

تقنيات التنبؤ

1. نماذج التمهيد الأسي

يعد التمهيد الأسي أسلوبًا بسيطًا وعمليًا للتنبؤ، يعتمد على المتوسطات المرجحة للملاحظات السابقة. حيث يتم إعطاء القيم الحالية وزنا أكبر من سابقها، يوجد نوعين من التمهيد الأسي البسيط والمزدوج

1.1 نموذج التمهيد الأسي البسيط: يستخدم في حالة السلاسل الزمنية المستقرة أو غير المستقرة ذات المركبات العشوائية، يعطي نتائج دقيقة على المدى القصير.

• مرحلة التمهيد:

$$\tilde{Y}_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \tilde{Y}_{t-1}$$

• مرحلة التنبؤ:

$$\hat{Y}_{T+h} = \alpha Y_T + (1 - \alpha) \hat{Y}_T$$

حيث:

α : معامل التمليس (التمهيد)

$t = \overline{1, T}$ الفترات الزمنية قيد الدراسة

$h = 1, 2, ..$

\tilde{Y}_t : قيمة المشاهدة الممهدة في اللحظة t

\hat{Y}_T : قيمة المشاهدة المقدرة في آخرة فترة لدينا

القيمة الأولية للانطلاق: $\tilde{Y}_1 = Y_1$

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_{t+2} = \hat{Y}_{t+3} = \dots = \hat{Y}_{t+h}$$

ملاحظة: قيم المشاهدات الممهدة هي نفسها قيم المشاهدات المقدرة داخل الفترة.

2.1 نموذج التمهيد الأسي المزدوج: يستخدم في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة ذات المركبات العشوائية والاتجاه العام.

• مرحلة التمهيد:

$$\begin{cases} \tilde{Y}_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \tilde{Y}_{t-1} \\ \tilde{\tilde{Y}}_t = \alpha \tilde{Y}_t + (1 - \alpha) \tilde{\tilde{Y}}_{t-1} \end{cases}$$

• مرحلة التنبؤ داخل الفترة:

$$\hat{Y}_t = B0_{t-1} + B1_{t-1}$$

• مرحلة التنبؤ خارج الفترة:

$$\hat{Y}_{T+h} = B0_T + h \cdot B1_T$$

حيث:

$$\tilde{\tilde{Y}}_1 = \tilde{Y}_1 = Y_1$$

القيم الأولية للانطلاق:

$$B0_t = 2\tilde{Y}_t - \tilde{\tilde{Y}}_t$$

$$B1_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (\tilde{Y}_t - \tilde{\tilde{Y}}_t)$$

تقنيات التنبؤ

مثال: لتكن السلسلة الزمنية Y_t كما يلي:

السنوات	t	Y_t	\tilde{Y}_t	$\tilde{\tilde{Y}}_t$	$B0_t$	$B1_t$	\hat{Y}_t
2019	1	100	100	100	100	0	-
2020	2	120	116	112.8	119.2	12.8	100
2021	3	125	123.2	121.12	125.28	8.32	132
2022	4	150	144.64	139.936	149.35	18.84	133.6
2023	5	160	156.92	153.5232	160.32	13.6	168.19
2024	6		159.384				173.92
2025	7		159.348				187.52
2026	8		159.348				201.12

حيث: $\alpha = 0.8$

التمهيد الأسي البسيط:

$$\tilde{Y}_6 = \tilde{Y}_{5+1} = 0.8 * 160 + 0.2 * 156.92 = 159.348$$

$$\tilde{Y}_6 = \tilde{Y}_7 = \tilde{Y}_8 = 159.348$$

التمهيد الأسي المزدوج:

$$\hat{Y}_6 = \hat{Y}_{5+1} = 160.32 + 1(13.6) = 173.92$$

$$\hat{Y}_7 = \hat{Y}_{5+2} = 160.32 + 2(13.6) = 187.52$$

$$\hat{Y}_8 = \hat{Y}_{5+3} = 160.32 + 3(13.6) = 201.12$$

2. نموذج هولت Holt: يستخدم في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة ذات المركبات العشوائية والاتجاه العام.

• مرحلة التمهيد:

$$\begin{cases} \tilde{Y}_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(\tilde{Y}_{t-1} + \tau_{t-1}) \\ \tau_t = \beta(\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1}) + (1 - \beta)\tau_{t-1} \end{cases}$$

• مرحلة التنبؤ داخل الفترة:

$$\hat{Y}_t = \tilde{Y}_{t-1} + r_{t-1}$$

• مرحلة التنبؤ خارج الفترة:

$$\hat{Y}_{T+h} = \tilde{Y}_T + h.r_T$$

حيث:

β : ثابت تمهيد الاتجاه العام

τ_t : القيمة الاتجاهية الممهدة في اللحظة t

القيم الأولية للانطلاق:

$$\tilde{Y}_1 = \tau_1 = \hat{Y}_1 = 0$$

$$\tilde{Y}_2 = \hat{Y}_2 = Y_1$$

$$\tau_2 = Y_2 - Y_1$$

مثال: لتكن السلسلة الزمنية Y_t كما يلي: $\alpha = 0.8, \beta = 0.2$

السنوات	t	Y_t	\tilde{Y}_t	τ_t	\hat{Y}_t
2019	1	100	0	0	0
2020	2	120	100	20	100
2021	3	125	124	20.8	120
2022	4	150	148.96	21.632	144.8
2023	5	160	162.1184	19.93728	170.592
2024	6				182.05568
2025	7				201.99296
2026	8				221.93024

تقنيات التنبؤ

$$\hat{Y}_6 = \hat{Y}_{5+1} = 162.1184 + 1(19.93728) = 182.05568$$

$$\hat{Y}_7 = \hat{Y}_{5+2} = 162.1184 + 2(19.93728) = 201.99296$$

$$\hat{Y}_8 = \hat{Y}_{5+3} = 162.1184 + 3(19.93728) = 221.93024$$

3. نموذج هولت وينترز Holt-Winters: يستخدم في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة ذات المركبات العشوائية،

الاتجاه العام والموسمية.

1.3. في النموذج الجمعي:

• مرحلة التمهيد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{Y}_t = \alpha(Y_t - S_{t-m}) + (1 - \alpha)(\tilde{Y}_{t-1} + \tau_{t-1}) \\ \tau_t = \beta(\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1}) + (1 - \beta)\tau_{t-1} \\ S_t = \gamma(Y_t - \tilde{Y}_t) + (1 - \gamma)S_{t-m} \end{array} \right.$$

• مرحلة التنبؤ داخل الفترة:

$$\hat{Y}_t = \tilde{Y}_{t-1} + \tau_{t-1} + S_{t-m}$$

• مرحلة التنبؤ خارج الفترة:

$$\hat{Y}_{T+h} = \tilde{Y}_T + h \cdot \tau_T + S_{T+h-2m}$$

حيث:

γ : ثابت تمهيد الموسمية

S_t : القيمة الموسمية الممهدة في اللحظة t

m : عدد المواسم خلال السنة

القيم الأولية للانطلاق:

$$S_t = Y_t - \bar{Y}$$

$$\tilde{Y}_m = \bar{Y}$$

$$\tau_m = 0$$

\bar{Y} : متوسط مشاهدات السنة الأولى

1.3. في النموذج التجميعي:

• مرحلة التمهيد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{Y}_t = \alpha(Y_t/S_{t-m}) + (1 - \alpha)(\tilde{Y}_{t-1} + \tau_{t-1}) \\ \tau_t = \beta(\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1}) + (1 - \beta)\tau_{t-1} \\ S_t = \gamma(Y_t/\tilde{Y}_t) + (1 - \gamma)S_{t-m} \end{array} \right.$$

• مرحلة التنبؤ داخل الفترة:

$$\hat{Y}_t = (\tilde{Y}_{t-1} + \tau_{t-1})S_{t-m}$$

• مرحلة التنبؤ خارج الفترة:

$$\hat{Y}_{T+h} = (\tilde{Y}_T + h \cdot \tau_T)S_{T+h-2m}$$

حيث:

$$S_t = Y_t/\bar{Y}$$

القيم الأولية للانطلاق:

$$\tilde{Y}_m = \bar{Y}$$

$$\tau_m = 0$$

تقنيات التنبؤ

مثال: إجابة السؤال الثامن، للتمرين الثاني من السلسلة الثالثة (تنبأ بقيم السلسلة الزمنية لعام 2023 باستخدام طريقة هولت-وينتر، علماً أن ثوابت التمهيد: $\alpha = 0.2, \beta = 0.3, \gamma = 0.1$)

السنوات	المواسم	t	Y_t	\tilde{Y}_t	τ_t	S_t	\hat{Y}_t
2018	الموسم الأول	1	550			-223.33	
	الموسم الثاني	2	750			-23.33	
	الموسم الثالث	3	1020	773.33	0	246.67	
2019	الموسم الأول	4	580	779.33	1.8	-220.996	550
	الموسم الثاني	5	790	787.57	3.732	-20.754	757.8
	الموسم الثالث	6	1070	797.7076	5.65368	249.23224	1037.972
2020	الموسم الأول	7	620	810.888224	7.9117632	-217.9852224	582.36528
	الموسم الثاني	8	850	829.1907898	11.02900397	-16.59767898	798.0459872
	الموسم الثالث	9	1150	852.329387	14.66188194	254.0760773	1089.452034
2021	الموسم الأول	10	630	863.1900596	13.52151915	-219.5057061	649.0060465
	الموسم الثاني	11	890	882.6887988	15.31468516	-14.20679096	860.1138998
	الموسم الثالث	12	1200	907.5875717	18.18991149	257.9097124	1152.079561
2022	الموسم الأول	13	620	908.5231278	13.01360486	-226.4074483	706.2717771
	الموسم الثاني	14	950	930.0707443	15.57380836	-10.7931863	907.3299417
	الموسم الثالث	15	1280	960.9336997	20.16055246	264.0253712	1203.554265
2023	الموسم الأول	16					761.588546
	الموسم الثاني	17					987.0480136
	الموسم الثالث	18					1279.325069

نفرض أن قيم السلسلة عبارة عن مجموع المركبات (نموذج جمعي)

$$\bar{Y}_{2018} = \frac{550 + 750 + 1020}{3} = 773.33$$

القيم الأولية للانطلاق :

$$\tilde{Y}_3 = \bar{Y}_{2018} = 773.33$$

$$\tau_3 = 0$$

$$S_1 = Y_1 - \bar{Y} = 550 - 773.33 = -223.33$$

$$S_2 = Y_2 - \bar{Y} = 750 - 773.33 = -23.33$$

$$S_3 = Y_3 - \bar{Y} = 1020 - 773.33 = 246.67$$

$$\tilde{Y}_4 = 0.2(Y_4 - S_{4-3}) + (0.8)(\tilde{Y}_{4-1} + \tau_{4-1})$$

$$\tilde{Y}_4 = 0.2(580 - (-223.33)) + 0.8(773.33 + 0) = 779.33$$

$$\tau_4 = 0.3(\tilde{Y}_4 - \tilde{Y}_{4-1}) + (0.7)\tau_{4-1}$$

$$\tau_4 = 0.3(779.33 - 773.33) + (0.7)0 = 1.8$$

$$S_4 = 0.1(Y_4 - \tilde{Y}_4) + (0.9)S_{4-3}$$

$$S_4 = 0.1(580 - 779.99) + (0.9)(-223.33) = -220.996$$

التمهيد

$$\hat{Y}_4 = \tilde{Y}_{4-1} + \tau_{4-1} + S_{4-3} = 773.33 + 0 - 223.33 = 550$$

$$\hat{Y}_{16} = \tilde{Y}_{15} + (1) \cdot \tau_{15} + S_{16-2*3} = 960.9337 + 20.16055 - 219.50571 = 761.58855$$

التنبؤ