q0}{n}}} > \frac{\bar{x}_c - p_0}{\sqrt{\frac{p0q0}{n}}}\right) = p(z_c > z_\alpha)$$

$$\rightarrow z_\alpha = \frac{\bar{x}_c - p_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \bar{x}_c = p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p0q0}{n}} = 0.4+1.645*0.0219 = 0.43$$

5. التمثل البياني



6. اتخاذ القرار $\quad$ $0.47>0.43 \rightarrow \text{RH}_0$ $\quad$ $\text{si } \bar{x}_0 > \bar{x}_c \rightarrow \text{RH0}$

نرفض H_0 أي نقبل H_1 القائل $H_1: p > 0.4$ عند مستوى المعنوية 5 %

2. اختبار الفرضيات المتعلقة بمجتمعين

1.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين وسطين

➢ **العينات الكبيرة**

في الحياة العملية تصادفنا كثير من المشاكل التي نريد فيها مقارنة متوسطي عينتين لمعرفة ما إذا كنت هاتان العينتان مسحوبتين من نفس المجتمع أومن مجتمعين لهما نفس المتوسط.

النظرية

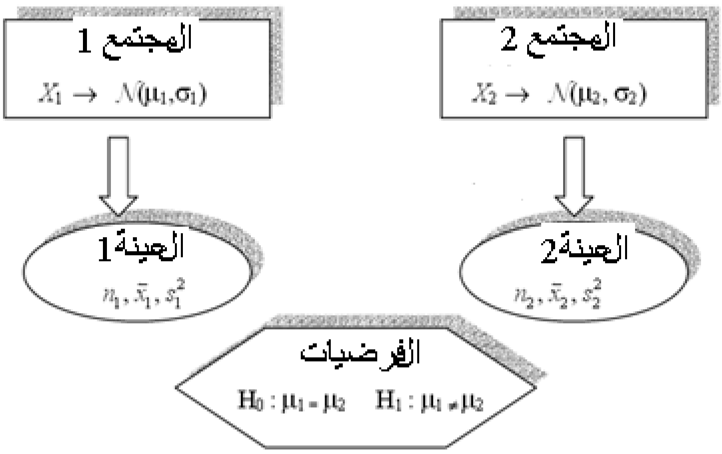
إذا كانت($x_1\ x_2 \dots x_n$) عينة عشوائية من توزيع طبيعي له $N(\mu_1\sigma_1)$

وكانت($y_1\ y_2 \dots y_n\ x_n$) عينة عشوائية من توزيع طبيعي له $N(\mu_2\sigma_2)$

نفرض أن العينتين مستقلتين ذات حجم ($n_1\ n_2$) الوسط الحسابي للعينة الأولى $\bar{x}_1$ و الوسط الحسابي للعينة الثانية $\bar{x}_2$ فان الفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$يعتبر كمقدر للفرق $(\mu_1 - \mu_2)$

التوزيع العيني للفرق يخضع لتوزيع طبيعي و يكتب على الشكل التالي

$$Z_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightarrow N(0,1)$$



فيمكن أن نختبر احد الحالات التالية

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$

قاعدة القرار لمختلف الفرضيات

H_1	اتخاذ القرار
$\mu \neq \mu_o$	$si\ \bar{y}_0 > (\mu_1 - \mu_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ أو $\bar{y}_0 \leq (\mu_1 - \mu_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \rightarrow RHo$
$\mu > \mu_o$	Si $\bar{y}_0 > (\mu_1 - \mu_2) + z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \rightarrow RHo$
$\mu < \mu_o$	Si $\bar{y}_0 < (\mu_1 - \mu_2) - z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \rightarrow RHo$

ملاحظة

إذا كان التباينان مجهولان فإننا نستخدم s_1^2, s_2^2 بدلا من σ_1^2, σ_2^2 على التوالي و الإحصائية تكتب على الشكل التالي

$$Z_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \rightarrow N(0,1)$$

مثال

لدينا عينتان مستقلتان من مجتمعان طبيعيين متوسطهما و تباينهما مجهولان وكنت بيانات العينتين كتالي

	العينة الأولى	العينة الثانية
حجم العينة	100	100
الوسط الحسابي	25	22
التباين	190	210

المطلوب

اختبار الفرض القائل بان متوسطي المجتمعين متساويان في مقابل الفرض البديل القائل بان متوسط المجتمع الأول اكبر من متوسط المجتمع الثاني عند مستوى المعنوية 5%

الحل

لإجراء هذا الاختبار يجب أن نتبع الخطوات التالية

1. اختيار الاختبار

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينتان اكبر من 30
- ✓ انحراف المعياري للمجتمعين مجهولان

3. تحديد احصاءة الاختبار

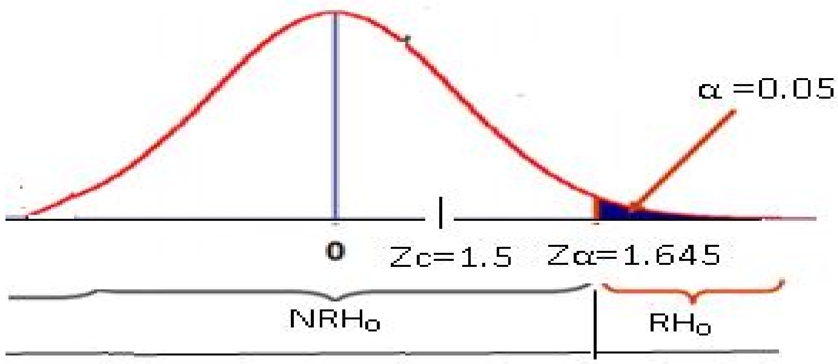
$$Z_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \to N(0,1) \qquad Z_c = \frac{(25 - 22) - (0)}{\sqrt{\frac{190}{100} + \frac{210}{100}}} = 1.5$$

4. تحديد $\bar{y}_0$ $\bar{y}_c$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة

$$\text{Si } \bar{y}_0 > \bar{y}_c \to \mathrm{p}(\bar{y}_0 > \bar{y}_c) = p\left(\frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} > \frac{\bar{y}_c - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}\right) = p(z_c > z_\alpha)$$

$$\bar{y}_c = 1.645\sqrt{\frac{190}{100} + \frac{210}{100}} = 3.25$$

5. التمثيل البياني



6. اتخاذ القرار $\bar{y}_0 = 3$ $\quad 3 < 3.25 \to$ NRHo

لنرفض الفرضية المعدومة القائلة $\mu_1 = \mu_2$ عند مستوى المعنوية 0.05

- **العينات صغيرة وتباين المجتمع مجهول**

أخذت عينتان ذات حجم اقل من 30 مستقلتان من مجتمعين طبيعيين وسطيهما على الترتيب μ_1 وμ_2 وتباينهما مجهولين فإننا نستخدم توزيع استو دنت بدرجات حرية (n_1+n_2-2) .

يشترط لاستخدام هذا التوزيع أن يكون :

- ✓ لكل من المجتمعين توزيعا معتدلا
- ✓ لهما نفس التباين
- ✓ العينات مستقلة عن بعضها البعض

$$t_c = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_c\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \to t_{n_1+n_2-2}$$

$$s_c = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \quad (\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2)$$ بحيث

ثم نتبع نفس الخطوات السابقة لإجراء الاختبار.

مثال

لدينا مجتمعين طبيعيين ونسحب من كل مجتمع عينة عشوائية ومستقلين عن بعضهما البعض. الجدول التالي يعطي لنا البيانات التالية.

$n_2=7$	$n_1=5$
$S_2^2 = 90$	$S_1^2 = 4$
$\bar{x}_2 = 20.53$	$\bar{x}_1 = 17.32$

- ✓ اختبر الفرضيات التالية عند مستوى المعنوية 0.05 مع افترض أن المجتمعين لهما نفس التباين.

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

الحل

1. اختيار الاختبار

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

2. تحديد مستوى المعنوية حجم العينتين اقل من 30 وتباينين مجهولين
3. تحديد إحصائية الاختبار

$s_c^2 = 7 \qquad t_c=2.07$

تحديد القيمة الحرجة

$t_{0.975,10} = 2.23$

4. مقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة الحرجة

$$\text{Si } |t_c| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}} \rightarrow RH0$$

لدينا القيمة المحسوبة اقل من القيمة المجدولة إذن لا نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى المعنوية 0.05

2.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين نسبتين

افرض أن المجتمعين قيد الدراسة كانا (p_1 و p_2) يرمزان على التوالي إلى جزء من كل المجتمع الذي له القيم $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ يرمزان إلى جزء العينة من كل المجتمع الذي له القيم (n_1 n_2) إلى عدد المشاهدات المأخوذة من كل المجتمع .

الفرضيات الممكنة هي

$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 < p_2$	$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 > p_2$	$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 \neq p_2$

والإحصائية تكون كما يالي :

$$Z_C = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (p_{01} - p_{02})}{\sqrt{\frac{p_{01}q_{01}}{n_1} + \frac{p_{02}q_{02}}{n_2}}} \rightarrow N(0,1)$$

تحت H_o $\quad P_{o1} = p_{o2} = p$

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$Z_C = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \rightarrow N(0,1)$$

ولكي يكون الاختبار صحيحا يجب أ ن تحقق الشروط التالية

$$n_1p_{01} \geq 5 \quad n_1(1 - p_{01}) \geq 5 \quad \text{و} \quad n_2p_{02} \geq 5 \quad n_2(1 - p_{02}) \geq 5$$

اتخاذ القرار	H_1
$si\, \bar{y}_0 > +z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$ أو $\bar{y}_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \rightarrow RHo$	$p_1 \neq p_2$
$\text{si } \bar{y}_0 > +z_{\alpha}\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \rightarrow RHo$	$p_1 > p_2$
$\text{si } \bar{y}_0 < -z_{\alpha}\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \rightarrow RHo$	$p_1 < p_2$

مثال

بعد إجراء انتخاب بجامعة جيجل أراد عميد الكلية أن يعرف إن كان هناك فرق في نسب الأصوات الناخبين بقسم علوم التسيير و قسم علوم الاقتصادية حول ترشيح الأستاذ A لرئاسة المجلس العلمي. و لمعرفة ذلك أخذت عينة عشوائية من قسم علوم التسيير مؤلفة من200 شخص فكان 120 منهم يؤيد ترشيح لإستاد A لرئاسة المجلس العلمي. بينما أخذت عينة عشوائية من قسم علوم الاقتصادية و كان 240 شخصا منهم يؤيدون ترشيحه.

فهل نسبة الأصوات التي سيحصل عليها الإستاد A بقسم علوم التسيير أعلى من نسبة الأصوات بقسم علوم الاقتصادية عند مستوى المعنوية 0.025.

الحل

1. اختيار الاختبار

$$\mathrm{H_0}: \mathrm{p_1} = \mathrm{p_2}$$
$$\mathrm{H_1}: \mathrm{p_1} > \mathrm{p_2}$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ $n_1 p_{01} \geq 5 \qquad n_1(1-p_{01}) \geq 5$
- ✓ $n_2 p_{02} \geq 5 \qquad n_2(1-p_{02}) \geq 5$

حجم العينة اكبر من 30 (n1=200, n2=500)

- ✓ المجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي.

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{120 + 240}{200 + 500} = 0.51 \rightarrow q = 0.49$$

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Z_C = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \rightarrow N(0,1) \qquad Z_C = \frac{(0.60-0.48)}{\sqrt{0.51*0.49\left(\frac{1}{200}+\frac{1}{500}\right)}} =2.9$$

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{120}{200} = 0.60 \qquad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{240}{500} = 0.48$$

تحديد $\bar{\mathrm{y}}_0$ $\bar{\mathrm{y}}_\mathrm{c}$ القيمة المشاهدة و القيمة الحرجة

si $\bar{y}_0 > \bar{y}_c \rightarrow \mathrm{RH_0}$

بخلاف ذلك $\rightarrow \mathrm{NRH_0}$

$$\text{si } \bar{y}_0 > +z_\alpha \sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \rightarrow \text{RHo}$$

$$\text{si } \bar{y}_0 > \bar{y}_c \rightarrow \mathrm{p}(\bar{y}_0 > \bar{y}_c) = p(z_c > z_\alpha)$$

$$\to z_\alpha = \frac{\bar{y}_c}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \quad \to \bar{y}_c = z_\alpha \sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}=1.96*0.042=0.082$$

4. اتخاذ القرار

Si $\bar{y}_0 > \bar{y}_c \to RH_0$

$0.12>0.082 \to RH_0$

Z_c تقع في منطقة RH_0 أي نقبل الفرضية البديلة القائلة أن نسبة الأصوات التي سيحصل عليها الإستاد A بقسم علوم التسيير أعلى من نسبة الأصوات بقسم علوم الاقتصادية عند مستوى المعنوية 0.025.

3.2.اختبار الفرضيات المتعلقة بكسر التباينات

نظرية

إذا كانت لدينا عينة عشوائية $(x_1 x_2 x_3 \dots x_n)$ حجمها n1 من مجتمع طبيعي $N(\mu_1 \sigma_1^2)$ و عينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى $(y_1 y_2 y_3 \dots y_n)$ حجمها n2 من مجتمع طبيعي $N(\mu_2 \sigma_2^2)$ و كان s_1^2 تباين العينة الأولى و s_2^2 تباين العينة الثانية.

فان الإحصائية المستعملة لكسر التباينات تسمى بتوزيع فيشار نرمز لها بـF ويعتبر توزيع فيشار من أهم التوزيعات الإحصائية خاصة في مجال الإحصاء التطبيقي.

و نكتب Fعلى الشكل التالي

$$F_c = \frac{\frac{\chi_1^2}{n_{1-1}}}{\frac{\chi_2^2}{n_{2-1}}} \tag{1}$$

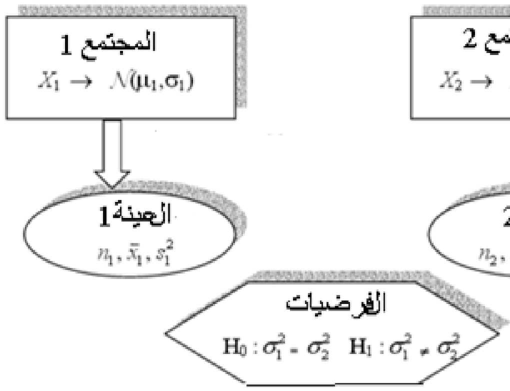
و نعلم أن كي مربع يساوي

$$\chi_c^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \to \chi_{n-1,\alpha}^2 \tag{2}$$

حسب العلاقة (1)و بتعويض الكي مربع حسب العلاقة (2) يمكن أن نستنتج العلاقة التالية

$$F_c = \frac{\frac{\frac{(n_1-1)s_1^2}{\sigma_1^2}}{(n_1-1)}}{\frac{\frac{(n_2-1)s_2^2}{\sigma_2^2}}{(n_2-1)}} = \frac{\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} . = \frac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2} \to F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2} * \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \to F_{n_1-1,n_2-1,\alpha}$$

الشكل التالي يبين لنا المجتمعين وعينة لكل مجتمع مع توضيح الفرضيات



الفرضيات الممكنة هي

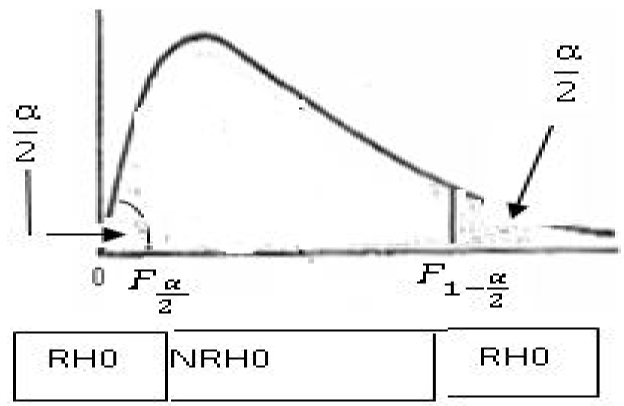
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

تحت H_0 $\quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad s_1^2 > s_2^2$

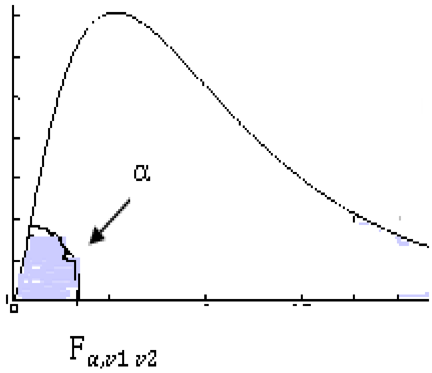
$$F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2} * \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \to F_{n_1-1, n_2-1, \alpha}$$

اتخاذ القرار	H_1
Si$F_{c2} > F_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1),(n_2-1)}$ او $F_{c1} < F_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1),(n_2-1)} \to$ RHo	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
Si $F_c > F_{\alpha,(n_1-1),(n_2-1)} \to RHo$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$
Si $F_c < F_{1-\alpha,(n_1-1),(n_2-1)} \to RHo$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

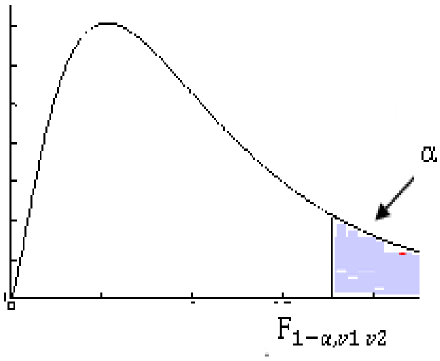
التمثل البياني



اختبار من جهتين



اختبار من جهة واحدة وعلى اليسار



اختبار من جهة واحدة وعلى اليمين

مثال

من عينتين مستقلتين مسحوبين من مجتمعين طبيعيين تحصلنا على النتائج التالية

	العينة الأولى	العينة الثانية
n	9	10
$\bar{x}$	27.4	23.2
s^2	16	12

اختبر الفرضيات التالية عند مستوى المعنوية 0.05

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

الحل

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

2. شروط تطبيق الاختبار

- ✓ حجم العينة اصغر من 30
- ✓ تباين المجتمع مجهول

3. تحديد إحصائية الاختبار

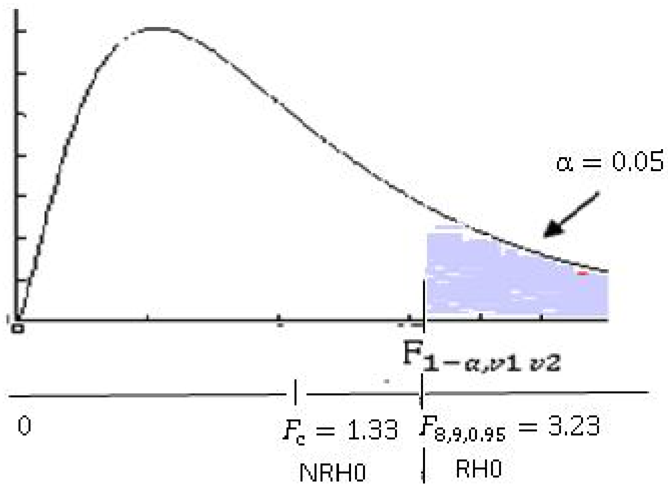
بحيث $s_1^2 > s_2^2$

$$F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2} * \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \to F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$$

$$F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha)} = F_{8,9,0.95=3.23}$$

$$F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{16}{12} = 1.33$$

4. التمثل البياني



5. اتخاذ القرار

$$\text{Si } F_c > \mathrm{F}_{(n_1-1),(n_2-1)(\alpha)} \rightarrow RHo \qquad 1.33 > 3.23 \rightarrow NRH0$$

الملاحظة

$$\mathrm{F}_{\alpha,n_1-1,n_2-1} = \frac{1}{\mathrm{F}_{1-\alpha,(n_2-1),(n_1-1)}}$$

3.اختبار الفرضيات أ كثر من مجتمعين

في هذا الفصل فإننا سنتعرض لكيفية إجراء الاختبارات إذا كان لدينا ثلاث مجموعات أو أكثر بافتراض أن المجتمعات تخضع إلى التوزيع الطبيعي.

نفرض أن لدينا عدة مجتمعات وليكن لدينا عددها k ونفرض أنها مستقلة عن بعضها البعض و تخضع للتوزيعات الطبيعية ذات المتوسطات $(\mu_1 \quad {}_2 \ldots \mu_k)$ كما نفرض أن تباينات لهذه المجتمعات غير معلومة كما أنها متساوية أي $\sigma^2 = \sigma_k^2 = \cdots = \sigma_3^2 = \sigma_2^2 = \sigma_1^2$

إذا أرادنا التحقيق من صحة الفرض الذي ينصص على تساوي المتوسطات في هذه المجتمعات وبناءا على البيانات التي نحصل عليها من العينات يمكن أن نختبر الفرضيات التالية

$$\mathrm{H}_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \qquad (\text{لا يوجد فرق على الأقل بين } \mu_1 = \mu_2)$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \qquad (\text{يوجد فرق على الأقل بين } \mu_1 = \mu_2)$$

في هذه الحالة نستعمل طريقة تحليل التباين و هناك نوعان : تحليل التباين من جهة واحدة أو من جهتين. يستخدم تحليل التباين من جهة واحدة عندما يكون لدينا متغير واحد بعدة مستويات و يستخدم تحليل التباين من جهتين عندما يكون لدينا متغيرين مستقلين.

1.3. تحليل التباين في اتجاه واحد

إن تحليل التباين هو عبارة عن تصنيف المشاهدات إلى عدد من المجموعات. أولا نقوم بسحب عينة من كل مجتمع ثم نقوم بحساب $\bar{x}_2\ \bar{x}_1 \dots \bar{x}_k$ مع افتراض أن حجك العينات المسحوبة من كل المجتمع متساوية.

فان البيانات التي يتم الحصول عليها من العينة يمكن كتابتها على شكل جدول.

رقم العينة	1	2	3	n	متوسط المعاملات
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{1n}	$\bar{x}_1$
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{2n}	$\bar{x}_2$
k	x_{k1}	x_{k2}	x_{k3}	x_{kn}	$\bar{x}_k$
الوسط الحسابي العام					$\bar{\bar{x}}$

حجم العينة المسحوبة n

عدد العينات k

من الجدول السابق نجد أن لدينا ثلاثة أنواع من الانحرافات.

- ✓ انحرافات قيم كل صف عن الوسط الحسابي للصف
- ✓ انحرافات الأوساط الحسابية للصفوف عن المتوسط الحسابي العام
- ✓ انحرافات كل المشاهدة داخل الجدول عن المتوسط الحسابي العام

بجمع الانحرافتين الأول و الثاني نجد أن التباين الكلي ينقسم إلى قسمين الأول هو التباين بين المشاهدات الصفوف و الثاني هو التباين بين أوساط الصفوف.

ويمكن أن نمثل معادلة تحليل التباين وذلك بتربيع طرفي المعادلة ثم نحصل على المجموع.

فان مجموع مربعات الانحرافات داخل العينة يسمى بتباين الخطاء ونرمز له SCE **و** مجموع مربعات الانحرافات بين العينات ونرمز له SCR أما مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط العام يسمى بتباين العام ونرمز له SCT

المعادلة تكتب على الشكل التالي SCT= SCE+SCR

تسمى هذه الطريقة بطريقة تحليل التباين باعتبارها تقوم على أساس تجزئة التباين الكلي إلى جزأين فالجزء الأول يتعلق بالتباين بين المجموعات و الجزء الثاني يتعلق بالتباين داخل المجموعات و التي تستخدم في إجراء الاختبار.

الإحصائية المستعملة

$$F_C = \frac{\text{التباين بين المجموعات}}{\text{التباين داخل المجموعات}} = \frac{\frac{SCR}{K-1}}{SCE/K(n-1)} \rightarrow \mathrm{F}_{(k-1),(k(n-1)),\alpha}$$

الملاحظة

- ✓ إذا كانت قيمة F قريبة من الواحد الصحيح أي إذا كانت قيمة البسط قريبة من قيمة المقام فهذا يدل على صحة H_0 (NRH_0)
- ✓ إذا كانت قيمة البسط اكبر من قيمة المقام فان الفرض البديل قد تحقق أي RH_0
- ✓ بالمقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية و بدرجات الحرية (k-1)و (k(n-1 بمستوى المعنوية α و من جدول التوزيع فيشار نستطيع معرفة القرار إما RH_0 أوNRH_0

ويمكن تلخيص نتائج الحسابات في جدول يسمى بجدول تحليل التباين من جهة واحدة.

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات SC	درجة الحرية ddl	متوسط المربعات MSC	Fc
بين المجموعات	SCR	k-1	SCR/ K-1 =MSCR	MSCR/ MSCE
داخل المجموعات	SCE	K(n-1)	SCE/ K(n-1)=MSCE	//////////////
المجموع الكلي	SCT	nk-1	////////////////	///////////////////

عند تحدد المنطقة الجد ولية نلاحظ أن α هي مساحة من جهة اليمين في توزيع فيشار مع أن الاختبار من جهتين فان أسلوب تحليل التباين يضع الخطاء من النوع الأول جمعه من جهة اليمين من التوزيع.

الملاحظة

في حالة أن أحجام العينات غير متساوية يتم إتباع نفس الخطوات السابقة في تحليل التباين في اتجاه واحد مع الأخذ في الاعتبار أن نعوض n بدلا من nk ثم نواصل بنفس الأسلوب.

ويمكن تلخص عناصر اختبار الفرق بين المتوسطات كما يلي

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

2. تحديد شروط تطبيق الاختبار و مستوى المعنوية

3. احصاءة الاختبار

$$F_C = \frac{\text{المجموعات بين التباين}}{\text{المجموعات داخل التباين}} = \frac{SCR}{SCE} \rightarrow F_{(k-1),(k)(n-1)),\alpha}$$

4. اتخاذ القرار

$$\text{Si } F_c > F_{\frac{\alpha}{2},(k-1),(k(n_{-1})} \rightarrow RHo$$

مثال

الجدول التالي يبين لنا أربعة طرق لتدريب الموظفين. المطلوب هو التحقيق من صحة الفرض القائل بتساوي طرق التدريب عند مستوى المعنوية 0.05

الدرجات	A	B	C	D
1	11	8	9	10
2	13	8	12	15
3	10	14	11	18
4	13	9	10	///
5	///	17	///	///

الحل

1. اختيار الاختبار $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ (لا يوجد فرق على الأقل بين $\mu_1 = \mu_2$)

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4$ (يوجد فرق على الأقل بين $\mu_1 = \mu_2$)

2. تحدد القيمة المحسوبة F_C

نقوم بإعداد جدول تحليل التباين من جهة واحدة اعتمادا على القانون التالي

$$F_C = \frac{\text{المجموعات بين التباين}}{\text{المجموعات داخل التباين}} = \frac{SCR}{SCE} \to F_{(k-1),(k)(n-1)),\alpha} \qquad F_c = 1.02$$

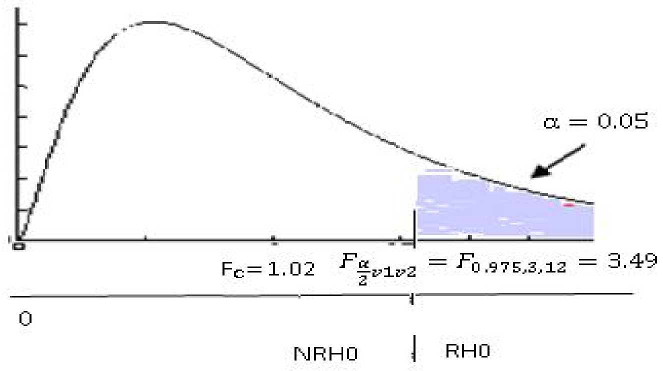
3. تحدد القيمة المجدولة

$$F_{\frac{\alpha}{2},(k-1),(k)(n_{-1})} = F_{\frac{0.05}{2},3,12} = 3.49$$

4. مقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة المجد ولية $\text{Si } F_c > F_{\frac{\alpha}{2},(k-1),(k)(n_{-1})} \to RHo$

1.02 اقل من 3.49 إذن لا نرفض الفرضية الصفرية أي $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ عند مستوى المعنوية 0.05.

5. التمثيل البياني



	1	1	1	1								
المتغير	x1	x2	x3	x4	$(x_1-\bar{x}_1)^2$	$(x_2-\bar{x}_2)^2$	$(x_3-\bar{x}_3)^2$	$(x_4-\bar{x}_4)^2$	$(x_1-\bar{\bar{x}})^2$	$(x_2-\bar{\bar{x}})^2$	$(x_3-\bar{\bar{x}})^2$	$(x_4-\bar{\bar{x}})^2$
1	11	8	9	10	0,5625	10,24	2,25	18,78	0,89	15,57	8,68	3,79
1	13	8	12	15	1,5625	10,24	2,25	0,44	1,11	15,57	0,00	9,33
1	10	14	11	18	3,0625	7,84	0,25	13,44	3,79	4,22	0,89	36,65
1	13	9	10		1,5625	4,84	0,25	0,00	1,11	8,68	3,79	0,00
1		17			0	33,64	0,00	0,00	0,00	25,54	0,00	0,00
ni	4	5	4	3								
مجموع xi	47	56	42	43	**6,75**	**66,8**	**5,00**	**32,67**	**6,90**	**69,58**	**13,36**	**49,77**
الوسط xi	11,75	11,2	10,5	14,33								
الوسط الاجمالي	11,95				SCE=111,22				SCT= 139,61			
SC												

k	4
n global	16

	SC	ddl	MSC	FC
SCR	28,397	3	9,47	1,02
SCE	111,22	12	9,27	
SCT	139,61	15		

2.3. تحليل التباين من جهتين

في دراستنا في تحليل التباين في اتجاه واحد افترضنا أننا كنا نهتم بدراسة اثر عامل واحد فقط على ظاهرة ما.ولكن في الواقع قد يكون هناك أكثر من عامل يؤثر في الظاهرة.

يقوم تحليل التباين من جهتين بفحص ثلاث فرضيات تتعلق بتأثير المتغيرات المستقلة والتفاعل بينهما علي المتغير التابع. نفرض المتغير المستقل الأول A المتغير المستقل الثاني B

لتحليل من جهتين فهو يقوم بفحص تأثير للمتغير المستقل A - تأثير للمتغير المستقلB و تأثير التفاعل بين A وB .

جدول تحليل التباين من جهتين

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات SC	درجة الحرية d d l	متوسط مجموع المربعات MSC	Fc
بين المجموعاتA	SCR1	J-1	SCR1/ J-1=MSCR1	MSCR1/ MSCE
بين المجموعاتB	SCR2	K-1	SCR2/ K-1=MSCR2	MSCR2/ MSCE
داخل المجموعات	SCE	J-1*K-1	SCE/ J-1*K-1=MSCE	
المجموع الكلي	SCT	N-1=k*J-1	///////	

عدد افرد العينة في كل مستوى N

عدد مستويات للمتغير الأول J

عدد مستويات للمتغير الثاني K

مثال

حسب خبرة مسئول الموارد البشرية توجد 3 طرق لتدرب الموظفين. فقام هذا الاخير بسحب عينة واستعمل طرق التدريب للموظفين الجدد.بعد انتهاء فترة التدريب أراد أن يختبر المجموعات الثلاثاء فتحصل على درجات معينة كما هو مبين في الجدول. السؤال اختبر الفرض القائل بتساوي تأثير طرق التدرب عند مستوى المعنوية 5% .

	X_1	X_2	X_3
M_1	10	11	15
M_2	14	9	17
M_3	19	12	16

الحل

لبناء جدول تحليل التباين من جهة واحدة نقوم بحساب متوسطات الصفوف و الأعمدة و مجامع المربعات.

الحالة 1

	1	1	1						
	x1	x2	x3	$(x_1-\bar{x}_1)^2$	$(x_2-\bar{x}_2)^2$	$(x_3-\bar{x}_3)^2$	$(x_1-\bar{x})^2$	$(x_2-\bar{x})^2$	$(x_3-\bar{x})^2$
1	10	11	15	18,78	0,11	1,00	13,44	7,11	1,78
1	14	9	17	0,11	2,78	1,00	0,11	21,78	11,11
1	19	12	16	21,78	1,78	0,00	28,44	2,78	5,44
ni	3	3	3						
	43	32	48	40,67	4,67	2,00	42,00	31,67	18,33
	14,33	10,67	16,00	SCE =47.33			SCT=92		
	13,67	//////////				SCR1=44.67			

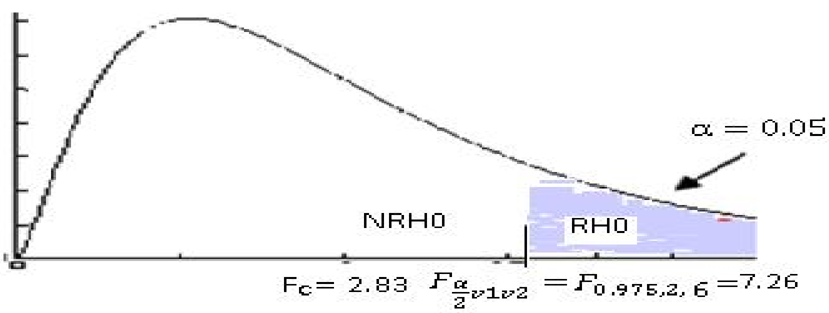
جدول تحليل التباين من جهة واحدة

Fc	MSC	ddl	SC	مصدر الاختلاف
MSCR/ MSCE=2.83	SCR/ K-1 =MSCR=22.3	k-1=2	SCR1=44.67	بين المجموعات
//////////////	SCE/ (n-1)k =MSCE=7.89	(n-1)k=6	SCE=47.33	داخل المجموعات
///////////////////	////////////////	8	SCT=92	المجموع الكلي

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RH0$

$$F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} = F_{0.975,2,6} = 7.26$$

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RH0$ 2.83>7.26$\rightarrow NRH0$



الحالة 2

	1	1	1						
	x1	x2	x3	$(x_1-\bar{x}_1)^2$	$(x_2-\bar{x}_2)^2$	$(x_3-\bar{x}_3)^2$	$(x_1-\bar{x})^2$	$(x_2-\bar{x})^2$	$(x_3-\bar{x})^2$
1	10	14	19	4,00	0,44	11,11	13,44	0,11	28,44
1	11	9	12	1,00	18,78	13,44	7,11	21,78	2,78
1	15	17	16	9,00	13,44	0,11	1,78	11,11	5,44
ni	3	3	3						
$\sum$	36	40	47	**14**	**32,67**	**24,67**	**22,33**	**33,00**	**36,67**
	12	13,33	15,67	SCE=71.33			SCT=92		
	13,67	//////////				SCR2=20.7			

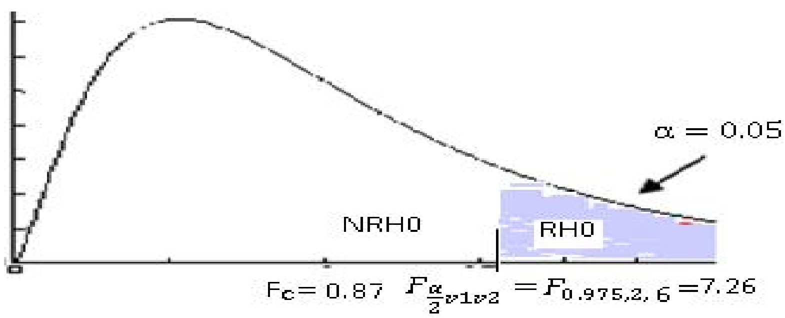
جدول تحليل التباين من جهة واحدة

Fc	MSC	ddl	SC	مصدر الاختلاف
MSCR/ MSCE=0.87	SCR/ K-1= MSCR= 10.33	K-1=2	SCR2=20.67	بين المجموعات
//////////////	SCE/ (n-1) *k = MSCE=11.89	(n-)*k=6	SCE=71.33	داخل المجموعات
////////////	////////////////	n-1=8	SCT=92	المجموع الكلي

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RH0$

$F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} = F_{0.975,2,6} = 7.26$

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RHo$ $0.87 > 7.26 \rightarrow NRHo$



جدول تحليل التباين من جهتين

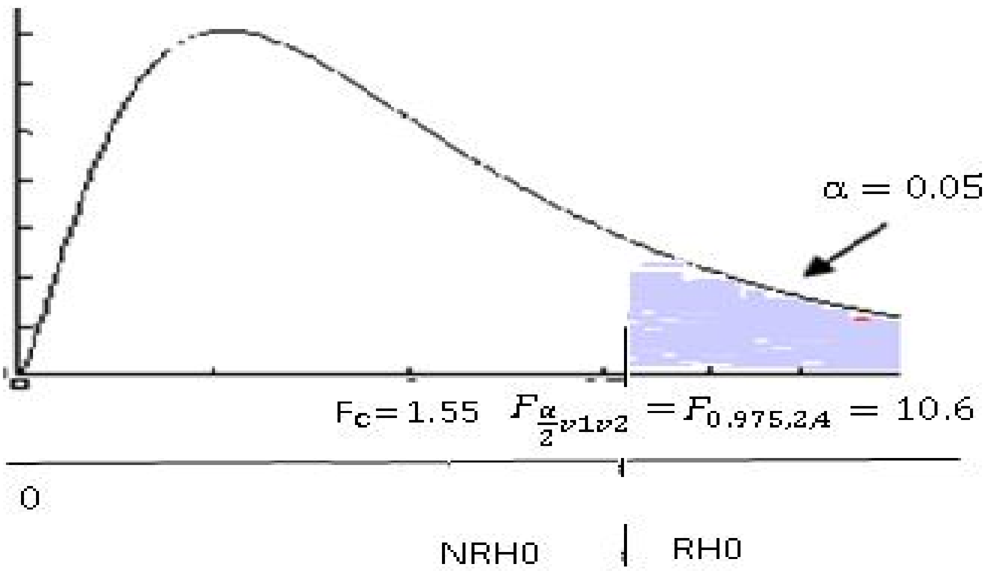
مصدر الاختلاف	مجموع المربعات SC	درجة الحرية d d l	متوسط المربعات MSC	Fc
بين المجموعات A	SCR1=44,67	J-1=2	SCR1/ J-1= MSCR1=22,33	MSCR1/ MSCE = 3.35
بين المجموعات B	SCR2=20,67	K-1=2	SCR2/ K-1= MSCR2=10,33	MSCR2/ MSCE=1,55
داخل المجموعات	SCE=26,67	K-1*J-1=4	SCE/ K-1*J-1= MSCE=6.67	///////////
المجموع الكلي	SCT=92	n-1= 9-1=8	///////	////////

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RHo$

$F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} = F_{0.975,(2),(4)} = 10.6$

Si $F_c > F_{\alpha/2,k-1,(n-1)k} \rightarrow RH0$ 1.55>10.6$\rightarrow NRHo$

التمثل البياني



الفصل الثاني

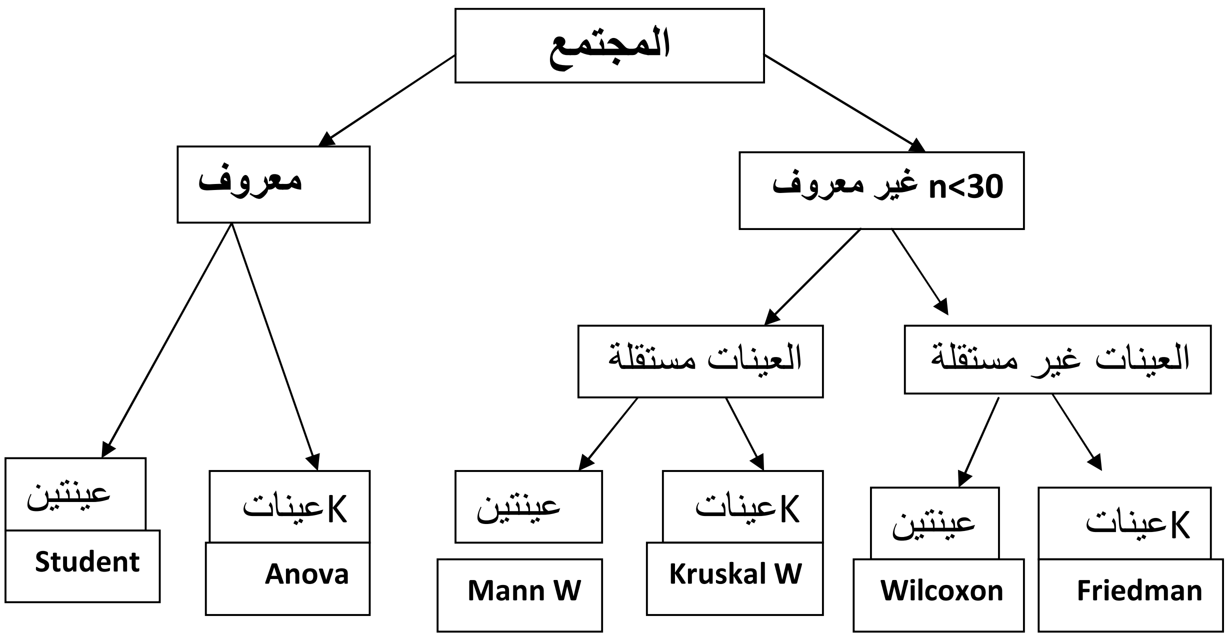
الاختبارات اللامعلمية

الفصل الثاني الاختبارات اللامعلمية

في فقرات سابقة تم توضيح فكرة الاختبارات المعلامية التي كانت تقيس العلاقة بين العينة والمجتمع لبيان أن العينة تمثل المجتمع آم لا . أما هذا الفصل يتضمن دراسة بعض الطرق والأساليب الإحصائية التي لا تعتمد على خاصية التوزيع الطبيعي. والتوزيعات التي سيتم استعراضها قد تكون من التوزيعات المتصلة التي لا تخضع لتوزيع الطبيعي. أو إن التوزيعات المقرر دراستها تكون غير معروفة عليه فان الطرق الإحصائية التي سيتم استخدامها لهذا النوع من التوزيعات يطلق عليها تسمية الطرق غير معلمية التي لا تعتمد على معلمات. وتكون الاختبارات اللامعلمية على عدة أنواع.

يطلق على اختبارات المستقلتين "بدائل اختبار t" حيث انه في بعض الأحيان يجد الباحث أن البيانات التي حصل عليها لا يتوفر لها الشروط اللازمة لاستخدام اختبار t. ومن ثم يلزم على الباحث استخدام البدائل من الإحصاء اللامعلمية لعينتين مستقلتين.وهناك مجموعة من الاختبارات.

الشكل التالي يبين لنا مختلف الحالات للعينات مستقلة وغير مستقلة ونوع التوزيع الاحتمالي المناسب



4.اختبار عينتين مستقلتين وغير مستقلتين

1.4.اختبار لعينتين مستقلتين لمان ويتنيMann Withney

نستخدم الاختبارات لعينتين مستقلتين عندما تكون مثلا البيانات في مستوى الرتبي ويعتبر اختبار Mann Withney الأكثر استخداما لمقارنة بين مجموعتين مستقلتين لمقارنة متوسطات لمجموعتين على متغير معين. التوزيع الاحتمالي المناسب لهدا الاختبارهو استودنت و البديل اللامعلامي لهذا الاختبار هو اختبار مان ويتني Mann Withney.

الإحصاء المستخدم لهذا الاختبار

$$U_i = n_1 * n_2 + \frac{(n_i)(n_i + 1)}{2} - R_i$$

$(i = 1,2)$

R_i مجموع رتب القيم

أحجام العينات$(n_1\ n_2)$

نفرض أن العينتين مأخوذتان من نفس المجتمع أي عدم وجود الاختلاف

نفرض أن العينتين مأخوذتان من مجتمعين مختلفين أي وجود الاختلاف.

الخطوات لإجراء اختبار مان ويتني

1. دمج العينتين بحيث تصبحان عينت واحدة وإيجاد الرتب للقيم بعد دمجها
2. ترتب قيم كل العينة ترتيبا تصاعديا
3. تطبيق الصيغة

$$U_i = n_1 * n_2 + \frac{(n_i)(n_i + 1)}{2} - R_i$$

(i=1) $U_1 = n_1 * n_2 + \frac{(n_1)(n_1+1)}{2} - R_1$

(i=2) $U_2 = n_1 * n_2 + \frac{(n_2)(n_2+1)}{2} - R_2$

$U_c = \text{Min}\ (U_1, U_2)$

4. نحدد فيما إذا كانت قيمة U_c المحسوبة بالمقارنة بالقيمة الجدولية بعد تحديد مستوى المعنوية α.
5. اتخاذ القرار

$p(U < U_0) = \frac{\alpha}{2} \rightarrow \text{RHo}$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRHo$

$p(U < U_0) = \alpha \rightarrow \text{RHo}$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRHo$

ملاحظة

نستخدم التوزيع الطبيعي لما $n1\ n2 > 20$

$$Z_c = \frac{U - E(U)}{\sigma_U} \rightarrow \text{N}(0,1) \qquad E(U) = \frac{n_1 n_2}{2} \qquad \sigma_u = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

مثال

البيانات التالية تمثل 4 أنواع من المنتجات الجديدة من مصنعين مختلفين. استخدم اختبار مان ويتني لاختبار الفرض القائل انه يوجد فروق بين متوسطي الإنتاج من المصنع الأول و الثاني عند مستوى المعنوية 0.05.

المنتجات	1	2	3	4
المصنع 1	390	95	3	35
المصنع 2	80	12	2	1

الحل

n_1	x_1	n_2	x_2	x_1x_2	tri (x_1x_2)		rgx_1x_2	rgx_1	rgx_2	U_1	U_2	min U=Uc
1	390	1	80	**390**	**1**	1	**1**		**1**			
1	95	1	12	**95**	**2**	2	**2**		**2**			
1	3	1	2	**3**	**3**	3	**3**	**3**				
1	35	1	1	**35**	**12**	4	**4**		**4**			
4		**4**		**80**	**35**	5	**5**	**5**				
				12	**80**	6	**6**		**6**			
				2	**95**	7	**7**	**7**				
				1	**390**	8	**8**	**8**				
							36	**23**	**13**	**3**	**13**	**3**

نقارن القيمة المحسوبة U_c بالقيمة المجدولة باستخدام جدول مان ويتني

لدينا $\alpha=0.05$; $\alpha/2=0.025$

من الجدول $n1=4, n2=4, \alpha/2=0.025$ نحصل $U_0=1$

$$p(U < U_0) = \frac{\alpha}{2}=0.025 \rightarrow P(U < 1) = 0.0286$$

من الجدول $n_1 = 4, n_2 = 4, \alpha=0.05$ نحصل $U_0=2$

جدول اتخاذ القرار

	α	$\frac{\alpha}{2}$	*si* $U_c < U_0 \rightarrow RH_0$
	2	1	U_0
	3	3	U_c
	NRH_0	NRH_0	القرار

2.4.اختبار لعينتين غير مستقلتين لولكوكسون Wilcoxon

أول من اقترح هذا الاختبار هو Franck Wilcoxon في 1945. يستخدم هذا الاختبار لاختبار الفرق بين متوسط مجتمع متصل ومتماثل عن قيمة معينة ولتكن μ_0 دون تحديد نوع التوزيع ويشترط استخدامه عندما يتراوح عدد مشاهدات عينة المجتمع بين (7و20).

وتكون الفرضيات هذه الحالات كما يلي

$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu < \mu_\circ$	$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu > \mu_\circ$	$H_0 : \mu = \mu_\circ$ $H_1 : \mu \neq \mu_\circ$

حيث تمثل α احتمال رفض الفرضية الصفرية .

حساب إحصائية الاختبار

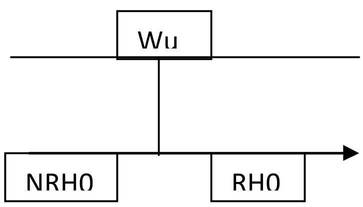
1. إيجاد الفروق di بين قيم xi والقيمة μ_0 أي ($di = xi-\mu_0$)
2. تحديد رتب القيم المطلقة لفروق $|d_i|$ أي أن $Rg\ |d_i|$
3. تثبت إشارة الفروق d أمام رتب القيم المطلقة لفروق $Rg\ |d_i|$
4. حساب إحصائية الاختبار وفقا لشكل H_1

$$w^+ = \sum R_i^+ \qquad w^- = \sum R_i^- \qquad w = Min(w^+, w^-)$$

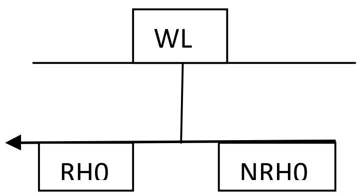
w^- تمثل مجموع رتب الفروق السالبة و w^+ تمثل مجموع رتب الفروق الموجبة.

w تمثل اقل قيمة من بين القيمتين (w^+, w^-)

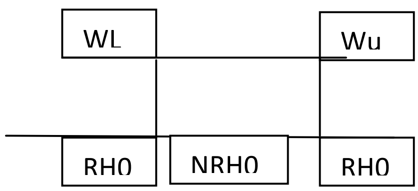
5. استخرج قيم ولكوكسون الجدولية (w_u, w_l) من الجدول الخاص باختبار ولكوكسون لإشارة الرتب اعتمادا على عدد المشاهدات و مستوى المعنوية في ضوء H_1
6. تحديد H_0 وفقا لشكل H_1



$H_1 : \mu > \mu_0$



$H_1 : \mu < \mu_0$



$H_1 : \mu \neq \mu_0$

7. قاعدة القرار

Si $w^{+} \leq$ wl $\rightarrow RH_0$
Si $w^{-} \geq$ wu $\rightarrow RH_0$
Si w ≤ wl أو w≥ wu $\rightarrow RH_0$

فرضيات	إحصائية لاختبار	اتخاذ القرار RH_0
$\mu < \mu_0$	w^{+}	$w^{+} \leq w_L$
$\mu > \mu_0$	w^{-}	$w^{-} > w_{..}$
$\mu \neq \mu_0$	w	$w \leq w_L \quad w \geq w_u$

إذا كان حجم العينة اكبر من 15 في هذه الحالة نستخدم توزيع طبيعي كتقريب لإجراء اختبار ولكوكسون لإشارة الرتب وتأخذ احصاءة الاختبار في ضوء H_1

$$Z = \frac{w-\mu_w}{\sigma_w} \quad \sigma_w = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} \qquad \mu_w = \frac{n(n+1)}{4}$$

الجدول التالي يوضح بعض القيم الجد ولية الخاصة وشائعة الاستخدام

H_1	$\mu < \mu_0$ او $\mu > \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$
α	Z_α	$Z_{\frac{\alpha}{2}}$
10%	1.282	1.645
5%	1.645	1.96
1%	2.326	2.576

القرار : إذا كان $|Z_c| \geq Z_\alpha$ هذا يعني توجد فروق معنوية بين متوسط المجتمع μ و القيمة المحددة μ_0

مثال

البيانات التالية تمثل مقدار الزيادة في أوزان لـ10 حيوانات تم إطعامها بغذاء خاص مند ولادتها حتى عمر 3 أشهر. المطلوب هل مقدار الزيادة الحاصلة في أوزان الحيوانات تعطي دليلا كافيا بان متوسط زيادة الوزن لا يساوي 70 غرام عند مستوى معنوية 0.01

79	63	64	65	76
74	66	67	69	77

الحل

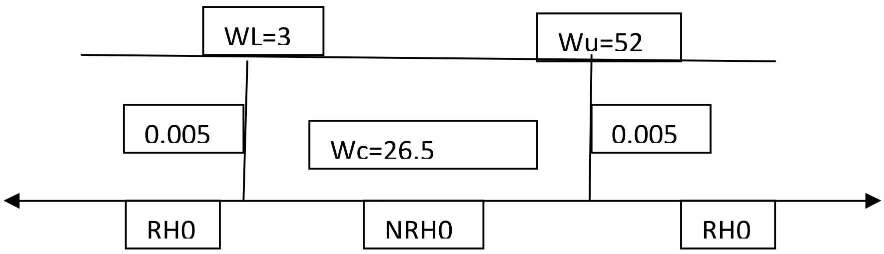
$$p(U < U_0) = \frac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow P(U < 1) = 0.0286$$

نقارن القيمة المحسوبة w_c بالقيمة المجدولة باستخدام جدول ولكوكسون لإشارة الرتب

لدينا $\alpha=0.01$; $\alpha/2=0.005$

من الجدول $n=10, \alpha/2=0.005$ تتحصل $w_u = 52$ $\quad w_L = 3$

$$p(U < U_0) = \frac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow P(U < 1) = 0.0286$$



w

5.اختبار لkعينات مستقلة وغير مستقلة

1.5.اختبار العينات المستقلة لكروسكال والز

✓ يعتبر اختبار كروسكال كبد يل عن أسلوب تحليل التباين باتجاه واحد. و يسمى بأسلوب تحليل التباين الرتبي باتجاه واحد.

ونتبع نفس الخطوات السابقة لإجراء الاختبار

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \cdots \neq \mu_K$$

الإحصائية المستعملة تكتب على الشكل التالي

$$\chi^2_{\text{ck}} = \frac{12}{n(n+1)} \frac{\sum R_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

K عدد المجموعات المدروسة

n_i عدد المشاهدات للمجموعة i

R_i مجموع الرتب للمجموعة i

اتخاذ القرار

$$Si\ \chi^2_{\text{ck}} > \chi^2_{\text{k}-1,\alpha} \rightarrow RH0$$

2.5. اختبار العينات غير مستقلة وهو اختبار فريدمان

يعتبر اختبار فريدمان كبد يل لأسلوب تحليل التباين باتجاهين. يستخدم هدا الاختبار لدراسة مجتمعات متماثلة ومستقلة عن بعضها البعض. يسمى اختبار فريدمان بأسلوب تحليل التباين الرتبي باتجاهين. ونتبع نفس الخطوات السابقة لإجراء الاختبار

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \cdots \neq \mu_K$$

الإحصائية المستعملة تكتب على الشكل التالي

$$\chi^2_{\text{cf}} = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R_j^2 - 3n(k+1)$$

K عدد الأعمدة

n عدد الصفوف

R_i مجموع الرتب للمجموعة i

اتخاذ القرار

$$Si\ \chi^2_{\text{cf}} > \chi^2_{\text{k}-1,\alpha} \rightarrow RH0$$

مثال : حسب معطيات الجدول التالي اختبر الفرض القائل انه توجد فروق معنوية بين ABCD عند مستوى المعنوية 0.05 اعتمادا على كروسكال واليز

D	C	B	A
14	21	11	16
17	9	15	19
13	12	13	18
15	10	14	20

الحل

أولا نقوم بترتيب المجموعات الأربعة ترتيب تصاعدي

A	B	C	D	المجموعات	ترتيب تصاعدي		ترتيب الكلي	Rg A	RgB	Rg C	Rg D	
16	11	21	14	16	9	1	1	7,5	16	3	11	
19	15	9	17	19	10	2	2	12	1	9,5	14	
18	13	12	13	18	11	3	3	5,5	4	5,5	13	
20	14	10	15	20	12	4	4	9,5	2	7,5	15	
				11	13	5	5,5	**34,5**	**23**	**25,5**	**53**	المجموع
				15	13	6	5,5					
				13	14	7	7,5					
				14	14	8	7,5					
				21	15	9	9,5					
				9	15	10	9,5					
				12	16	11	11					
				10	17	12	12					
				14	18	13	13					
				17	19	14	14					
				13	20	15	15					
				15	21	16	16					

اختيار الاختبار

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4$$

تحديد مستوى المعنوية α

تحديد القيمة الحرجة $\chi^2_{k-1,\alpha}$

$$\chi^2_{k-1,\alpha}=\chi^2_{4-1,0.05} = 7.81$$

تحديد القيمة المحسوبة

$$\chi^2_{ck} = \frac{12}{n(n+1)}\frac{\sum R_j^2}{n_j} - 3(n+1) =$$

$$\frac{12}{16(16+1)} * \frac{34.5*34.5}{4} + \frac{23*23}{4} + \frac{25.5*25.5}{4} + \frac{53*53}{4} - 3(16+1) =$$

اتخاذ القرار

$$Si\ \chi^2_{ck} > \chi^2_{k-1,\alpha} \rightarrow RH0$$

القيمة المحسوبة ليست اكبر من القيمة المجدولة لا نرفض الفرضية الصفرية أي $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ عند مستوى المعنوية 0.05

مثال

حسب معطيات الجدول التالي اختبر الفرض القائل انه توجد فروق معنوية بين ABC عند مستوى المعنوية 0.05 اعتمادا على فيردمان.

	a	b	c	d
A	4	2	1	3
B	3	2	1	4
C	4	1	2	3
D	4	1	3	2

الحل

$$\chi^2_{cf} = \frac{12}{nk(k+1)}\sum R_j^2 - 3n(k+1)$$

إذا كان K يساوي 3 او 4 نستعمل جدول فريدمان

إذا كان Kn ≥30 نستعمل جدول كاي مربع

$$\chi^2_{cf} = \frac{12}{4*4(4+1)}\sum 15*15 + 6*6 + 7*7 + 12*12 - 34(4+1)=8.1$$

K=4 n=4

$$\chi^2_{k-1,\alpha} = 7.80 \qquad Si\ \chi^2_{cf} > \chi^2_{k-1,\alpha} \rightarrow RH0$$

نرفض الفرضية الصفرية القائلة لايوجد الارتباط بين المتغيرين عند مستوى معنوية 0.05.

6.اختبار العينتين حسب صفة المتغيرين

الجدول التالي يوضح لنا نوع التوزيع المناسب حسب صفة المتغير.

المتغيرين	نوعي			
كمي استودنت	رتبي	اسمي		
	كاي مربع	كاي مربع	اسمي	
	سبيرمان قندال	كاي مربع	رتبي	
بيرسون	كمي			

1.6. اختبار العينتين اذا كان المتغير الأول نوعي والثاني نوعي (كاي مربع)

نتناول في هدى المبحث اختبار الاستقلالية وهو عبارة عن اختبار العلاقة بين متغيرين مستقلين يتمتع كل واحد منهم بصفة معينة. ويتم ترتيب البيانات على شكل مصفوفة بحيث العمود يمثل صفة معينة والصف الميول الشخصية وهكذا. يعتبر اختبار الاستقلال من أهم اختبارات التوزيع كي مربع و يستخدم هذا الاختبار لكشف عن العلاقة بين المتغيرين$(,y)$ ويمكن أن يكون المتغير الأول كمي والثاني وصفي و يطلق على هذا النوع من التوزيعات التكرارية المزدوجة بجداول التوافق.

النظرية

إذا صنفت مجموعة من المشاهدات وفق أسلوبين (A-B) في جدول التوافق.

أردنا اختبارا لفرضية H_0 القائلة على أن AوB مستقلان مقابل اختبارا لفرضية H_1 التي القائلة على أن AوB غير مستقلان الإحصائية المستعملة هي

$$\chi^2_C = \frac{\sum (F_o - F_e)^2}{F_e} = \sum \frac{F_0^2}{Fe} - n \rightarrow \chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)}$$

$$F_e = \frac{\sum l * \sum c}{n} \qquad \sum l = \sum c = n$$

l عدد الصفوف

c عدد الأعمدة

F_0 عدد المشاهدات

F_e عدد المشاهدات المتوقعة

(l-1)(c-1) يمثل درجة الحرية

لحساب كاي مربع نتبع الخطوات التالية

$$e_{11} = \frac{l_1 * c1}{n} \qquad e_{12} = \frac{l_1 * c_2}{n}$$

$$e_{21} = \frac{l_2 * c_1}{n} \qquad e_{22} = \frac{l_2 * c_2}{n}$$

جدول التكرارات المشاهدة Fo

	A	B	المجموع
x	O_{11}	O_{12}	L_1
y	O_{21}	O_{22}	L_2
المجموع	C_1	C_2	n

جدول التكرارات المتوقعة Fe

	A	B	المجموع
x	e_{11}	e_{12}	L_1
y	e_{21}	e_{22}	L_2
المجموع	C_1	C_2	n

جدول كاي مربع المحسوب

	A	B
x	χ^2_{11}	χ^2_{12}
y	χ^2_{21}	χ^2_{22}

$$\chi^2_{11} = \frac{(o_{11}-e_{11})^2}{e_{11}} \quad \chi^2_{21} = \frac{(o_{21}-e_{21})^2}{e_{21}}$$

$$\chi^2_{22} = \frac{(o_{22}-e_{22})^2}{e_{22}} \quad \chi^2_{12} = \frac{(o_{12}-e_{12})^2}{e_{12}}$$

$$\chi^2_c = \sum \chi^2_{11} + \chi^2_{21} + \chi^2_{22} + \chi^2_{12}$$

1. اختيار الاختبار

H0: المتغيرين مستقلين

H1: المتغيرين غير مستقلين

2. تحديد مستوى المعنوية α
3. $\chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)}$
4. تحديد القيمة الحرجة
5. تحديد القيمة المحسوبة

$$\chi^2_C = \frac{\sum(F_o - F_e)^2}{F_e} = \sum \frac{F_0^2}{Fe} - n \rightarrow \chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)}$$

6. مقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة الحرجة $\text{Si } \chi^2_C > \chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)} \rightarrow RH0$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRH0$

مثال

أجريت دراسة لمعرفة مستوى الثقافي للطلبة سنة الأولى بجامعة جيجل. صنفت عناصر العينة حسب الجنس. هل هناك علاقة بين الجنس والمستوى الثقافي عند مستوى معنوية 0.05.

	مرتفع	متوسط	ضعيف
ذكر	250	150	30
أنثى	300	50	20

الحل

H0 : التصنيفان مستقلان

H1 : التصنيفان غيرمستقلان

$$F_e = \frac{f_l * f_c}{n} = \frac{430 * 550}{800} = 295.63$$

	Fo				Fe				كاي مربع			
	x_1	x_2	x_3	S	x_1	x_2	x_3	S	x_1	x_2	x_3	S
y_1	250	150	30	**430**	295,63	107,50	26,88	**430**	7,04	16,80	0,36	**24,21**
y_2	300	50	20	**370**	254,38	92,50	23,13	**370**	8,18	19,53	0,42	**28,13**
S	**550**	**200**	**50**	**800**	**550**	**200**	**50**	**800**	**15,22**	**36,33**	**0,79**	**52,34**

$$\chi_c^2 = \frac{\sum(F_o - F_e)^2}{F_e} = \frac{\sum(250 - 295.63)^2}{295.63} = 7.04 + 8.18 + \cdots = 52.34$$

$$\chi^2_{1-\alpha,l-1,c-1} = \chi^2_{0.95,(2-1)(3-1)} = \chi^2_{0.95,2} = 5.99$$

Si $\chi_c^2 > \chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)} \rightarrow RH_0$

$52.34 > 5.99 \rightarrow RH_0$

أي التصنيفان غير مستقلان عند مستوى المعنوية 0.05.

الملاحظة

إذا توفرت لدينا متغيرين بأسلوبين فقط يمكن أن نستعمل فقط قيمة المشاهدات لحساب كي مربع وذلك باستعمال القانون التالي

$$\chi_c^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{c_{1*}c_{2*}l_{1*}l_2}$$

مثال

الجدول التالي يبين لنا عدد المدخنين وغير المدخنين حسب الجنس.السؤال اختبر ما اذا كان المدخنين مستقلين عن الجنس عند مستوى المعنوية 0.05.

الجنس	مدخنين	غير مدخنين
ذكر	40	30
أنثى	80	20

الحل

يمكن أن نستعمل القانون التالي

$$\chi_c^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{c_{1*}c_{2*}l_{1*}l_2}$$

الجنس	مدخنين	غير مدخنين	
ذكر	b=40	a=30	L1=70
أنثى	d=80	c=20	L2=100
	C1=120	C2=50	n=170

$$\chi_c^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{c_{1*}c_{2*}l_{1*}l_2} = \frac{170(30 * 80 - 40 * 20)^2}{120 * 50 * 70 * 100} = 10.36$$

$$\chi^2_{1-\alpha,l-1,c-1} = \chi^2_{0.95,(2-1)(2-1)} = \chi^2_{0.95,1} = 3.84$$

$$\text{Si } \chi^2_C > \chi^2_{1-\alpha,(l-1)(c-1)} \rightarrow RH_0$$

$$10.36 > 3.84 \rightarrow RH_0$$

أي نقبل الفرضية البديلة القائلة أن المتغيرين غير مستقلين عند مستوى المعنوية 0.05.

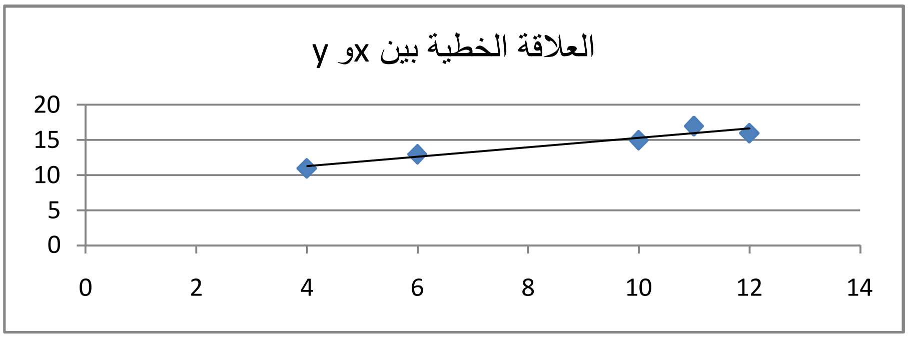
2.6.اختبار العينتين أذا كان المتغير الأول كمي والثاني كمي (معامل الارتباط لبيرسون (Pearson

ندرس العلاقة بين المتغيرين نسمي إحداهما x والأخر y ونضع القيم لهذين المتغيرين السؤال :هل هي خطية أم لا ؟ وللإجابة عن هذه الأسئلة نستعمل معامل الارتباط الخطي و x تعتبر كمتغيرمستقل و y كمتغير تابع بحيث x و y متغيرين كميين. قبل أن نقوم باستعمال معامل الارتباط نرسم لوحة الانتشار وتعتبر كإحدى الطرق التي تساعدنا على معرفة وجود أو عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين.

مثال

ارسم لوحة الانتشار وما نوع العلاقة بين x وy بحيث x يمثل عدد الساعات التي قضاها الطلاب لتحضير الامتحان وy هو علامة الطالب في الامتحان.

x	6	12	4	11	10
y	13	16	11	17	15



من خلال الشكل نلاحظ أن النقاط تقع على خط مستقيم. هناك علاقة خطية بين المتغيرين.

إن استعمال معامل الارتباط الخطي البسيط Pearson بيرسون يعتبر كمقياس لمعرفة قوة العلاقة الخطية بين متغيرين وهو يقيس مقدار التغيير و التأثير الذي يطرأ على y عندما يزداد x بمقدار معين أي القيمة العددية .

نرمز لمعامل الارتباط البسيط ب $\mathbf{r_p}$ أي علاقة الارتباط الخطي بين متغيرين

يمكن إيجاد معامل الارتباط البسيط وفق صيغة بيرسون

$$r_p = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

بحيث

$$s_{xy} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y})} \qquad s_y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (y_i - \bar{y})^2} \text{ و } s_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

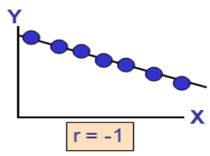
ويمكن أن نستعمل شكل أخر لحساب معامل الارتباط الخطي البسيط Pearson بيرسون.

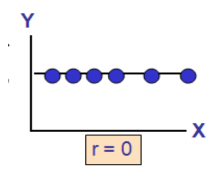
$$r_p = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i^2)}{n}\right)\left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i^2)}{n}\right)}}$$

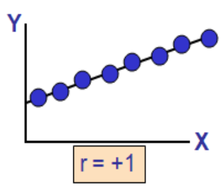
➢ ***خصائص*** **معامل الارتباط البسيط**

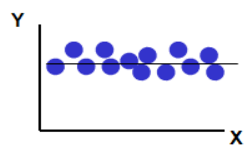
يتصف معامل الارتباط البسيط بالخصا ئص التالية

- ✓ قيمة معامل الارتباط تقع ضمن المجال $-1 \leq r_p \leq +1$
- ✓ إذا كانت $r_p = +1$ الارتباط طردي وتام
- ✓ إذا كانت $r_p = -1$ الارتباط عكسي وتام
- ✓ إذا كانت $r_p = 0$ الارتباط معدوم

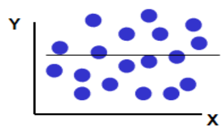








توجد علاقة خطية بين المتغيرين



لا توجد علاقة خطية بين المتغيرين

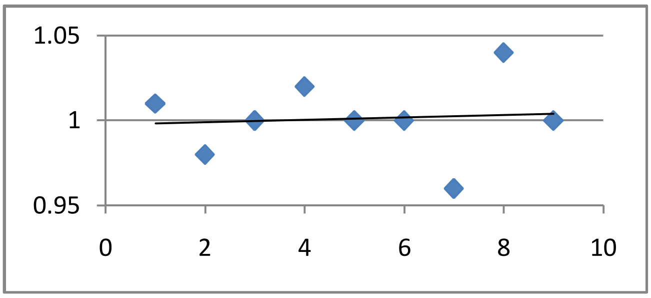
مثال

لدينا متغيرين عشوائيين ونريد معرفة هل المتغيرين مستقلين عند مستوى المعنوية 0.05. هل من خلال التمثيل البياني يمكن استنتاج أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين. ولتأكد من دلك احسب معامل الارتباط.

x	y
1	1.01
2	0.98
3	1
4	1.02
5	1
6	1
7	0.96
8	1.04
9	1

الحل

✓ لوحة الانتشار



من خلال الشكل نلاحظ أن النقاط مبعثرة لا تقع على خط مستقيم

اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط

إن اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط يكون على نوعين .

اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط عن قيمة مفترضة $(\rho = \rho_0)$

اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط عن الصفر $(\rho = 0)$

✓ **اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط عن قيمة مفترضة $(\boldsymbol{\rho = \rho_0})$**

ρ_0 القيمة المفترضة و r معامل الارتباط البسيط.

يمكن تحديد مجال الثقة حول وسط القيمة المعيارية ثم نحوله إلى مجال الثقة لمعامل الارتباط.

نظرية

إذا أخذت جميع العينات الممكنة والتي حجمها n من مجتمع دي متغيرين ومعامل الارتباط r فان الإحصائية المستعملة هي

$$\boxed{w = \frac{1}{2} ln \left(\frac{1 + \mathrm{r}}{1 - \mathrm{r}} \right)}$$

القيمة المعيارية تكتب على الشكل التالي

$$Z_C = \frac{w-E(w)}{\sqrt{v(w)}} \to N(0,1) \qquad E(w)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}\right) \qquad v(w)=\frac{1}{n-3}$$

مجال الثقة لمعامل الارتباط

لتحديد مجال الثقة نتبع الخطوات التالية

- ✓ تحديد أقصى و أدنى مجال للمتوسط w
- ✓ تحديد أقصى و أدنى مجال لمعامل الارتباط

مجال الثقة حول الوسط هو

$$IC_{\mu} = p\left(w - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma \le \mu \le w + z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right)=1-\alpha$$

$$\mu_w \epsilon \{(w - z_\alpha \sigma_w)(w + z_\alpha \sigma_w)\}$$

اتخاذ القرار

لاتخاذ القرار الإحصائي حول RH_0 و NRH_0 يتم مقارنة القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار المحسوبة مع القيمة الجد ولية اعتمادا على مستوى المعنوية .

القرار الإحصائي

$$\text{Si } Zc > Z\alpha \to RH_0$$

بخلاف ذلك $\to NRH_0$

RH_0 أي نقبل H_1 يعني أن العينة لم يتم اختيارها من المجتمع فيه $(\rho \neq \rho_0)$ وفق المعطيات العينة عند مستوى معنوية α و NRH_0 أي نقبل Ho وهذا يعني أن العينة قد اختيرت من المجتمع فيه $(\rho = \rho_0)$ وفق المعطيات العينة عند مستوى معنوية α

مثال

حسب البيانات التالية لمتغيرين احسب معامل الارتباط لبيرسون . هل يمكن القول أن هذه العينة قد اخترت من مجتمع فيه معامل الارتباط البسيط لبيرسون يساوي0.95 عند مستوى المعنوية 0.001 بحيث حجم العينة يساوي 5.

x_i	12	17	28	33	27	18	30
y_i	8	11	17	19	21	9	21

الحل

	x	y	$(x_i-\bar{x})^2$	$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$	$\boldsymbol{r_p}$
1	12	8	133,90	51,02	82,65	
2	17	11	43,18	17,16	27,22	
3	28	17	19,61	3,45	8,22	
4	33	19	88,90	14,88	36,37	
5	27	21	11,76	34,31	20,08	
6	18	9	31,04	37,73	34,22	
7	30	21	41,33	34,31	37,65	
المجموع	**165**	**106**	**369,71**	**192,86**	**246,43**	**0,92**
الوسط	23,57	15,14			35,20	
الانحراف المعياري			7,27	5,25		

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \rho = \rho_0 \;=0.95$$
$$H_1: \rho \neq \rho_0 \neq 0.95$$

2. تحديد مستوى المعنوية و شروط تطبيق إحصائية الاختبار

α=0.01 المجتمع يخضع إلى التوزيع الطبيعي.

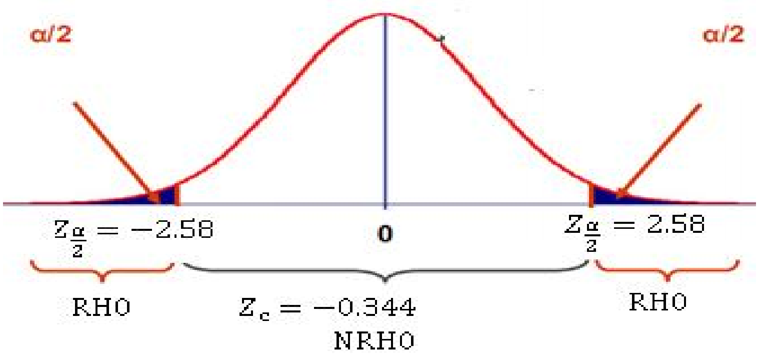
3. تحديد إحصائية الاختبار

$$\mathrm{w} = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1+\mathrm{r}}{1-\mathrm{r}}\right) = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1+0.92}{1-0.92}\right) = \frac{1}{2} ln 24 = 1.589$$

$$\mathrm{E(w)} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+0.95}{1-0.95}\right) = 1.832 \qquad \mathrm{V(w)} = \frac{1}{n-3} = 0.5$$

$$\mathrm{Z_C} = \frac{\mathrm{w}-\mathrm{E(w)}}{\sqrt{\mathrm{v(w)}}} = \frac{1.589-1.832}{\sqrt{0.5}} = -0.344 \quad \text{و} \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm 2.58$$

4. التمثيل البياني



اتخاذ القرار

$$Si\ |Z_c| > \left|Z_{\frac{\alpha}{2}}\right| \rightarrow RH_0$$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRH_0$

$$|-0.344| > |\pm 2.58| \rightarrow NRH_0$$

NRH_0 أي نقبل H_0 *وهذا يعني أن العينة قد اختيرت من المجتمع فيه* $(\rho = \rho_0)$ *وفق المعطيات العينة* عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$

تحديد مجال الثقة

$$IC_\mu = p\left(w - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_W \leq \mu_W \leq w + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_W\right) = (1-\alpha)\%$$

$$IC_\mu = p(1.589 - 2.58(0.7) \leq \mu_W \leq 1.589 + 2.58(0.7)) = 0.99$$

$$IC_\mu = p(-0.22 \leq \mu_W \leq 3.4) = 0.99$$

مما يقابلها في الجدول تحول إلى معامل الارتباط

$$IC_\rho = p(0.58 \leq \mu_W \leq 0.99) = 0.99$$

✓ **اختبار معنوية معامل الارتباط البسيط عن $(\rho = 0)$**

نظرية

إذا أخذت جميع العينات الممكنة والتي حجمها n من مجتمع ذي متغيرين وخاضع لتوزيع الطبيعي ومعامل ارتباطه يساوي صفر و إذا كان معامل الارتباط للعينات r

إن إحصائية الاختبار الملائمة لاختبار معنوية معامل الارتباط البسيط عن الصفر لبيرسون r_p هي العلاقة التالية.

$$t_c = r_p\sqrt{\frac{n-2}{1-r_p^2}} \rightarrow t_{\alpha,n-2}$$

اتخاذ القرار

لاتخاذ القرار الإحصائي حول RH_0 و NRH_0 يتم مقارنة القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار المحسوبة مع القيمة الجد ولية اعتمادا على مستوى المعنوية .

القرار الإحصائي *نفرض* $H_0: \rho = 0$ و $H_1: \rho \neq 0$

$$Si\ |t_c| > \left|t_{\frac{\alpha}{2},n-2}\right| \rightarrow RH_0$$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRH_0$

RH_0 أي نقبل H_1 يدل على وجود علاقة معنوية بين x y $(\rho \neq 0)$ وفق المعطيات العينة عند مستوئ معنوية α. NRH_0 أي نقبل H_0 وهذا يدل على عدم على وجود علاقة معنوية بين x y $(\rho = 0)$ وفق المعطيات العينة عند مستوى معنوية α.

مثال

إذا كان معامل الارتباط البسيط لبيرسون بين متغيرين محسوب على أساس عينة عشوائية ذات حجم 8 و $r_p = -0.97$ هل قيمة معامل الارتباط البسيط لبيرسون تدل على وجود علاقة معنوية بين $x\ y$ وفق معطيات العينة عند 0.05.

الحل

$$H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho \neq 0$$

1. اختيار الاختبار
2. تحديد مستوى المعنوية و شروط تطبيق إحصائية الاختبار

α=0.05 المجتمع يخضع إلى التوزيع الطبيعي .

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$t_c = r_p \sqrt{\frac{n-2}{1-r_p^2}} = -0.97 \sqrt{\frac{8-2}{1-(0.97)*(0.97)}} = -9.774$$

$$t_{n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{8-2,\frac{0.05}{2}} = \pm 2.447$$

4. اتخاذ القرار

$$\text{Si } |t_c| > \left|t_{\frac{\alpha}{2},n-2}\right| \rightarrow RH_0$$

بخلاف دلك $\rightarrow NRH_0$

$$|-9.774| > |\pm 2.447| \rightarrow RH_0$$

RH_0 أي نقبل H_1 يدل على وجود علاقة معنوية بين x y $(\rho \neq 0)$ وفق المعطيات العينة عند مستوئ معنوية α

مقارنة معاملين للارتباط

لمعرفة الارتباط بين معاملين محسوبين من عينتين مستقلتين عن بعضهما نستعمل الإحصائية التالية.

$$Z_C = \frac{(w_1 - w_2) - (\mu_{w_1-w_2})}{\sigma_{w_1-w_2}} \rightarrow N(0,1)$$

$$w_i = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1+r_i}{1-r_i}\right) \quad \mu_{w_i} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\rho_i}{1-\rho_i}\right) \quad \sigma_{w_i} = \frac{1}{\sqrt{n_i - 3}}$$

$$\sigma_{w_1-w_2} = \sqrt{\sigma_{w_1}^2 + \sigma_{w_2}^2} \qquad \mu_{w_1-w_2} = \mu_{w_1} - \mu_{w_2}$$

ونطبق نفس الخطوات السابقة لإجراء الاختبار

$$H_0: \mu_{w_1} = \mu_{w_2}$$
$$H_1: \mu_{w_1} \neq \mu_{w_2}$$

$$\text{Si } |Z_c| > \left|Z_{\frac{\alpha}{2}}\right| \rightarrow RH_0$$

بخلاف دلك $\rightarrow NRH_0$

3.6.اختبار العينتين إذا كان المتغير الأول رتبي والثاني رتبي

في بعض الحالات يصعب علينا قياس المتغيرات رقميا ففي هذه الحالة نحدد الرتب للصفة المراد دراستها. نستعمل حسب صفة المتغيرين معامل الارتباط الخطي البسيط لسبيرمان Spearman و ذلك لدراسة قوة الارتباط ويهدف هدا الارتباط إلى قياس التغيير بين الصفات القائم على ترتيب الأفراد إذا كان لدينا مجموعة من الأفراد مشتركة في صفتين مثلا الاقدمية والسن إذا أعطينا رتبة لكل صفة فيمكن قياس الاختلاف بين الصفتين باستعمال معامل الارتباط الخطي البسيط لسبيرمان –وهو معامل الارتباط الرتب ونرمز له

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

n عدد الأفراد

d تساوي الفرق بين رتب x و y

و يمكن استعمال الشكل الثاني لحساب $\bar{r}_x = \frac{1}{n}\sum r_{x_i} = \frac{1}{n}\sum r_{y_i} = \frac{n+1}{2}$

اختبار معنوية معامل ارتباط الرتب

إن اختبار معنوية معامل ارتباط الرتب يعتبر كاختبار لامعلمي وتستخرج القيم الحرجة من جدول معاملات r_s ارتباط الرتب الخاص بهذا الارتباط.

1. اختيار الاختبار

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

2. تحديد مستوى المعنوية و شروط تطبيق إحصائية الاختبار

α=0.05 المجتمع يخضع إلى التوزيع الطبيعي و حجم العينة اقل من 30

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$t_c = \frac{r_s - \rho_{xy}}{\sqrt{\frac{1-r_s^2}{n-2}}} = r_s\sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} \rightarrow t_{n-2,\alpha}$$

تحت H_0 $\quad 0 = \rho_{xy}$

في حالة إن كان حجم العينة اكبر من 30 نستعمل النظرية النهاية المركزية والعلاقة تكتب على الشكل التالي

$$\mu_{r_s} = 0 \qquad \sigma_{r_s} = \sqrt{\frac{1}{n-1}} \qquad Z_c = \frac{r_s - \mu_{r_s}}{\sigma_{r_s}} \to N(0,1)$$

4. اتخاذ القرار

$$\text{Si } |Z_c| > \left|Z_{\frac{\alpha}{2},}\right| \to RH_0$$

بخلاف ذلك $\to NRH_0$

مثال

هل يمكن القول أن هناك علاقة فعلية بين x y لما $\alpha=0.05$ $r_s = 0.60$ و $n=30$

الحل

$$H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho \neq 0$$

1. اختيار الاختبار
2. تحديد مستوى المعنوية و شروط تطبيق إحصائية الاختبار

$\alpha=0.05$ المجتمع يخضع إلى التوزيع الطبيعي و حجم العينة اكبر أو يساوي 30.

3. تحديد إحصائية الاختبار

$$Z_c = \frac{r_s - \mu_{r_s}}{\sigma_{r_s}} \to N(0,1) \qquad Z_c = \frac{r_s - \mu_{r_s}}{\sigma_{r_s}} = \frac{0.6 - 0}{\sqrt{\frac{1}{30-1}}} = 3.23$$

اتخاذ القرار

$$\text{Si } |Z_c| > \left|Z_{\frac{\alpha}{2},}\right| \to RH_0 \qquad |3.23| > |1.96| \to RH_0$$

بخلاف ذلك $\to NRH_0$

نقبل H_1 أي يوجد فرق معنوي لما الخطاء من النوع الأول يساوي 0.05

مثال

حسب المعطيات التالية : احسب معامل لارتباط لبيرسون. هل نستطع أن نستنتج مند مستوى معنوية 0.05 أن معامل الارتباط يختلف من الصفر.احسب معامل الارتباط الرتب لسيرمان وقارن مع معامل الارتباط لبيرسون.

X_i	8.3	7.6	9.1	9.5	8.4	6.9	9.2	7.8	8.6	8.2
y_i	7.9	7.4	9.1	9.3	8.4	7.5	9.0	7.2	8.2	8.1

الحل

$$r_p = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

1. حساب معامل الارتباط لبيرسون

الجدول رقم 01

	x	y	$(x_i-\bar{x})^2$	$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$	rp
1	8,3	7,9	0,00	0,10	0,02	
2	7,6	7,4	0,58	0,66	0,62	
3	9,1	9,1	0,55	0,79	0,66	
4	9,5	9,3	1,30	1,19	1,24	
5	8,4	8,4	0,00	0,04	0,01	
6	6,9	7,5	2,13	0,50	1,04	
7	9,2	9	0,71	0,62	0,66	
8	7,8	7,2	0,31	1,02	0,57	
9	8,6	8,2	0,06	0,00	0,00	
10	8,2	8,1	0,03	0,01	0,02	
المجموع	**83,6**	**82,1**	**5,66**	**4,93**	**4,82**	
الوسط	8,36	8,21			0,48	
الانحراف المعياري			0,75	0,70		**0,913**

2. لمعرفة معنوية أو صحة قوة الارتباط الموجب ما بين x y نستعمل استود نت.

اختيار الاختبار

$$H_0: \rho = 0$$
$$H_1: \rho \neq 0$$

تحديد مستوى المعنوية و شروط تطبيق إحصائية الاختبار

$\alpha=0.05$ المجتمع يخضع إلى التوزيع الطبيعي و حجم العينة اقل من 30

تحديد إحصائية الاختبار.

$$\mathrm{t_c} = \frac{\mathrm{r_s} - \rho_{\mathrm{xy}}}{\sqrt{\frac{1-\mathrm{r_s^2}}{\mathrm{n}-2}}} = \mathrm{r_s}\sqrt{\frac{\mathrm{n}-2}{1-\mathrm{r_s^2}}} = \frac{|\mathrm{r_s}|}{\sqrt{\frac{1-\mathrm{r_s^2}}{\mathrm{n}-2}}} = \frac{0.91}{\sqrt{\frac{1-(0.91)(0.91)}{10-2}}} = 6.23$$

اتخاد القرار

$$\mathrm{Si}\ |t_c| > \left|t_{\frac{\alpha}{2},n-2}\right| \rightarrow RH_0$$

بخلاف ذلك $\rightarrow NRH_0$

إذن توجد علاقة بين x y عند مستوى المعنوية 0.05.

3. حساب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} = \frac{\frac{1}{n}\sum(r_{x_i} - \bar{r}_x)(r_{y_i} - \bar{r}_y)}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum(r_{x_i} - \bar{r}_x)^2} * \sqrt{\frac{1}{n}\sum(r_{y_i} - \bar{r}_y)^2}}$$

تابع الجدول رقم 01

rgx	rgy	$(r_x - r_{\bar{x}})^2$	$(r_y - r_{\bar{y}})^2$	$(r_x - r_{\bar{x}}) * (r_y - r_{\bar{y}})$	di²	rs
5	4	0,25	2,25	0,75	1	
2	2	12,25	12,25	12,25	0	
8	9	6,25	12,25	8,75	1	
10	10	20,25	20,25	20,25	0	
6	7	0,25	2,25	0,75	1	
1	3	20,25	6,25	11,25	4	
9	8	12,25	6,25	8,75	1	
3	1	6,25	20,25	11,25	4	
7	6	2,25	0,25	0,75	1	
4	5	2,25	0,25	0,75	1	
55	**55**	**82,5**	**82,5**	**75,5**	**14**	**0,915**
5,50	5,50			7,55		
		2,87	2,87			

ملاحظة

إذا كان حجم العينة اقل من 30 يستحسن أن لا نستعمل معامل الارتباط.

- ✓ إذا كان حجم العينة مابين 30 و 50 يستحسن تعديل معامل الارتباط.

$$r_{\text{aj}} = \sqrt{1 - \frac{(1-\text{r}^2)(n-1)}{\text{n}-2}}$$

- ✓ إذا كان حجم العينة اكبر من 50 نستعمل معامل الارتباط
- ✓ إذا ظهرت بيانات متساوية فيكون تعيين الرتب لهذه البيانات بإتباع الخطوتين

ترتيب البيانات كما لو أن ليس فيها بيانات متساوية. نأخذ الوسط الحسابي لرتب كل مجموعة من البيانات المتساوية. و نعتبر هذا الوسط الحسابي رتبة كل بيان في هذه المجموعة.

مثال

أرادنا أن نضع 10 أرقام على علب الطماطم. باستخدام بيانات الجدول أعطي لكل علبة رتبة.

عدد العلب	الرقم	الرتب	الرتب
1	9	الأول	1
2	8	الثاني والثالث	
3	8	الثاني والثالث	2.5
4	6	الرابع	4
5	5	الخامس السادس السابع	
6	5	الخامس السادس السابع	6
7	5	الخامس السادس السابع	6
8	4	الثامن	8

مثال : عين الرتب للعلامات التالية :45-57-53-57-65-63-70-63-79-70

الحل

ترتيب تنازلي	rg	العلامات	rg
79	1	70	2.5
70	2	79	1
70	3	63	5.5
65	4	70	2.5
63	5	63	5.5
63	6	65	4
57	7	57	7.5
57	8	53	9
53	9	57	7.5
45	10	45	10

مثال :لتكون لدينا 12 ورقة الامتحان وأردنا ترتيب أوراق الامتحان حسب توزعين . باستعمال بيانات الجدول هل يوجد فرق بين توزيع المجموعة الأولى والثانية عند مستوى معنوية 0.05.

ترتيب أوراق الامتحان	ترتيب أوراق الامتحان المجموعة الأولى	ترتيب أوراق الامتحان المجموعة الثانية
1	5	6
2	12	10
3	4	4
4	2	3
6	6	5
6	8	7
7	1	1
8	3	2
9	7	8
10	11	11
11	9	9
12	10	12

الحل

$(rg_1-rg_2)^2$	rg_2	rg_1	ترتيب أوراق الامتحان
1	6	5	1
4	10	12	2
0	4	4	3
1	3	2	4
1	5	6	6
1	7	8	6
0	1	1	7
1	2	3	8
1	8	7	9
0	11	11	10
0	9	9	11
4	12	10	12

$$\sum d_i^2 = 14 \qquad r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} \qquad \rho_{xy} = 0.951$$

باستعمال جدول اسبيرمان مع درجة الحرية 12 ومستوى المعنوية 0.05 تتحصل على 0.59 وبالمقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة المجدولة نرفض الرضية الصفرية إذن يوجد ارتباط بين ترتيب أوراق الامتحان حسب التوزيعين.

4.6 اختبار العينتين ادا كان المتغير الأول رتبي والثاني كمي

المتغير الأول هو متغير رتبي إذن نستعمل معامل اسبيرمان. أما المتغير الثاني هو متغير كمي في هذه الحالة نحول هذا المتغير إلى متغير رتبي.

مثال

لتكون لدينا 12 ورقة الامتحان . باستعمال البيانات الجدول التالي هل يوجد فرق بين ترتيب أوراق الامتحان ومعدل العام عند مستوى المعنوية 0.05.

معدل العام	rg	أوراق الامتحان
5.48	5	1
8.04	12	2
4.78	4	3
6.87	2	4
6	6	6
3.97	8	6
7.07	1	7
6.89	3	8
5.60	7	9
9.64	11	10
9.09	9	11
3.86	10	12

الحل

$(rg_1-rg_2)^2$	rg_2 متغير رتبي	معدل العام متغير كمي	rg_1 متغير رتبي	أوراق الامتحان
9	8	5.48	5	1
100	2	8.04	12	2
25	9	4.78	4	3
9	5	6.87	2	4
0	6	6	6	6
4	10	3.97	8	6
4	3	7.07	1	7
1	4	6.89	3	8
0	7	5.60	7	9
100	1	9.64	11	10
9	12	9.09	9	11
1	11	3.86	10	12

$\sum \mathrm{d_i^2} = 262$ $$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$ $\rho_{xy} = 0.08$

باستعمال جدول اسبيرمان مع درجة الحرية 12 ومستوى المعنوية 0.05 تتحصل على 0.59 وبالمقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة المجدولة لانرفض الفرضية الصفرية إذن لايوجد ارتباط بين ترتيب أوراق الامتحان ومعدل العام.

تمارين متنوعة

تمارين متنوعة

تمرين1

في مصنع لإنتاج معلبات غذائية بمدينة ما قام مدير المصنع بتركيب آلة الكترونية جديدة للتعبئة .فكانت نتائج الإنتاج كما يلي : متوسط الوزن الصافي $\mu = 60g$ نفرض أن المجتمع يخضع إلى توزيع طبيعي نسحب عينة من هذا المجتمع ذات حجم 25 علبة. إذا كان متوسط وزن العلبة داخل العينة يساوي 55g والانحراف المعياري يساوي 6g. السؤال اختبر الآلة الالكترونية عند مستوى المعنوية 0.05 لما نفرض الفرضيات التالية

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$\mathrm{H}_1 : \mu \neq \mu_0$$

تمرين2

تقوم شركة ما بإنتاج نوع معين من النسيج بطريقة تقليدية متوسط قوة التحمل لهذا النسيج هو 250 درجة بانحراف معياري 20. فإذا تقدم احد الخبراء بطريقة جديدة باقتراح أنها تزيد عن متوسط قوة التحمل. سحبت من إنتاج الشركة بعد تطبيق الطريقة المقترحة حجمها 100وحدة. وقوة التحمل هو 260 درجة. فهل تدل هذه النتائج على أن الطريقة الجديدة أفضل من الطريقة الأصلية وذلك عند مستوى المعنوية 0.05 .

تمرين3

إذا كانت اعمارطلاب بجامعة جيجل تتبع توزيعا طبيعيا انحرافه المعياري يساوي 3 و متوسط عمر الطالب في هذه الجامعة هو 24 سنة. لاختبار هذا الإشهار سحبنا عينة عشوائية كن 20 طالب فكان متوسط اعمارهم هو 23 سنة . فهل يعني ذلك أن متوسط اعمارطلاب بجامعة جيجل اقل من 24 سنة وذلك عند مستوى المعنوية 0.01.

تمرين4

اهتمت إحدى شركات بوزن علب الطماطم وكان توزيع الأوزان في هذه الشركة يتبع التوزيع الطبيعي وكان متوسط الوزن 250 غرم. يتم إيقاف الإنتاج إذا اختلف وزن العلبة كثير عن 250غرم.

لذلك تم سحب عينة مكونة من 20 علب ووجد أن متوسط وزن العلبة هو 255 غرم بانحراف المعياري 18 غرم. المطلوب عند مستوى المعنوية 0.05 معرفة ما إذا كان هناك فرق معنوي بين الوسط الحسابي للعينة و الوسط الحسابي للمجتمع.

تمرين 5

لدينا مجتمع يتكون من مصنعين لأجهزة التليفزيون. فأخذت عينة من إنتاج المصنع الأول حجمها 40 جهازا وكانت نسبة المعيب فيها 0.02 أخذت عينة أخرى من إنتاج المصنع الثاني حجمها 60 جهازا فكانت نسبة المعيب فيها 0.015

إذا كنا وثيقين ب0.98 للفرق بين نسبتي الأجهزة الصالحة للمصنعين حدد القيمة الحرجة والجدولية .

تمرين6

أخذت عينتان من إنتاج مصنعين لأجهزة التلفزيون وأعطت النتائج التالية

	عينة مصنع الأول	عينة مصنع الثاني
حجم العينة	$n_1 = 25$	$n_2 = 16$
وسط الحسابي	$\bar{x}_1 = 17$	$\bar{x}_2 = 15$
التباين	$S_1^2 = 2.5$	$S_2^2 = 2.0$

بناءا على العينتين هل يوجد فرق بين متوسطي العمر التشغيلي لإنتاج المصنعين على مستوى المعنوية 0.1

تمرين7

أخذت عينتين من الرجال والنساء في مجتمع ما فأعطت النتائج التالية

	عينة الرجال	عينة النساء
حجم العينة	$n_1 = 200$	$n_2 = 300$
عدد الذين يستخدمون الهاتف النقال	160	210

فهل هذه النتائج تدل على أن هناك اختلاف بين نسبة الرجال الذين يستخدمون الهاتف النقال عن نسبة النساء.

اختبر ذلك على مستوى المعنوية 0.02

تمرين8

أخذت عينتين من مشتركي شركتي اتصالات وأعطت النتائج التالية

تباين المجتمع الدقائق المستخدمة	معدل الدقائق المستخدمة	حجم العينة
$\sigma_1^2 = 15$	$\bar{x}_1 = 75$	$n_1 = 100$
$\sigma_2^2 = 8$	$\bar{x}_2 = 80$	$n_2 = 81$

اختبر الفرضيات التالية على مستوى المعنوية0.1

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

تمرين9

أخذت عينة عشوائية حجمها 9من مجتمع طبيعي وسطها يساوي 56 والتباين30 . العمل المطلوب

اختبر الفرضية ا $H_0: \sigma^2 = 33$ مقابل لفرضية $H_1: \sigma^2 < 33$

عند مستوى المعنوية 0.05.

تمرين10

إذا كان تباين درجات الطالبة في امتحان الإحصاء هو116 أراد أستاذ المقياس باستخدام أسلوب جديد للتدريس ويعتقد أن هذا الأسلوب سوف يقلل بشكل معنوي من تشتت في درجات الطلبة.ولاختبار صحة هذا الافتراض قام بسحب عينة عشوائية من درجات طالب26 في الامتحان بعد استخدام الأسلوب الجديد فوجد أن تباين درجات الطلبة من العينة هو 67.33

هل نقبل الافتراض الأستاذ بان أسلوبه الجديد يقلل من درجات الطلبة عند مستوى المعنوية0.01

تمرين11

ادعى مدير احد البنوك أن الانحراف المعياري من انتظار العميل لتلقي الخدمة من موظف الشباك ست ثواني على الأكثر حتى لايحدث تذمر من العملاء. ولتأكد من صحة ادعاء مدير البنك قام احد الباحثين بملاحظة زمن الخدمة لعدد من العملاء عددهم 10وكانت كمايلي : 30- 32-25 -27-43 -22-29 -31-41 -40

إذا كان زمن الانتظار للعملاء يتبع التوزيع الطبيعي فهل هذه البيانات تؤكد ادعاء مدير البنك بمستوى المعنوية 0.05

تمرين12

أراد أستاذ في جامعة جيجل أن يوضح للطلبة أسلوب الكتاب المفتوح يؤدي إلى نتيجة أفضل أم لا . فاختار 16 طالبا من طلابه بشكل عشوائي ثم قسم عشوائيا إلى مجموعتين المجموعة الأولى حجمها 9 و المجموعة الثانية حجمها6 وطرح عليهم أسئلة على أن تجيب عليها المجموعة الأولى بأسلوب الكتاب المفتوح و المجموعة الثانية بعدم استخدام الكتاب. بعد انتهاء الامتحان صحح الأستاذ الأوراق فوجد أن التباين العلامات باستخدام أسلوب الكتاب المفتوح يساوي19.4 وبأسلوب الأخر7.7

استخدم هذه المعلومات لاختبار الفرضيات التالية

عند مستوى المعنوية 0.05

تمرين13

في دراسة عن مستوى إنتاجية العامل في شركتين تنتج نفس المنتج النهائي أخذت عينتان حجم كل منهما 25 عاملا لقياس إنتاجيتهم اليومية فكانت النتائج التي توصل إليها الباحث كمايلي

	العينة (1)	العينة (2)
حجم العينة	$n_1 = 25$	$n_2 = 25$
الوسط الحسابي	$\bar{x}_1 = 3.2$	$\bar{x}_2 = 3.0$
التباين	$s_1^2 = 1.04$	$s_2^2 = 0.51$

فهل نستطيع في ضوء هذه المؤشرات المتاحة من العينات القول بان تباين إنتاجية العاملين في الشركة الثانية اقل من تباين إنتاجية العاملين في الشركة الأولى وذلك عند مستوى المعنوية 0.05

تمرين14

يوضح الجدول التالي المرض السكري التي يتعرض لها كل من الذكور والإناث في فئات العمر مختلفة بمستشفي جيجل.

فئة العمر/النوع	ذكور	إناث
اقل من 30 سنة	10	10
30- 60 سنة	50	30

المطلوب اختبار صحة الفرض القائل باستقلال العمر عن الجنس فيما يتعلق بمرض السكري. حدد إجابتك عند مستوى المعنوية 1%

تمرين15

أراد الفريق الطبي أن يتعرف فيما إذا كان هناك علاقة بين نوع السجائر التي يدخنها المدخن وشدة الإصابة بمرض السرطان. لهذا قام الفريق الطبي بدراسة 300 حالة وصنفوها حسب الجدول التالي

شدة المرض/ نوع السجائر	I	II	III	IV
بسيط	90	18	42	100
متوسط	15	2	4	8
شديد	13	1	2	5

باستخدام اختبار الاستقلال لإثبات أن نوع السجائر x مع شدة مرض السرطان y مستقلان عند مستوى معنوية 0.05

تمرين16

لاحظ مدير الإنتاج أن نسبة المعيب في الإنتاج تختلف في ثلاث ورشات .فكانت النتائج كما يلي

الورشة 1	15	20	18	21
الورشة 2	18	21	22	14
الورشة 3	9	29	35	6

هل تعتقد أن متوسط نسبة المعيب يختلف من ورشة إلى أخرى باستخدام مستوى معنوية 0.05.

تمرين17

يقوم مسئول المكتبة في كل أخير سنة الجامعية بترتيب المراجع حسب سنة الإصدار. إذا أراد خلال هذه السنة أن يغير طريقة ترتيب المراجع. الجدول التالي يبين لنا ترتيب المراجع حسب دار النشر ودار الإصدار.

السؤال هل يوجد ارتباط بين التوزيعين عند مستوى المعنوية 0.05

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
دار النشر	5	12	4	2	6	8	1	3	7	11	9	10
دار الإصدار	6	10	4	3	5	7	1	2	8	11	9	12

تمرين18

أعطت عينة عشوائية من 37 عاملا في مدينة جيجل .حسب النتائج الواردة في جدول التالي وباستخدام مستوى المعنوية 0.1 اختبر الفرض القائل بان عدد الإناث والذكور من العاملين في مجموعات السن اقل من30 سنة-مابين 30 و 60 سنة وأكثر من 60 سنة في مدينة جيجل مستقل عن الجنس.

إناث	ذكور	فئة العمر
10	10	اقل من 30 سنة
30	50	من 30-60 سنة
20	30	60 سنة فاكثر

تمرين19

أراد باحث دراسة 3 طرق على تحفيز العمال. فقام بتقييم المجموعات الثلاثة والتي تضم 5 عمال .ثم أجرى الاختبار وسجل النتائج التالية.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	F_C
SCR	40	?	?	?
SCE	?	?	?	
SCT	100	14		

بناء على ذلك اجب عن الأسئلة التالية

1. إملاء الفراغات بالأرقام المناسبة
2. ما الفرضية الصفرية والبديلة التي يختبرها الباحث
3. اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى المعنوية 0.05

تمرين20

البيانات الموضحة بالجدول التالي تمثل 3 اختبارات لمجامع مختلفة من الطلبة وكل مجموعة تحتوي على 8طلاب.

المجموعات	نتائج الاختبار							
I	60	55	50	62	70	64	58	45
II	80	72	82	85	86	84	90	93
III	65	75	68	82	80	70	74	78

العمل المطلوب

استخدم أسلوب تحليل التباين الأحادي لاختبار الفروق بين متوسطات النتائج عند مستوى المعنوية 0.05.

تمرين21

الجدول التالي يعطي لنا نتائج لمتغيرين xيمثل حجم المبيعات و y يمثل الترويج التسويقي للمبيعات الجديدة.
السؤال هل المبيعات تتأثر بترويج التسويقي للمبيعات الجديدة عند مستوى المعنوية 0.05.

	y	x
الوسط الحسابي للعينة	110.34	10.102
الانحراف المعياري	3388.545	2.301
التباين المشترك x y	79.565	
حجم العينة	97	

تمرين22

أراد فريق التكوين أن يتعرف فيما ادا كان هناك علاقة بين نوع التخصص والمستوى التدريسي. لهدا قام فريق التكوين بدراسة 300 حالة الطلبة وصنفوها حسب الجدول التالي

	مالية المؤسسة	تسيير لموارد البشرية	تسيير الاقتصادي للسياحة	تسويق الخدمات
السنة 1	100	42	18	90
السنة 2	8	4	2	15
السنة 3	5	2	1	13

هل التغيريين مستقلان عند مستوى المعنوية 0.05. استخدم اختبار الاستقلال لإثبات دلك.

تمرين23

البيانات التالية تبين ترتيب 10 بنوك جزائرية على مستوى الوطن حسب مؤشرات جديدة.

البنك	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	2	6	1	9	10	8	7	5	4	2
y	2	4	3	10	7	9	8	6	5	1

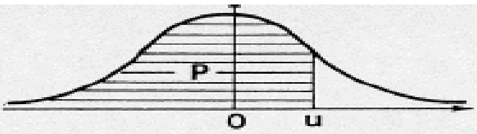
اختبر هدا الارتباط عند مستوى المعنوية 0.01.

قائمة الملاحق

قائمة الملاحق

ملحق1 : توزيع طبيعي و معياري

La loi normale centrée réduite



P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	P

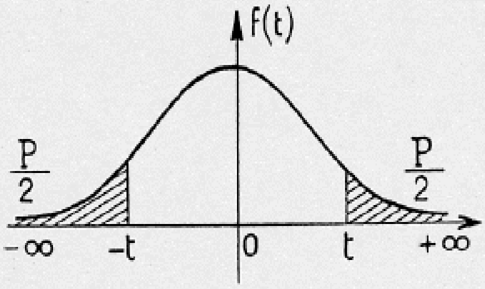
Grandes valeurs de u

P	0,9999	0,99999	0,999999	0,9999999	0,99999999	0,999999999
u	3,7190	4,2649	4,7534	5,1993	5,6120	5,9978

N.B. Si $P < 0.5$, u est négatif.

ملحق2 : توزيع استودنت

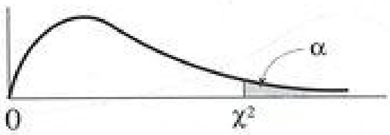
Table de distribution de T (Loi de Student)



ν \ P	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,929
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

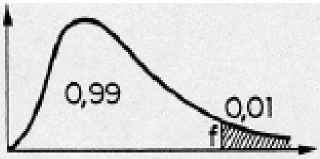
ملحق3 : توزيع كاي مربع

Table χ^2 : points de pourcentage supérieurs de la distribution χ^2



dl	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.82	9.35	11.35	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.54	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.66	23.59
10	2.15	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.75
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.21	28.30
13	3.56	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.69	26.12	29.14	31.31
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.15
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.56	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.93	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.19	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.88	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.37	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.32	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.80	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.20	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.78	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.67	22.14	24.42	26.51	29.06	33.67	39.34	45.61	51.80	55.75	59.34	63.71	66.80
50	27.96	29.68	32.35	34.76	37.69	42.95	49.34	56.33	63.16	67.50	71.42	76.17	79.52
60	35.50	37.46	40.47	43.19	46.46	52.30	59.34	66.98	74.39	79.08	83.30	88.40	91.98
70	43.25	45.42	48.75	51.74	55.33	61.70	69.34	77.57	85.52	90.53	95.03	100.44	104.24
80	51.14	53.52	57.15	60.39	64.28	71.15	79.34	88.13	96.57	101.88	106.63	112.34	116.35
90	59.17	61.74	65.64	69.13	73.29	80.63	89.33	98.65	107.56	113.14	118.14	124.13	128.32
100	67.30	70.05	74.22	77.93	82.36	90.14	99.33	109.14	118.49	124.34	129.56	135.82	140.19

ملحق4 : توزيع فيشار سنيديقور



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	(Les valeurs de la première ligne doivent être multipliées par 10)																	
1	*405*	*500*	*540*	*563*	*576*	*586*	*593*	*598*	*602*	*606*	*608*	*611*	*613*	*614*	*616*	*617*	*618*	*619*
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	27.0	26.9	26.9	26.8	26.8	26.8
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.3	14.2	14.2	14.2	14.1	14.1
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.74
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.12	3.07	3.03	2.99	2.96	2.93
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.88
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.83
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.94	2.89	2.85	2.81	2.78	2.75
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.90	2.86	2.82	2.78	2.74	2.72
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.87	2.82	2.78	2.75	2.71	2.68
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.84	2.79	2.75	2.72	2.68	2.65
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.69	2.66	2.63
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60
32	7.50	5.34	4.46	3.97	3.65	3.43	3.26	3.13	3.02	2.93	2.86	2.80	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.55
34	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.39	3.22	3.09	2.98	2.89	2.82	2.76	2.70	2.66	2.62	2.58	2.55	2.51
36	7.40	5.25	4.38	3.89	3.57	3.35	3.18	3.05	2.95	2.86	2.79	2.72	2.67	2.62	2.58	2.54	2.51	2.48
38	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.92	2.83	2.75	2.69	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48	2.45
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42
42	7.28	5.15	4.29	3.80	3.49	3.27	3.10	2.97	2.86	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50	2.46	2.43	2.40
44	7.25	5.12	4.26	3.78	3.47	3.24	3.08	2.95	2.84	2.75	2.68	2.62	2.56	2.52	2.47	2.44	2.40	2.37
46	7.22	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.06	2.93	2.82	2.73	2.66	2.60	2.54	2.50	2.45	2.42	2.38	2.35
48	7.19	5.08	4.22	3.74	3.43	3.20	3.04	2.91	2.80	2.72	2.64	2.58	2.53	2.48	2.44	2.40	2.37	2.33
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32
55	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.47	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25
65	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.80	2.69	2.61	2.53	2.47	2.42	2.37	2.33	2.29	2.26	2.23
70	7.01	4.92	4.08	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.51	2.45	2.40	2.35	2.31	2.27	2.23	2.20
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17
90	6.93	4.85	4.01	3.54	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.45	2.39	2.33	2.29	2.24	2.21	2.17	2.14
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12
125	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.39	2.33	2.28	2.23	2.19	2.15	2.11	2.08
150	6.81	4.75	3.92	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.20	2.16	2.12	2.09	2.06
200	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13	2.09	2.06	2.02
300	6.72	4.68	3.85	3.38	3.08	2.86	2.70	2.57	2.47	2.38	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.06	2.03	1.99
500	6.69	4.65	3.82	3.36	3.05	2.84	2.68	2.55	2.44	2.36	2.28	2.22	2.17	2.12	2.07	2.04	2.00	1.97
1000	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.27	2.20	2.15	2.10	2.06	2.02	1.98	1.95
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93

Table B.3b 5% Critical Values of the *F* Distribution

Denominator Degrees of Freedom v_2	Numerator degrees of freedom v_1: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

Example: The 5% critical value for numerator $df = 2$ and denominator $df = 40$ is 3.23.
Source: This table was generated using the Stata® function invfprob.

ملحق 5 :سبيرمان جيرفي

جدول سيبرمان 4<n<30

n	α = 0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
4	0,8000	0,8000				
5	0,7000	0,8000	0,9000	0,9000		
6	0,6000	0,7714	0,8286	0,8857	0,9429	
7	0,5357	0,6786	0,7450	0,8571	0,8929	0,9643
8	0,5000	0,6190	0,7143	0,8095	0,8571	0,9286
9	0,4667	0,5833	0,6833	0,7667	0,8167	0,9000
10	0,4424	0,5515	0,6364	0,7333	0,7818	0,8667
11	0,4182	0,5273	0,6091	0,7000	0,7455	0,8364
12	0,3986	0,4965	0,5804	0,6713	0,7273	0,8182
13	0,3791	0,4780	0,5549	0,6429	0,6978	0,7912
14	0,3626	0,4593	0,5341	0,6220	0,6747	0,7670
15	0,3500	0,4429	0,5179	0,6000	0,6536	0,7464
16	0,3382	0,4265	0,5000	0,5824	0,6324	0,7265
17	0,3260	0,4118	0,4853	0,5637	0,6152	0,7083
18	0,3148	0,3994	0,4716	0,5480	0,5975	0,6904
19	0,3070	0,3895	0,4579	0,5333	0,5825	0,6737
20	0,2977	0,3789	0,4451	0,5203	0,5684	0,6586
21	0,2909	0,3688	0,4351	0,5078	0,5545	0,6455
22	0,2829	0,3597	0,4241	0,4963	0,5426	0,6318
23	0,2767	0,3518	0,4150	0,4852	0,5306	0,6186
24	0,2704	0,3435	0,4061	0,4748	0,5200	0,6070
25	0,2646	0,3362	0,3977	0,4654	0,5100	0,5962
26	0,2588	0,3299	0,3894	0,4564	0,5002	0,5856
27	0,2540	0,3236	0,3822	0,4481	0,4915	0,5757
28	0,2490	0,3175	0,3749	0,4401	0,4828	0,5660
29	0,2443	0,3113	0,3685	0,4320	0,4744	0,5567
30	0,2400	0,3059	0,3620	0,4251	0,4665	0,5479

Table du coefficient de corrélation des rangs de Spearman de deux variables aléatoires indépendantes

α / n	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
4	0.600	1.000	1.000						
5	0.500	0.800	0.900	1.000	1.000				
6	0.371	0.657	0.829	0.886	0.943	1.000	1.000		
7	0.321	0.571	0.714	0.786	0.893	0.929	0.964	1.000	1.000
8	0.310	0.524	0.643	0.738	0.833	0.881	0.905	0.952	0.976
9	0.267	0.483	0.600	0.700	0.783	0.833	0.867	0.917	0.933
10	0.248	0.455	0.564	0.648	0.745	0.794	0.830	0.879	0.903
11	0.236	0.427	0.536	0.618	0.709	0.755	0.800	0.845	0.873
12	0.224	0.406	0.503	0.587	0.671	0.727	0.776	0.825	0.860
13	0.209	0.385	0.484	0.560	0.648	0.703	0.747	0.802	0.835
14	0.200	0.367	0.464	0.538	0.622	0.675	0.723	0.776	0.811
15	0.189	0.354	0.443	0.521	0.604	0.654	0.700	0.754	0.786
16	0.182	0.341	0.429	0.503	0.582	0.635	0.679	0.732	0.765
17	0.176	0.328	0.414	0.485	0.566	0.615	0.662	0.713	0.748
18	0.170	0.317	0.401	0.472	0.550	0.600	0.643	0.695	0.728
19	0.165	0.309	0.391	0.460	0.535	0.584	0.628	0.677	0.712
20	0.161	0.299	0.380	0.447	0.520	0.570	0.612	0.662	0.696
21	0.156	0.292	0.370	0.435	0.508	0.556	0.599	0.648	0.681
22	0.152	0.284	0.361	0.425	0.496	0.544	0.586	0.634	0.667
23	0.148	0.278	0.353	0.415	0.486	0.532	0.573	0.622	0.654
24	0.144	0.271	0.344	0.406	0.476	0.521	0.562	0.610	0.642
25	0.142	0.265	0.337	0.398	0.466	0.511	0.551	0.598	0.630
26	0.138	0.259	0.331	0.390	0.457	0.501	0.541	0.587	0.619
27	0.136	0.255	0.324	0.382	0.448	0.491	0.531	0.577	0.608
28	0.133	0.250	0.317	0.375	0.440	0.483	0.522	0.567	0.598
29	0.130	0.245	0.312	0.368	0.433	0.475	0.513	0.558	0.589
30	0.128	0.240	0.306	0.362	0.425	0.467	0.504	0.549	0.580
31	0.126	0.236	0.301	0.356	0.418	0.459	0.496	0.541	0.571
32	0.124	0.232	0.296	0.350	0.412	0.452	0.489	0.533	0.563
33	0.121	0.229	0.291	0.345	0.405	0.446	0.482	0.525	0.554
34	0.120	0.225	0.287	0.340	0.399	0.439	0.475	0.517	0.547
35	0.118	0.222	0.283	0.335	0.394	0.433	0.468	0.510	0.539
36	0.116	0.219	0.279	0.330	0.388	0.427	0.462	0.504	0.533
37	0.114	0.216	0.275	0.325	0.383	0.421	0.456	0.497	0.526
38	0.113	0.212	0.271	0.321	0.378	0.415	0.450	0.491	0.519
39	0.111	0.210	0.267	0.317	0.373	0.410	0.444	0.485	0.513
40	0.110	0.207	0.264	0.313	0.368	0.405	0.439	0.479	0.507

α n	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
41	0.108	0.204	0.261	0.309	0.364	0.400	0.433	0.473	0.501
42	0.107	0.202	0.257	0.305	0.359	0.395	0.428	0.468	0.495
43	0.105	0.199	0.254	0.301	0.355	0.391	0.423	0.463	0.490
44	0.104	0.197	0.251	0.298	0.351	0.386	0.419	0.458	0.484
45	0.103	0.194	0.248	0.294	0.347	0.382	0.414	0.453	0.479
46	0.102	0.192	0.246	0.291	0.343	0.378	0.410	0.448	0.474
47	0.101	0.190	0.243	0.288	0.340	0.374	0.405	0.443	0.469
48	0.100	0.188	0.240	0.285	0.336	0.370	0.401	0.439	0.465
49	0.098	0.186	0.238	0.282	0.333	0.366	0.397	0.434	0.460
50	0.097	0.184	0.235	0.279	0.329	0.363	0.393	0.430	0.456
52	0.095	0.180	0.231	0.274	0.323	0.356	0.386	0.422	0.447
54	0.094	0.177	0.226	0.268	0.317	0.349	0.379	0.414	0.439
56	0.092	0.174	0.222	0.264	0.311	0.343	0.372	0.407	0.432
58	0.090	0.171	0.218	0.259	0.306	0.337	0.366	0.400	0.424
60	0.089	0.168	0.214	0.255	0.300	0.331	0.360	0.394	0.418
62	0.087	0.165	0.211	0.250	0.296	0.326	0.354	0.388	0.411
64	0.086	0.162	0.207	0.246	0.291	0.321	0.348	0.382	0.405
66	0.084	0.160	0.204	0.243	0.287	0.316	0.343	0.376	0.399
68	0.083	0.157	0.201	0.239	0.282	0.311	0.338	0.370	0.393
70	0.082	0.155	0.198	0.235	0.278	0.307	0.333	0.365	0.388
72	0.081	0.153	0.195	0.232	0.274	0.303	0.329	0.360	0.382
74	0.080	0.151	0.193	0.229	0.271	0.299	0.324	0.355	0.377
76	0.078	0.149	0.190	0.226	0.267	0.295	0.320	0.351	0.372
78	0.077	0.147	0.188	0.223	0.264	0.291	0.316	0.346	0.368
80	0.076	0.145	0.185	0.220	0.260	0.287	0.312	0.342	0.363
82	0.075	0.143	0.183	0.217	0.257	0.284	0.308	0.338	0.359
84	0.074	0.141	0.181	0.215	0.254	0.280	0.305	0.334	0.355
86	0.074	0.139	0.179	0.212	0.251	0.277	0.301	0.330	0.351
88	0.073	0.138	0.176	0.210	0.248	0.274	0.298	0.327	0.347
90	0.072	0.136	0.174	0.207	0.245	0.271	0.294	0.323	0.343
92	0.071	0.135	0.173	0.205	0.243	0.268	0.291	0.319	0.339
94	0.070	0.133	0.171	0.203	0.240	0.265	0.288	0.316	0.336
96	0.070	0.132	0.169	0.201	0.238	0.262	0.285	0.313	0.332
98	0.069	0.130	0.167	0.199	0.235	0.260	0.282	0.310	0.329
100	0.068	0.129	0.165	0.197	0.233	0.257	0.279	0.307	0.326

Pour $n > 100$ on admet que R_s est distribué comme $LG\left(0; \frac{1}{\sqrt{n-1}}\right)$.

ملحق 6 :جدول ويلكوكسون

	alpha values						alpha values				
n	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	n	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
5	0					31	163	147	130	118	86
6	2	0				32	175	159	140	128	94
7	3	2	0			33	187	170	151	138	102
8	5	3	1	0		34	200	182	162	148	111
9	8	5	3	1		35	213	195	173	159	120
10	10	8	5	3		36	227	208	185	171	130
11	13	10	7	5	0	37	241	221	198	182	140
12	17	13	9	7	1	38	256	235	211	194	150
13	21	17	12	9	2	39	271	249	224	207	161
14	25	21	15	12	4	40	286	264	238	220	172
15	30	25	19	15	6	41	302	279	252	233	183
16	35	29	23	19	8	42	319	294	266	247	195
17	41	34	27	23	11	43	336	310	280	261	207
18	47	40	32	27	14	44	353	327	296	276	220
19	53	46	37	32	18	45	371	343	312	291	233
20	60	52	43	37	21	46	389	361	328	307	246
21	67	58	49	42	25	47	407	378	345	322	260
22	75	65	56	48	30	48	426	396	362	339	274
23	83	73	62	54	35	49	446	415	379	355	289
24	91	81	69	61	40	50	466	434	397	373	304
25	100	89	77	68	45						
26	110	98	84	75	51						
27	119	107	92	83	57						
28	130	116	101	91	64						
29	140	126	110	100	71						
30	151	137	120	109	78						

Test des rangs pour échantillons appariés, de Wilcoxon

N	Niveau de signification, test unilatéral		
	0,025	0,01	0,005
	Niveau de signification, test bilatéral		
	0,05	0,02	0,01
6	0		
7	2	0	
8	4	2	0
9	6	3	2
10	8	5	3
11	11	7	5
12	14	10	7
13	17	13	10
14	21	16	13
15	25	20	16
16	30	24	20
17	35	28	23
18	40	33	28
19	46	38	32
20	52	43	38
21	59	49	43
22	66	56	49
23	73	62	55
24	81	69	61
25	89	77	68

ملحق 7 :جدول مان ويثني

Table du U de Mann-Whitney

m-n	n																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	-	-	-	0	2	5	8	13	17	23	30	37	45	55	64	75	87	99	113	127
1	-	-	-	1	3	6	10	15	20	26	33	41	50	59	70	81	93	106	119	
2	-	-	0	2	5	8	12	17	23	29	37	45	54	64	75	86	99	112		
3	-	-	1	3	6	10	14	19	26	33	40	49	59	69	80	92	105			
4	-	-	1	4	7	11	16	22	28	36	44	53	63	74	85	98				
5	-	-	2	4	8	13	18	24	31	39	47	57	67	78	90					
6	-	0	2	5	9	14	20	26	34	42	51	61	72	83						
7	-	0	3	6	11	16	22	29	37	45	55	65	76							
8	-	0	3	7	12	17	24	31	39	48	58	69								
9	-	0	4	8	13	19	26	34	42	52	62									
10	-	1	4	9	14	21	28	36	45	55										
11	-	1	5	10	15	22	30	38	48											
12	-	1	5	11	17	24	32	47	50											
13	-	1	6	11	18	25	34	43												
14	-	1	6	12	19	27	36	45												
15	-	2	7	13	20	29	38													
16	-	2	7	14	22	30	40													
17	-	2	8	15	23	32														
18	-	2	8	16	24	33														
19	-	3	9	17	25															
20	-	3	9	17	27															
21	-	3	10	18																
22	-	3	10	19																
23	-	3	11																	
24	-	4	11																	
25	-	4																		
26	-	4																		

ملحق8 :جدول كروسكال واليز

Table Kruskal Wallis

Taille des échantillons			P = 0,05	P = 0,01
3	2	2	4.71	
3	3	1	5.1	
3	3	2	5.22	6.26
3	3	3	5.60	6.50
4	2	1	4.94	
4	2	2	5.15	6.30
4	3	1	5.21	
4	3	2	5.42	6.35
4	3	3	5.73	6.75
4	4	1	4.93	6.67
4	4	2	5.45	6.90
4	4	3	5.60	7.14
4	4	4	5.70	7.60
5	2	1	5	
5	2	2	5.10	6.40
5	3	1	4.91	6.42
5	3	2	5.25	6.82
5	3	3	5.66	7.03
5	4	1	4.92	6.90
5	4	2	5.27	7.12
5	4	3	5.63	7.44
5	4	4	5.62	7.75
5	5	1	5	7.08
5	5	2	5.27	7.30
5	5	3	5.64	7.55
5	5	4	5.64	7.80
5	5	5	5.72	7.98

Table The Kruskal-Wallis test

Critical region : H $\geq$ tabulated value

K = 3					K = 4						K = 5						
Sample Sizes			$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	Sample sizes				$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	Sample sizes					$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
2	2	2	-	-	2	2	1	1	-	-	2	2	1	1	1	-	-
3	2	1	-	-	2	2	2	1	5.679	-	2	2	2	1	1	6.750	-
3	2	2	4.714	-	2	2	2	2	6.167	6.667	2	2	2	2	1	7.133	7.533
3	3	1	5.143	-	3	1	1	1	-	-	2	2	2	2	2	7.418	8.291
3	3	2	5.361	-	3	2	1	1	-	-	3	1	1	1	1	-	-
3	3	3	5.600	7.200	3	2	2	1	5.833	-	3	2	1	1	1	6.583	-
4	2	1	-	-	3	2	2	2	6.333	7.133	3	2	2	1	1	6.800	7.600
4	2	2	5.333	-	3	3	1	1	6.333	-	3	2	2	2	1	7.309	8.127
4	3	1	5.208	-	3	3	2	1	6.244	7.200	3	2	2	2	2	7.682	8.682
4	3	2	5.444	6.444	3	3	2	2	6.527	7.636	3	3	1	1	1	7.111	-
4	3	3	5.791	6.745	3	3	3	1	6.600	7.400	3	3	2	1	1	7.200	8.073
4	4	1	4.967	6.667	3	3	3	2	6.727	8.015	3	3	2	2	1	7.591	8.576
4	4	2	5.455	7.036	3	3	3	3	7.000	8.538	3	3	2	2	2	7.910	9.115
4	4	3	5.598	7.144	4	1	1	1	-	-	3	3	3	1	1	7.576	8.424
4	4	4	5.692	7.654	4	2	1	1	5.833	-	3	3	3	2	1	7.769	9.051
5	2	1	5.000	-	4	2	2	1	6.133	7.000	3	3	3	2	2	8.044	9.505
5	2	2	5.160	6.533	4	2	2	2	6.545	7.391	3	3	3	3	1	8.000	9.451
5	3	1	4.960	-	4	3	1	1	6.178	7.067	3	3	3	3	2	8.200	9.876
5	3	2	5.251	6.909	4	3	2	1	6.309	7.455	3	3	3	3	3	8.333	10.20
5	3	3	5.648	7.079	4	3	2	2	6.621	7.871							
5	4	1	4.985	6.955	4	3	3	1	6.545	7.758							
5	4	2	5.273	7.205	4	3	3	2	6.795	8.333							
5	4	3	5.656	7.445	4	3	3	3	6.984	8.659							
5	4	4	5.657	7.760	4	4	1	1	5.945	7.909							
5	5	1	5.127	7.309	4	4	2	1	6.386	7.909							
5	5	2	5.338	7.338	4	4	2	2	6.731	8.346							
5	5	3	5.705	7.578	4	4	3	1	6.635	8.231							
5	5	4	5.666	7.823	4	4	3	2	6.874	8.621							
5	5	5	5.780	8.000	4	4	3	3	7.038	8.876							
6	1	1	-	-	4	4	4	1	6.725	8.588							
6	2	1	4.822	-	4	4	4	2	6.957	8.871							
6	2	2	5.345	6.655	4	4	4	3	7.142	9.075							
6	3	1	4.855	6.873	4	4	4	4	7.235	9.287							
6	3	2	5.348	6.970													
6	3	3	5.615	7.410													
6	4	1	4.947	7.106													
6	4	2	5.340	7.340													
6	4	3	5.610	7.50													
6	4	4	5.681	7.795													
6	5	1	4.990	7.182													
6	5	2	5.338	7.376													
6	5	3	5.602	7.590													
6	5	4	5.661	7.936													
6	5	5	5.729	8.028													
6	6	1	4.945	7.121													
6	6	2	5.410	7.467													
6	6	3	5.625	7.725													
6	6	4	5.725	8.000													
6	6	5	5.765	8.124													
6	6	6	5.801	8.222													
7	7	7	5.819	8.378													
8	8	8	5.805	8.465													

ملحق9: جدول فريدمان

Table de Friedman

N	k=3		k=4	
	a = 0,05	a = 0,01	a = 0,05	a = 0,01
2			6	
3	6		7.4	9
4	6.5	8	7.8	9.6
5	6.4	8.4		
6	7	9		
7	7.143	8.57		
8	6.250	9		
9	6.222	8.667		

قائمة المراجع

قائمة المراجع

1. د.حسن ياسين طعمة و ايمان حسين حنوش.أسالب الإحصاء التطبيقي. الطبعة الأولى دارصفاء للنشر والتوزيع عمان. 2009
2. محمد, علي محمد باسhttp://41.67.53.40:8082/handle/123456789/7334
3. طرق وأساليب اتخاذ القرارات وأثرها في أداء الإستراتيجية الكلية للمنشأة دراسة حالة : شركة سكر كنانة للفترة من 2005-1990 جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا.
4. محمد صبحي أبو صالح .الطرق الإحصائية . داراليازوري العلمية للنشر والتوزيع. 2008.
5. خالد قاسم سمور. الإحصاء. جامعة البلقاء التطبيقية. كلية عمان للهندسة التكنولوجية.دار الفكرناشرون وموزعون. الطبعة الأولي 2007.
6. نادرشعبان السواح.الإسهام في الإحصاء التطبيقي. الدار الجامعية الإسكندرية. 2007
7. كامل فليفل كلية الهندسة التكنولوجية جامعة البلقاء التطبيقية و فتحي حمدان كلية العلوم الإدارية والمالية جامعة البترا. *Statistics* سنة 2008.
8. دومينيك سالفاتور نظريات ومسائل في الإحصاء والاقتصاد القياسي. ديوان المطبوعات الجامعية.سلسلة ملخصات شوم.1993
9. Azais Jean Marc, Bardet Jean Marc. Université Paul Sabatier. Toulouse III. Publication du laboratoire de statistique et probabilités. CNRS. Modèle linéaire. Régression et analyse de la variance.
10. Boubonnais Régis Econométrie cours et exercices corrigés.9éme edition Dunod 2015. Tiré du site Internet.
11. Douklan Paul. Cours statistiques, M1.Estimation et introduction aux tests. Université de Cergy pontoise.
12. Guyader Arnaud. Régression linéaire. Master statistique. Université Rennes2. Premier semestre. Ann2e 2012-2013.
13. CH4 Statistiques non paramétriques : rudiments. Tiré du site Internet. Disponible en ligne sur : cch4smirnov.pdf.
14. Lais 3 Bio2042. Régression Multiple et corrélation partielle. Ouellette Marie Héléne Sciences Biologie Université de Montréal Janvier 2005. Blanchet Guillaume. Année 2006-2007.
15. Labarere José. CH9- UE4.Biostatistiques- corrélation régression –exercices commentés. Année universitaire 2011-2012. Fourrier de Grenoble.
16. Monbeb V. Tests statistiques. Notes de cours. L1 et L2. Année 2009.
17. Ricco Rakotomala. Comparaison de population. Tests non paramétriques. Université lumière Lyon 2008. Version1.0

18. Tsasa Vangu Jean Paul. Econométrie module1Rédigé S/C J.P.Bosonga et D. Mukodo. Universté de Congo. Année 2011. http://cel.archives-ouvertes.fr.

19. Opération et systèmes de décision. Faculté des sciences de l'administration.

QT-21919.Probabilités statistiques et analyse de la régression. CH12.Université de Laval.