

Chapitre 4. Calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple

E.L.U.R. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

On considère des éléments fléchis (poutres, dalles de planchers etc.) en béton armé.

Les sollicitations normales sont celles qui peuvent être équilibrées à l'aide des contraintes normales développées sur les sections droites des pièces (B.A.E.L. A.4) par :

- compression du béton essentiellement (zone comprimée);
- traction des aciers (zone tendue).

Le principe des justifications (B.A.E.L. A.1.2.) conduit à considérer :

- les états limites ultimes, en particulier l'état limite ultime de résistance (E.L.U.R.);
- les états limites de service (E.L.S.).

But et démarche proposée

Le présent chapitre a pour but d'étudier et d'appliquer les méthodes de détermination simple et rapide d'une section de béton armé en effectuant deux étapes principales :

1. Contrôler en une seule phase si :

- la section est sans armature comprimée ($\gamma_s = 0$);
- la contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S. est respectée ($\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$). (B.A.E.L. A.4.5.2)

2. Déterminer l'armature longitudinale par l'une des méthodes suivantes :

- calcul direct;
- utilisation de tableaux numériques.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, la détermination de l'armature tendue est obtenue par un seul calcul effectué à l'E.L.U.R., qui tient compte de la limite σ_{bc} imposée en service.

La vérification des contraintes à l'E.L.S. n'est donc pas nécessaire mais peut servir à contrôler les résultats obtenus.

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.3.)

- **Béton** : diagramme rectangulaire simplifié relatif aux déformations - contraintes en compression.

N.B. Les contraintes de traction sont négligées dans les calculs.

- **Acier** : diagramme bilinéaire de calcul (traction et compression).

- **Adhérence** : pas de glissement entre acier et béton.

- **Déformations limites** : suivant la règle des «trois pivots» qui impose en flexion simple d'atteindre l'un des pivots A ou B.

- Pivot A : allongement des aciers limité à 10‰
- Pivot B : raccourcissement du béton limité à 3,5‰

N.B. Voir également chapitre 6 «Bétons et aciers - Caractéristiques» et chapitre 7 «Déformations et contraintes de calcul».

2. Contraintes de calcul

(B.A.E.L. A.4.3.4.)

- **Contrainte de compression du béton**

Cas courants :

($j \geq 28$ jours et $\gamma_s = 1,5$)

$$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{cj}}{1,5}$$

- **Contrainte de traction des aciers**

Cas courants ($\gamma_s = 1,15$) :

$$f_{su} = f_e / \gamma_s$$

- Acier HA Fe E 400 :

$$f_{su} = 347,8 \text{ MPa si } 1,74\% \leq \varepsilon_s \leq 10\%$$

- Acier HA Fe E 500 :

$$f_{su} = 434,8 \text{ MPa si } 2,17\% \leq \varepsilon_s \leq 10\%$$

- **Contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S.**

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

- **Résistance caractéristique du béton en traction**

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

N.B. Voir chapitre 6 et 7 et Annexe 2.

3. Combinaisons

On distingue les cas suivants :

- une seule travée sans porte à faux ;
- plusieurs travées sans porte à faux ;
- poutres avec porte à faux ;

En général, dans les travées chargées, on prend à l'E.L.U.R. :

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

N.B. Revoir le chapitre 5.

4. Calcul des sollicitations

- Moment ultime : $M_u = 1,35 M(G) + 1,5 M(Q_B)$
- Moment en service : $M_{ser} = M(G) + M(Q_B)$
- Rapport des moments :

$$1,35 \leq \gamma \leq 1,5$$

Remarque: la valeur de γ intervient dans le calcul du moment critique à l'E.L.U.R. (voir paragraphe 6).

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante soumise à un moment de flexion simple.

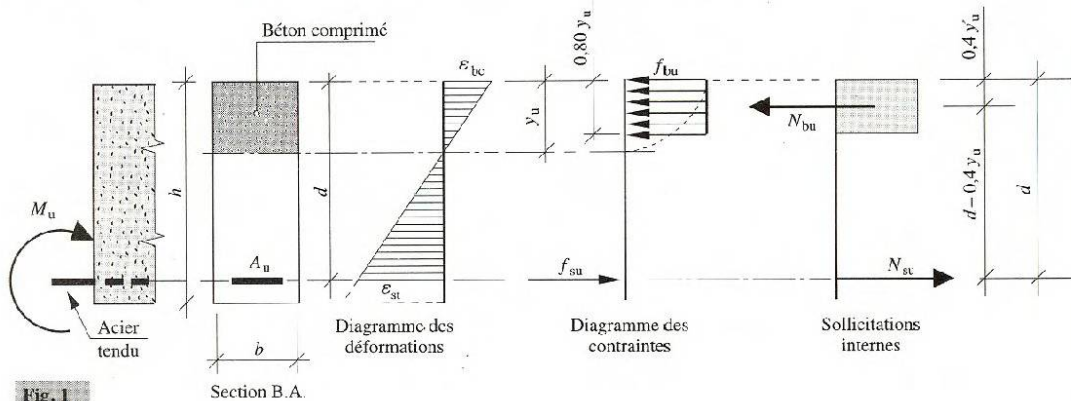


Fig. 1 Section rectangulaire B. A. : conditions d'équilibre

5.1 Équations d'équilibre

• Équilibre des efforts normaux :

$$\sum_{proj. Ox} \{ \vec{F} \} = \vec{0} \text{ soit}$$

effort de compression du béton
effort de traction des aciers

$$N_{bu} = N_{su}$$

$$0,80 y_u \cdot b \cdot f_{bu} = A_u \cdot f_{su} \quad (1)$$

• Bras de levier (symbole z_u)

$$z_u = d - 0,40 y_u \quad (2)$$

• Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus

$$\sum M/A \{ \vec{F} \} = \vec{0}, \text{ soit}$$

moment de flexion
effort de compression
bras de levier

$$M_u = N_{bu} \times z_u$$

$$M_u = (0,80 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) (d - 0,4 y_u) \quad (3)$$

• Expression de M_u

Avec (1) et (2) on obtient :

$$M_u = A_u \cdot f_{su} \cdot z_u \quad (3')$$

5.2 Paramètres de calcul

- **Position relative de la fibre neutre dans la section** (symbole α_u)

$$\alpha_u = y_u / d \quad (4)$$

- **Pourcentage mécanique :**

On pose :

$$\rho_u = \frac{A_u}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{su}}{f_{tu}} \quad (5)$$

- L'équation (1) devient :

$$0,80 \alpha_u = \rho_u$$

- **Bras de levier réduit** (symbole β_u)

On pose $\beta_u = z_u / d$ soit $\beta_u = 1 - 0,40 \alpha_u$ (6)

- **Moment ultime réduit :** μ_{bu}

$$M_u = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) b \cdot d^2 \cdot f_{bu}$$

En posant :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \quad (7)$$

on obtient l'expression du moment ultime réduit :

$$\mu_{bu} = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) \quad (8)$$

- **Expression de α_u en fonction de μ_{bu}**

$$\alpha_u = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right) \quad (9)$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Préciser les étapes du calcul à l'E.L.U.R. pour déterminer la section d'armature A_u en utilisant les paramètres de calcul :

$$\mu_{bu}; \alpha_u; \beta_u$$

On utilisera les formules précédentes (n° 1 à 9).

Remarque : dans cette première approche, il n'est pas tenu compte de la notion de « moment critique » définie ci-après (paragraphe 5).

Données

- Section utile du béton : $b; d$
- Contraintes de calcul
 - béton : f_{bu}
 - acier : f_{su}
- Moment agissant ultime : M_u

Réponse

Étapes principales :

1. Calcul du moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

2. Position relative de la fibre neutre :

$$\alpha_u = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right)$$

3. Bras de levier réduit :

$$\beta_u = 1 - 0,4 \alpha_u$$

4. Section d'armature. La formule (3') donne :

$$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Déterminer le pivot à considérer A ou B à l'aide du paramètre :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

Indications

- Partir du diagramme de déformation de la section en considérant :
 - le pivot A $\rightarrow \epsilon_{st} = 10\text{‰}$
 - le pivot B $\rightarrow \epsilon_{pc} = 3,5\text{‰}$
- Tracer la ligne qui joint A et B.
- Établir une relation entre triangles semblables pour obtenir la valeur particulière de $\alpha_u = y_u / d$.

- Calculer μ_{bu} en fonction de α_u

- En déduire la règle pratique de détermination des pivots (pivot A ou pivot B).

Réponse

- Diagramme de déformation de la section :

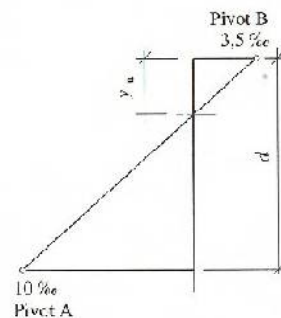


Fig. 2

- Relation entre triangles:

$$\frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{hc} + \epsilon_{st}} = \frac{3,5}{13,5} = \frac{y_u}{d} = \alpha_u$$

soit $\alpha_u = 0,259$

- Valeur correspondante de μ_{bu} :

$$\mu_{bu} = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) = 0,186$$

- Détermination des pivots:

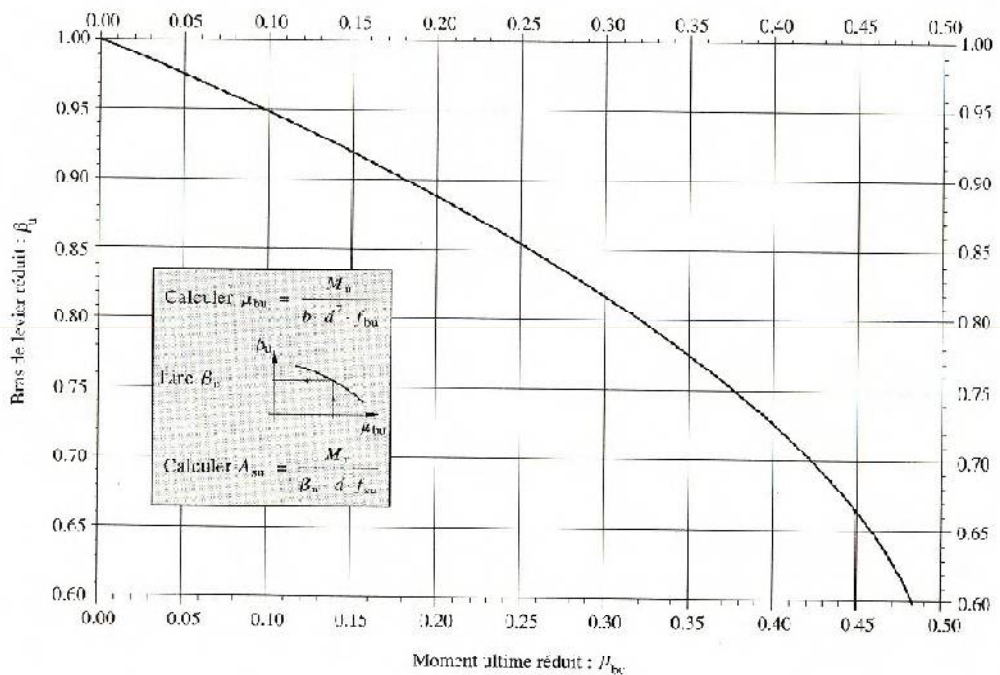
$$\mu_{bu} \leq 0,186 \text{ pivot A}$$

$$\mu_{bu} \geq 0,186 \text{ pivot B}$$

EXERCICE 4 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondant aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après qui donne β_u en fonction de μ_{bu} :

Section I	Établissement du graphique $\mu_{bu} \rightarrow \beta_u$	Section II
$M_L = 0,044 \text{ MNm}$ $b = 15 \text{ cm}$ $d = 30 \text{ cm}$ $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa}$ $f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$ $\mu_{bu} = 0,2300$	$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$ $\alpha_u = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}})$ $\beta_u = 1 - 0,40 \alpha_u$ <p>soit</p> $\beta_u = 0,5 (1 + \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}})$	$M_L = 0,238 \text{ MNm}$ $b = 25 \text{ cm}$ $d = 50 \text{ cm}$ $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa}$ $f_{su} = 434,8 \text{ MPa}$ $\mu_{bu} = 0,2688$



N.B. Les valeurs de μ_{bu} sont limitées par celles des moments ultimes réduits explicités au paragraphe suivant pour avoir une section sans aciers comprimés.

E.L.S. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

Les éléments de structures B.A. soumis à un moment de flexion simple sont généralement calculés à l'état limite de service dans les cas suivants :

- fissuration préjudiciable (F.P.),
- fissuration très préjudiciable (F.T.P.)

Exemples d'ouvrages :

- poutres de rive soumises aux intempéries,
- poutres intérieures de sous-sol soumises aux condensations,
- longrines de fondations en terrain humide et parfois agressif.

Bur

Ce chapitre a pour but d'exposer les procédés de détermination des sections d'armatures tendues suivant les cas de fissuration (calcul direct ou utilisation de tableaux numériques).

Le principe de justification vis-à-vis de la durabilité de la structure conduit à s'assurer du non-dépassement des contraintes limites de calcul à l'E.L.S. :

- de compression du béton (B.A.E.L. A.4.5.2),
- de traction des aciers suivant le cas de fissuration envisagé (B.A.E.L. A.4.5.3; état limite d'ouverture des fissures) - F.P. ou F.T.P.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, le calcul F.L.U.R. sans armature comprimée est déterminant (voir chapitre 11).

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.5.2)

- Les vérifications à effectuer portent sur :
 - l'état limite de compression du béton (A.4.5.2);
 - l'état limite d'ouverture des fissures (A.4.5.3).
- Les règles de calcul en section courante tiennent compte des hypothèses suivantes :
 - hypothèse de Navier (section plane avant et après déformation);
 - résistance du béton tendu négligée;
 - béton et acier sont considérés comme matériaux linéairement élastiques;
 - adhérence mutuelle entre béton et acier sans glissement relatif;
 - coefficient d'équivalence n pris égal à 15.

$$n = \frac{E_s \text{ (module d'élasticité de l'acier)}}{E_b \text{ (module d'élasticité du béton)}}$$

N.B. Voir également chapitre 2, paragraphe 5: «Applications aux sections courantes de béton armé».

2. Contraintes de calcul

(à l'E.L.S.)

- Contrainte de compression du béton limitée à :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

- Contrainte de traction des aciers limitée suivant les cas de fissuration :

- fissuration préjudiciable (F.P.) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \inf \left(2/3 f_{te} ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right)$$

- fissuration très préjudiciable (F.T.P.) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \inf \left(0,5 f_{te} ; 90 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right)$$

où η = coefficient de fissuration de l'acier utilisé
 f_{tj} = résistance caractéristique du béton à la traction.

N.B. Se reporter à l'Annexe 2: «Tableau des contraintes limites à l'E.L.S.».

3. Combinaisons d'actions

- Les combinaisons de base pour les cas courants ont été définies au chapitre 5.
- En général, dans les travées chargées, on considère à l'E.L.S. :

$$G + Q_B$$

G : charge permanente
 Q_B : charge d'exploitation

Voir chapitre 4: «Actions permanentes et variables».

Rappel. A l'E.L.U.R. la combinaison de base pour les cas courants et pour les travées chargées est:

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

Elle sert au calcul du rapport des moments: $\gamma = M_u / M_{ser}$.

4. Calcul des sollicitations

- Moment à l'E.L.S. :

$$M_{ser} = M(G) + M(Q_B)$$

- Moment ultime à l'E.L.U.R.

$$M_u = 1,35 M(G) + 1,5 M(Q_B)$$

- Rapport des moments:

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} \text{ avec } 1,35 \leq \gamma \leq 1,5$$

N.B. La valeur de γ intervient pour la détermination du moment ultime critique en service pour justifier que:

- $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ → contrainte de compression non dépassée
- $A_s = 0$ → section sans armature comprimée.

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante d'une poutre soumise à un moment de flexion simple.

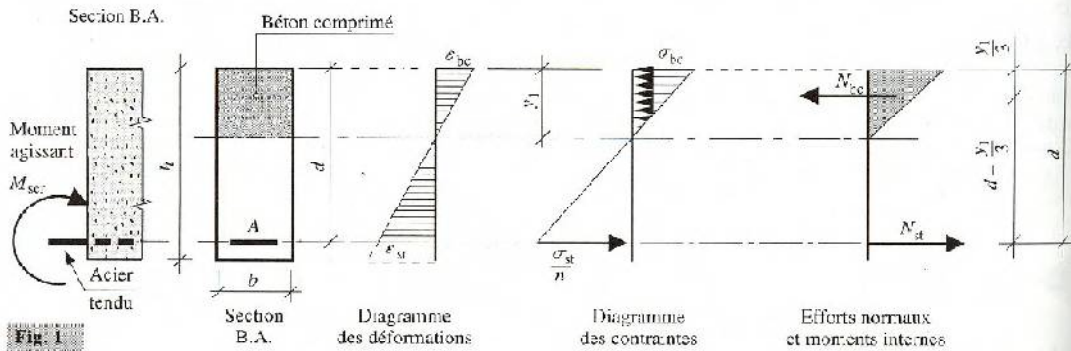


Fig. 1

Section rectangulaire B.A. : conditions d'équilibre à l'E.L.S.

5.1 Équations d'équilibre

- Équilibre des efforts normaux

$$\sum_{proj. Ox} \{ \vec{F}_{int} \} = 0, \text{ soit}$$

$$\underbrace{\text{effort de compression du béton}}_{N_{bc}} = \underbrace{\text{effort de traction de l'acier}}_{N_s}$$

$$b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \quad (1)$$

- Bras de levier (symbole z_1)

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} \quad (2)$$

- Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus

$$\vec{M}_{ser} = \sum M/A \{ \vec{F}_{int} \}, \text{ soit}$$

$$\underbrace{\text{moment de flexion}}_{M_{ser}} = \underbrace{\text{effort de compression}}_{N_{bc}} \times \underbrace{\text{bras de levier}}_{z_1}$$

$$M_{ser} = b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} \left(d - \frac{y_1}{3} \right) \quad (3)$$

- Expression de M_{ser} . Avec (1) et (2) on obtient:

$$M_{ser} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \cdot z_1 \quad (3')$$

itions

1.5

uation du
r que:
n dépassée
mée.



u C.d.G.

bras
levier

$$z_1 \quad (3)$$

obtient:

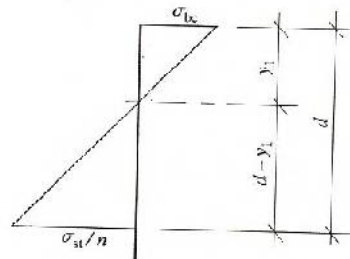
$$(3')$$

- Relation dans le diagramme des contraintes de la section homogénéisée

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{st}} = \frac{y_1}{d - y_1}, \text{ soit}$$

$$\frac{y_1}{d} = \frac{n \cdot \sigma_{bc}}{n \cdot \sigma_{bc} + \sigma_{st}}$$

Fig. 2



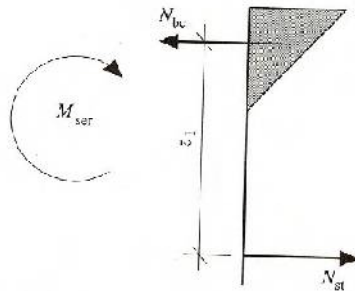
Remarque

Avec l'équation (3') et $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$, on obtient

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \bar{\sigma}_{st}} \quad (3'')$$

Fig. 3

Moment appliqué: $M_{ser} = N_{st} \cdot z_1$



5.2 Paramètres de calcul

- Position relative de la fibre neutre par rapport à la fibre la plus comprimée

$$\alpha_1 = y_1 / d \quad (4)$$

En posant: $\rho = \frac{A_{ser}}{b \cdot d}$ et $K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$

L'équation (1) devient:

$$\rho = \frac{\alpha_1}{2K} \quad (5)$$

- Bras de levier réduit (symbole β_1)

$$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$$

- Moment de service réduit par rapport au C.c de l'armature

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}$$

En posant: $\mu_b = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}}$

l'expression du moment de service réduit du bé (7) devient:

$$\mu_b = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2}$$

- Les triangles semblables du diagramme des contraintes permettent d'écrire:

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{st}} = \frac{\alpha_1}{n(1 - \alpha_1)}$$

En utilisant (9), l'équation (7) devient:

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}$$

En posant:

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}}$$

on obtient le moment de service réduit de l'acier:

$$\mu_s = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} \quad (1)$$

Remarque

Les paramètres suivants: μ_b , μ_s , β_1 , K et ρ dépendent du paramètre α_1 .

Lorsque $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$, on calcule μ_s par:

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{st}}$$

Par simple lecture de tableaux numériques, on a:

$$\mu_s \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \beta_1 \rightarrow K \rightarrow \rho$$

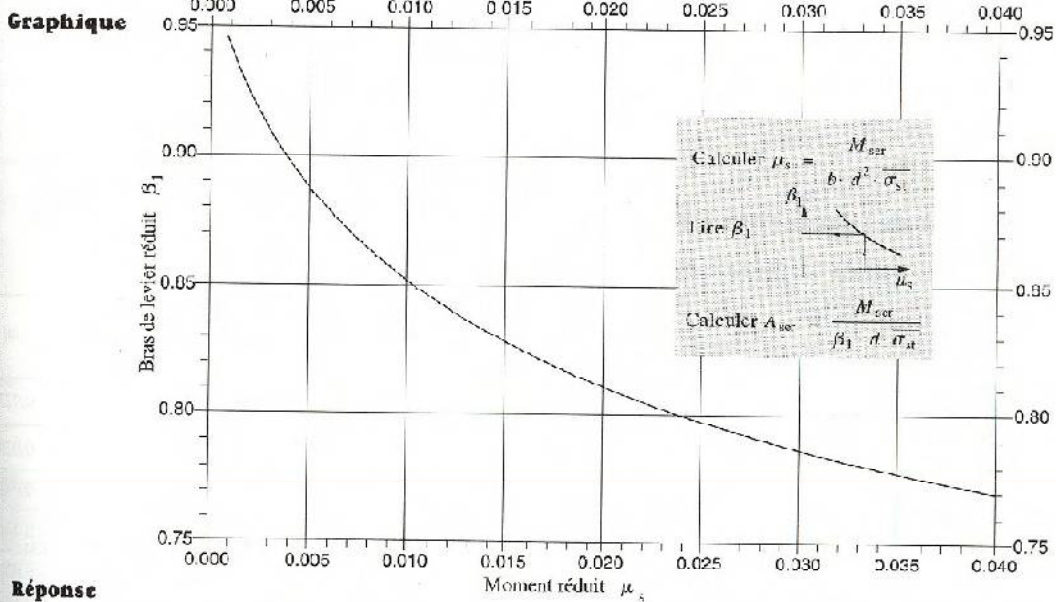
La détermination de la section d'armature est immédiate:

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_{st}} \quad \text{ou} \quad A_{ser} = \rho \cdot b \cdot d$$

EXERCICE 3 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondantes aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après avec $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$.

Section I Cas de fissuration: F.P.	Construction du graphique $\mu_s \rightarrow \beta_1$	Section II Cas de fissuration: F.T.P
$M_{ser} = 0,2784 \text{ MNm}$	$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{st}}$ (par définition)	$M_{ser} = 0,1427 \text{ MNm}$
$b = 0,20 \text{ m}$ $d = 0,60 \text{ m}$	$\mu_s = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)}$ (équation 10)	$b = 0,18 \text{ m}$ $d = 0,50 \text{ m}$
$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ Fe E 400 HA	α_1 est obtenu en résolvant (10)	$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ Fe E 500 HA
$\mu_s = 0,0179$	$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$ et	$\mu_s = 0,0157$



Réponse

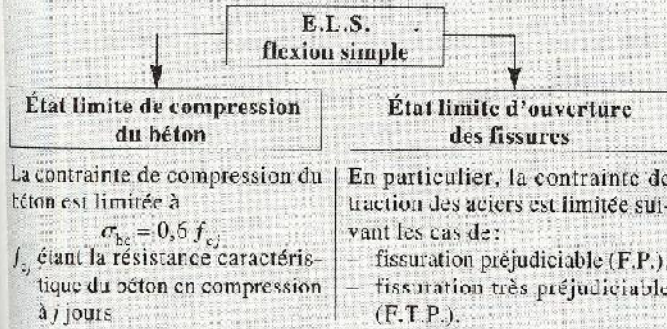
Lecture du graphique Section I	Calcul direct		Lecture du graphique Section II
	Section I	Section II	
$\mu_s = 0,0179 \rightarrow \beta_1 = 0,816$ $z_1 = 0,489 \text{ m}$ $A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \bar{\sigma}_{st}} = 26,35 \text{ cm}^2$	$\beta_1 = 0,818$ $z_1 = 0,491 \text{ m}$ $A_{ser} = 26,25 \text{ cm}^2$	Calcul à effectuer	$\mu_s = 0,0157 \rightarrow \beta_1 = 0,827$ $z_1 = 0,414 \text{ m}$ $A_{ser} = 17,06 \text{ cm}^2$

N.B. Les valeurs du moment limite de l'acier μ_s sont limitées par celles du moment réduit limite $\mu_{s,lim}$ à ne pas dépasser pour satisfaire à la fois les justifications à l'E.L.S. et à l'E.L.U.R. (Cas d'une section rectangulaire sans armature comprimée.)

Vérification des sections

But

Les vérifications à effectuer concernent les états limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure (B.A.E.L. A.4.5).

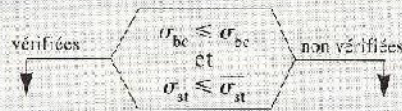


On pourra se reporter au chapitre 7: «Déformations et contraintes de calcul» et on consultera l'Annexe 2.

Démarche

Les différentes étapes de ce chapitre sont les suivantes:

1. Hypothèses de calcul fixées par le règlement (B.A.E.L. A.4.5.1).
2. Caractéristiques géométriques de la section homogénéisée (position de l'axe neutre et calcul du moment quadratique).
3. Expression de la contrainte normale en un point par les formules classiques de la résistance des matériaux dans l'hypothèse d'un comportement linéairement élastique des matériaux associés.
4. Vérifications des contraintes (justifications des sections):



Les sections béton et acier conviennent.

soit en raison de:

- section insuffisante d'acier;
- dimensions de la section de béton non conformes (b ou h);
- choix de caractéristiques des matériaux non adaptés ($f_{c,28}$ ou $f_{c,d}$).

N.B. L'état limite de déformation n'est pas envisagé dans ce chapitre (par exemple: limitation de flèche des éléments soumis à la flexion).

N.B. Dans tous les cas, le calcul à l'E.L.U.R. doit être également satisfait.

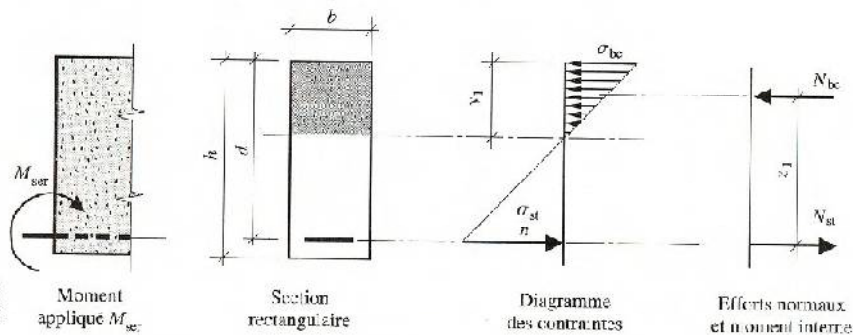
1 Hypothèses de calcul

Rappels (voir chapitre 12)

- Hypothèses de Navier
- Résistance du béton tendu négligée
- Coefficient d'équivalence pris égal à 15 ($n = E_s / E_c$)
- Béton et acier considérés comme matériaux linéairement élastiques
- Contraintes limites de calcul à l'E.L.S.: voir détails chapitre 7 (fig. 6).

Notations

- M_{scr} : moment de service
- σ_{bc} : contrainte de compression du béton
- σ_{st} : contrainte de compression de l'acier
- σ_{st} : contrainte de traction de l'acier.



Combinaisons d'actions pour le calcul à l'E.L.S.

Combinaison de base (cas courants):

$$G + Q_R$$

Pour les différents cas de chargement, se reporter au chapitre 5: «Calcul des sollicitations».

2 Caractéristiques géométriques

2.1 Position de l'axe neutre d'une section rectangulaire homogénéisée

(distance y_1 par rapport à la fibre la plus comprimée)

- Équation dite du moment statique par rapport à la fibre neutre:

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} + n \cdot A'_s (y_1 - d') - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1)$$

La résolution de cette équation donne la valeur de y_1 (fig. 1).

Si la section n'a pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (1) devient:

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1')$$

2.2 Moment quadratique par rapport à l'axe neutre

(symbole I_x)

- Éléments géométriques connus: b, d, d', A'_s, A_s
- Expression du moment quadratique:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A'_s (y_1 - d')^2 - n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2)$$

Si la section ne comporte pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (2) devient:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2')$$

NB Voir le chapitre 3: «Caractéristiques géométriques des sections», se reporter aux exercices du paragraphe 5: «Applications aux sections courantes en B.A.» et à la figure 6 du chapitre 7.

3. Contrainte normale au niveau d'une fibre

L'expression de la contrainte normale en un point est donnée, compte tenu des hypothèses précédentes, par la formule classique de résistance de matériaux :

$$\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot y$$

- σ (MPa) : contrainte en un point au niveau d'une fibre
 M (MNm) : moment agissant dans la section
 I_x (m⁴) : moment quadratique
 y (m) : distance de l'axe neutre à la fibre considérée.

Dans le cas du béton armé, on considère dans la section homogénéisée :

- la fibre la plus comprimée du béton pour évaluer la contrainte σ_{bc} à une distance y_1 de l'axe neutre → équation (3) ci-après ;
- la fibre située au niveau du C.d.G. des aciers comprimés à une distance $(y_1 - d')$ pour trouver σ_{sc} → équation (4) ci-après ;
- la fibre la plus tendue de l'acier au niveau du C.d.G. de l'armature tendue à une distance $(d - y_1)$ de l'axe neutre pour trouver la contrainte σ_{st} → équation (5) ci-après.

Contraintes de compression

• Béton:
$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 \quad (3)$$

• Acier:
$$\sigma_{sc} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (y_1 - d') \quad (4)$$

Contrainte de traction de l'acier

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) \quad (5)$$

Remarque: la contrainte de l'acier est n fois plus forte que celle du béton au niveau d'une même fibre (voir équations (4) et (5)).

N.B. Les contraintes limites de calcul du béton et de l'acier sont données dans l'Annexe 2.

4. Contrôle complémentaire des résultats

Équilibre des efforts normaux de compression et de traction

- Section sans armature comprimée :

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

- Section avec armature comprimée :

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} + A'_s \cdot \sigma_{sc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

N.B. Cela est conforme aux équations d'équilibre dans une section; chapitre 12, paragraphe 5.

Équilibre des moments

Moment agissant = Moment interne

$$M_{ser} = \text{effort de compression} \times \text{bras de levier}$$

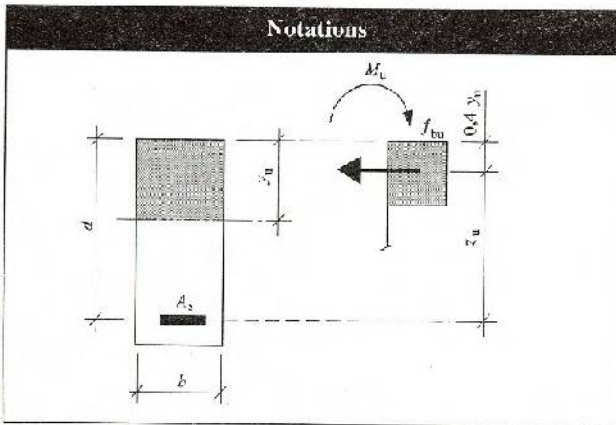
ou

$$M_{ser} = \text{effort de traction} \times \text{bras de levier}$$

Annexe

4 Tableaux de calcul à l'E.L.U.R.

- Flexion simple – Section rectangulaire
- Aciers naturels: f_e E 400 → ①
 f_e E 500 → ②
- Béton: diagramme rectangulaire simplifié



Contraintes de calcul		Paramètres	
Béton		$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}}$ $\alpha_u = \frac{x_u}{d}$ $\beta_u = \frac{z_u}{d}$	
$f_{bu} = \frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$ $\gamma_b = 1,5$	$\varepsilon_{st} : \text{allongement armature } A_u$ $\nu : \text{pourcentage mécanique}$ $\rho_u = \frac{A_u}{b d} \cdot \frac{f_{su}}{f_{bu}}$		
Acier			
$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1,15$			

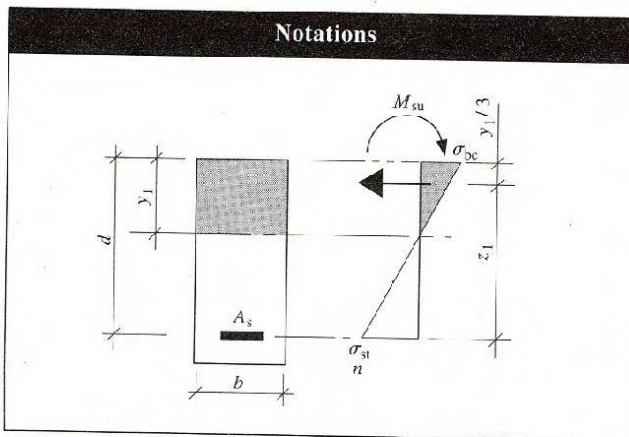
μ_{bu}	α_u	β_u	ε_{st}	ρ_u	
				①	②
0.000	0.000	1.0000	10.000	0.000	0.000
0.002	0.003	0.9990	10.000	0.002	0.002
0.004	0.005	0.9980	10.000	0.004	0.004
0.006	0.008	0.9970	10.000	0.006	0.006
0.008	0.010	0.9960	10.000	0.008	0.008
0.010	0.013	0.9950	10.000	0.010	0.010
0.012	0.015	0.9940	10.000	0.012	0.012
0.014	0.018	0.9930	10.000	0.014	0.014
0.016	0.020	0.9919	10.000	0.016	0.016
0.018	0.023	0.9909	10.000	0.018	0.018
0.020	0.025	0.9899	10.000	0.020	0.020
0.022	0.028	0.9889	10.000	0.022	0.022
0.024	0.030	0.9879	10.000	0.024	0.024
0.025	0.033	0.9868	10.000	0.026	0.026
0.028	0.036	0.9858	10.000	0.028	0.028
0.030	0.038	0.9848	10.000	0.030	0.030
0.032	0.041	0.9837	10.000	0.032	0.032
0.034	0.043	0.9827	10.000	0.034	0.034
0.036	0.046	0.9817	10.000	0.037	0.037
0.038	0.048	0.9806	10.000	0.039	0.039
0.040	0.051	0.9796	10.000	0.041	0.041
0.042	0.054	0.9785	10.000	0.043	0.043
0.044	0.056	0.9775	10.000	0.045	0.045
0.046	0.059	0.9764	10.000	0.047	0.047
0.048	0.062	0.9754	10.000	0.049	0.049
0.050	0.064	0.9743	10.000	0.051	0.051
0.052	0.067	0.9733	10.000	0.053	0.053
0.054	0.069	0.9722	10.000	0.056	0.056
0.056	0.072	0.9712	10.000	0.058	0.058
0.058	0.075	0.9701	10.000	0.060	0.060
0.060	0.077	0.9690	10.000	0.062	0.062
0.062	0.080	0.9680	10.000	0.064	0.064
0.064	0.083	0.9669	10.000	0.066	0.066
0.066	0.085	0.9658	10.000	0.068	0.068
0.068	0.088	0.9648	10.000	0.070	0.070
0.070	0.091	0.9637	10.000	0.072	0.072
0.072	0.093	0.9626	10.000	0.075	0.075
0.074	0.096	0.9615	10.000	0.077	0.077
0.076	0.099	0.9604	10.000	0.079	0.079
0.078	0.102	0.9593	10.000	0.081	0.081
0.080	0.104	0.9583	10.000	0.083	0.083
0.082	0.107	0.9572	10.000	0.085	0.085
0.084	0.110	0.9561	10.000	0.088	0.088
0.086	0.113	0.9550	10.000	0.090	0.090
0.088	0.115	0.9539	10.000	0.092	0.092
0.090	0.118	0.9528	10.000	0.094	0.094
0.092	0.121	0.9517	10.000	0.097	0.097
0.094	0.124	0.9506	10.000	0.099	0.099
0.096	0.126	0.9494	10.000	0.101	0.101
0.098	0.129	0.9483	10.000	0.103	0.103

ρ_{min}	α_u	β_u	e_{st}	ρ_u		μ_u	α_u	β_u	e_{st}	ρ_u		μ_u	α_u	β_u	e_{st}	ρ_u	
				①	②					①	②					①	②
0.100	0.132	0.9472	10.000	0.106	0.106	0.200	0.282	0.9673	3.922	0.225	0.225	0.300	0.489	0.8162	4.118	0.368	0.368
0.102	0.135	0.9461	10.000	0.108	0.109	0.202	0.285	0.9660	3.731	0.228	0.228	0.302	0.493	0.8146	4.073	0.371	0.371
0.104	0.138	0.9450	10.000	0.110	0.110	0.204	0.288	0.9647	3.543	0.231	0.231	0.304	0.497	0.8130	3.989	0.374	0.374
0.106	0.140	0.9438	10.000	0.112	0.112	0.206	0.291	0.9634	3.357	0.233	0.233	0.306	0.491	0.8114	3.925	0.377	0.377
0.108	0.143	0.9427	10.000	0.115	0.115	0.208	0.295	0.9621	3.174	0.236	0.236	0.308	0.478	0.8098	3.862	0.380	0.380
0.110	0.146	0.9416	10.000	0.117	0.117	0.210	0.298	0.9608	3.024	0.238	0.238	0.310	0.475	0.8082	3.800	0.384	0.384
0.112	0.149	0.9405	10.000	0.119	0.119	0.212	0.301	0.9595	2.816	0.241	0.241	0.312	0.484	0.8066	3.739	0.387	0.387
0.114	0.152	0.9393	10.000	0.121	0.121	0.214	0.305	0.9582	2.790	0.244	0.244	0.314	0.488	0.8050	3.678	0.390	0.390
0.116	0.155	0.9382	10.000	0.124	0.124	0.216	0.308	0.9568	2.866	0.246	0.246	0.316	0.492	0.8033	3.610	0.393	0.393
0.118	0.157	0.9370	10.000	0.126	0.126	0.218	0.311	0.9555	2.748	0.249	0.249	0.318	0.496	0.8017	3.557	0.397	0.397
0.120	0.160	0.9359	10.000	0.128	0.128	0.220	0.315	0.9542	2.628	0.252	0.252	0.320	0.500	0.8000	3.500	0.400	0.400
0.122	0.163	0.9347	10.000	0.131	0.131	0.222	0.318	0.9528	2.509	0.254	0.254	0.322	0.504	0.7983	3.442	0.403	0.403
0.124	0.166	0.9336	10.000	0.133	0.133	0.224	0.321	0.9513	2.394	0.257	0.257	0.324	0.508	0.7966	3.385	0.407	0.407
0.126	0.169	0.9324	10.000	0.135	0.135	0.226	0.325	0.9501	2.280	0.260	0.260	0.326	0.515	0.7950	3.328	0.410	0.410
0.128	0.173	0.9313	10.000	0.137	0.137	0.228	0.328	0.9488	2.169	0.262	0.262	0.328	0.517	0.7933	3.272	0.413	0.413
0.130	0.175	0.9301	10.000	0.140	0.140	0.230	0.331	0.9474	2.060	0.265	0.265	0.330	0.521	0.7916	3.216	0.417	0.417
0.132	0.178	0.9290	10.000	0.142	0.142	0.232	0.335	0.9461	1.952	0.268	0.268	0.332	0.525	0.7898	3.161	0.420	0.420
0.134	0.181	0.9278	10.000	0.144	0.144	0.234	0.338	0.9447	1.847	0.271	0.271	0.334	0.530	0.7881	3.107	0.424	0.424
0.136	0.185	0.9266	10.000	0.147	0.147	0.236	0.342	0.9434	1.743	0.273	0.273	0.336	0.534	0.7864	3.053	0.427	0.427
0.138	0.186	0.9254	10.000	0.149	0.149	0.238	0.345	0.9419	1.640	0.276	0.276	0.338	0.538	0.7846	3.000	0.431	0.431
0.140	0.189	0.9243	10.000	0.151	0.151	0.240	0.349	0.9404	1.540	0.279	0.279	0.340	0.543	0.7828	2.947	0.434	0.434
0.142	0.192	0.9231	10.000	0.154	0.154	0.242	0.352	0.9389	1.441	0.282	0.282	0.342	0.547	0.7811	2.895	0.438	0.438
0.144	0.195	0.9219	10.000	0.156	0.156	0.244	0.356	0.9373	1.343	0.284	0.284	0.344	0.552	0.7793	2.843	0.441	0.441
0.146	0.198	0.9207	10.000	0.157	0.157	0.246	0.359	0.9358	1.247	0.287	0.287	0.346	0.556	0.7775	2.792	0.445	0.445
0.148	0.201	0.9195	10.000	0.161	0.161	0.248	0.363	0.9343	1.153	0.290	0.290	0.348	0.561	0.7757	2.741	0.449	0.449
0.150	0.204	0.9183	10.000	0.163	0.163	0.250	0.366	0.9328	1.060	0.293	0.293	0.350	0.565	0.7739	2.691	0.452	0.452
0.152	0.207	0.9171	10.000	0.166	0.166	0.252	0.370	0.9313	0.968	0.296	0.296	0.352	0.570	0.7720	2.641	0.456	0.456
0.154	0.210	0.9159	10.000	0.168	0.168	0.254	0.373	0.9297	0.878	0.299	0.299	0.354	0.575	0.7702	2.592	0.460	0.460
0.156	0.213	0.9147	10.000	0.171	0.171	0.256	0.377	0.9282	0.789	0.301	0.301	0.356	0.579	0.7683	2.543	0.463	0.463
0.158	0.216	0.9135	10.000	0.173	0.173	0.258	0.380	0.9267	0.701	0.304	0.304	0.358	0.584	0.7665	2.495	0.467	0.467
0.160	0.219	0.9123	10.000	0.175	0.175	0.260	0.384	0.9251	0.615	0.307	0.307	0.360	0.589	0.7646	2.447	0.471	0.471
0.162	0.222	0.9111	10.000	0.178	0.178	0.262	0.388	0.9235	0.530	0.310	0.310	0.362	0.593	0.7627	2.399	0.475	0.475
0.164	0.225	0.9099	10.000	0.180	0.180	0.264	0.391	0.9219	0.446	0.313	0.313	0.364	0.598	0.7608	2.352	0.478	0.478
0.166	0.228	0.9087	10.000	0.183	0.183	0.266	0.395	0.9203	0.364	0.316	0.316	0.366	0.603	0.7588	2.305	0.482	0.482
0.168	0.231	0.9074	10.000	0.185	0.185	0.268	0.399	0.9187	0.282	0.319	0.319	0.368	0.608	0.7569	2.259	0.486	0.486
0.170	0.234	0.9062	10.000	0.188	0.188	0.270	0.402	0.9171	0.202	0.322	0.322	0.370	0.613	0.7550	2.213	0.490	0.490
0.172	0.238	0.9050	10.000	0.190	0.190	0.272	0.406	0.9155	0.123	0.325	0.325	0.372	0.618	0.7530	2.168	0.494	0.494
0.174	0.241	0.9037	10.000	0.193	0.193	0.274	0.410	0.9139	0.045	0.328	0.328	0.374	0.623	0.7510	2.122	0.498	0.498
0.176	0.244	0.9025	10.000	0.195	0.195	0.276	0.413	0.9123	0.068	0.331	0.331	0.376	0.628	0.7490	2.078	0.502	0.502
0.178	0.247	0.9012	10.000	0.198	0.198	0.278	0.417	0.9107	0.192	0.334	0.334	0.378	0.633	0.7470	2.033	0.506	0.506
0.180	0.250	0.9000	10.000	0.200	0.200	0.280	0.421	0.9091	0.317	0.337	0.337	0.380	0.638	0.7449	1.989	0.510	0.510
0.182	0.253	0.8987	10.000	0.203	0.203	0.282	0.425	0.9075	0.443	0.340	0.340	0.382	0.643	0.7429	1.945	0.514	0.514
0.184	0.256	0.8975	10.000	0.205	0.205	0.284	0.428	0.9059	0.570	0.343	0.343	0.384	0.648	0.7408	1.902	0.518	0.518
0.186	0.259	0.8962	9.992	0.208	0.208	0.286	0.431	0.9043	0.698	0.346	0.346	0.386	0.653	0.7387	1.859	0.523	0.523
0.188	0.263	0.8950	9.989	0.210	0.210	0.288	0.435	0.9027	0.826	0.349	0.349	0.388	0.658	0.7366	1.816	0.527	0.527
0.190	0.266	0.8937	9.970	0.213	0.213	0.290	0.440	0.9011	0.956	0.352	0.352	0.390	0.664	0.7345	1.773	0.531	0.531
0.192	0.269	0.8924	9.951	0.215	0.215	0.292	0.444	0.8995	1.087	0.355	0.355	0.392	0.669	0.7324	1.731	0.535	0.535
0.194	0.272	0.8912	9.932	0.218	0.218	0.294	0.448	0.8979	1.218	0.358	0.358	0.394	0.674	0.7302	1.689	0.539	0.539
0.196	0.275	0.8899	9.912	0.220	0.220	0.296	0.452	0.8963	1.351	0.361	0.361	0.396	0.680	0.7280	1.648	0.574	0.574
0.198	0.279	0.8886	9.896	0.223	0.223	0.298	0.455	0.8947	1.484	0.364	0.364	0.398	0.685	0.7258	1.606	0.594	0.594
0.400	0.691	0.7234	1.565	0.614	0.768	0.420	0.750	0.7000	1.167	0.894	1.118	0.440	0.817	0.6732	0.784	1.450	1.812
0.460	0.896	0.6414	0.404	3.083	3.856	0.480	1.000	0.6300	0.000	0.000	0.000						

Annexe 5

Tableaux de calcul à l'E.L.S.

- Flexion simple – Section rectangulaire
 - Aciers
 - Béton
- } domaine élastique $n = 15$



Contraintes de calcul	Paramètres
<p>Béton</p> <p>σ_{bc}</p> <p>Limite réglementaire</p> <p>$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$</p>	<p>$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b d^2 \sigma_{st}}$</p> <p>$K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$</p>
<p>Acier</p> <p>σ_{st}</p> <p>Limite réglementaire</p> <p>$\bar{\sigma}_{st}$ (cf. BAEL)</p>	<p>$\mu_b = \frac{M_{ser}}{b d^2 \sigma_{bc}}$</p> <p>$\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$</p> <p>$\beta_1 = \frac{z_1}{d}$</p> <p>$\rho = \frac{A_s}{b d}$</p>

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100 ρ
0.0000	0.00	0.0000	0.000	1.0000	0.000
0.0002	183.63	0.0368	0.075	0.9749	0.021
0.0004	127.22	0.0509	0.105	0.9649	0.041
0.0006	102.14	0.0613	0.128	0.9573	0.063
0.0008	87.23	0.0698	0.147	0.9511	0.084
0.0010	77.04	0.0771	0.163	0.9457	0.106
0.0012	69.57	0.0834	0.177	0.9409	0.127
0.0014	63.72	0.0892	0.191	0.9365	0.150
0.0016	59.02	0.0948	0.203	0.9325	0.172
0.0018	55.16	0.0993	0.214	0.9287	0.194
0.0020	51.89	0.1037	0.224	0.9253	0.216
0.0022	49.07	0.1077	0.234	0.9220	0.239
0.0024	46.61	0.1117	0.243	0.9188	0.261
0.0026	44.45	0.1153	0.252	0.9159	0.284
0.0028	42.53	0.1190	0.261	0.9131	0.307
0.0030	40.79	0.1224	0.269	0.9104	0.330
0.0032	39.23	0.1256	0.277	0.9078	0.353
0.0034	37.82	0.1286	0.284	0.9053	0.375
0.0036	36.51	0.1315	0.291	0.9029	0.399
0.0038	35.32	0.1342	0.298	0.9006	0.422
0.0040	34.22	0.1369	0.305	0.8984	0.445
0.0042	33.21	0.1394	0.311	0.8963	0.469
0.0044	32.25	0.1419	0.317	0.8942	0.492
0.0046	31.37	0.1443	0.323	0.8922	0.516
0.0048	30.54	0.1466	0.329	0.8902	0.539
0.0050	29.77	0.1488	0.335	0.8883	0.563
0.0052	29.04	0.1510	0.341	0.8865	0.587
0.0054	28.34	0.1531	0.346	0.8846	0.610
0.0056	27.70	0.1551	0.351	0.8829	0.634
0.0058	27.08	0.1571	0.356	0.8812	0.658
0.0060	26.49	0.1590	0.362	0.8795	0.682
0.0062	25.94	0.1608	0.366	0.8779	0.706
0.0064	25.41	0.1626	0.371	0.8763	0.730
0.0066	24.91	0.1644	0.376	0.8747	0.754
0.0068	24.43	0.1661	0.380	0.8732	0.779
0.0070	23.97	0.1678	0.385	0.8717	0.803
0.0072	23.53	0.1694	0.389	0.8702	0.827
0.0074	23.11	0.1710	0.394	0.8688	0.852
0.0076	22.70	0.1725	0.398	0.8674	0.876
0.0078	22.32	0.1741	0.402	0.8660	0.901
0.0080	21.94	0.1755	0.405	0.8647	0.925
0.0082	21.58	0.1770	0.410	0.8633	0.950
0.0084	21.24	0.1784	0.414	0.8620	0.975
0.0086	20.91	0.1798	0.418	0.8607	0.999
0.0088	20.59	0.1811	0.422	0.8595	1.024
0.0090	20.27	0.1825	0.425	0.8583	1.049
0.0092	19.98	0.1838	0.429	0.8570	1.073
0.0094	19.69	0.1851	0.432	0.8559	1.098
0.0096	19.41	0.1863	0.436	0.8547	1.123
0.0098	19.14	0.1875	0.439	0.8535	1.148

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100 ρ	μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100 ρ	μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100 ρ
0.0100	18.87	0.1887	0.443	0.8224	1.173	0.0200	11.49	0.2297	0.566	0.8112	2.465	0.0300	8.40	0.2520	0.641	0.7843	3.815
0.0102	18.62	0.1869	0.445	0.8213	1.198	0.0202	11.40	0.2305	0.563	0.8106	2.492	0.0302	8.36	0.2524	0.642	0.7855	3.842
0.0104	18.37	0.1811	0.449	0.8202	1.223	0.0204	11.32	0.2309	0.570	0.8100	2.518	0.0304	8.31	0.2527	0.643	0.7868	3.870
0.0106	18.13	0.1922	0.453	0.8491	1.248	0.0206	11.23	0.2314	0.572	0.8094	2.545	0.0306	8.27	0.2531	0.645	0.7881	3.897
0.0108	17.90	0.1933	0.456	0.8430	1.274	0.0208	11.15	0.2320	0.574	0.8088	2.572	0.0308	8.23	0.2534	0.646	0.7894	3.925
0.0110	17.67	0.1944	0.459	0.8470	1.299	0.0210	11.07	0.2325	0.575	0.8082	2.598	0.0310	8.18	0.2537	0.647	0.7907	3.953
0.0112	17.45	0.1955	0.462	0.8459	1.324	0.0212	10.99	0.2330	0.577	0.8076	2.625	0.0312	8.14	0.2541	0.648	0.7920	3.980
0.0114	17.24	0.1965	0.465	0.8449	1.349	0.0214	10.91	0.2336	0.579	0.8071	2.652	0.0314	8.10	0.2544	0.649	0.7933	4.007
0.0116	17.03	0.1976	0.468	0.8439	1.375	0.0216	10.84	0.2341	0.581	0.8065	2.678	0.0316	8.06	0.2547	0.650	0.7946	4.035
0.0118	16.83	0.1986	0.471	0.8429	1.400	0.0218	10.76	0.2346	0.582	0.8059	2.705	0.0318	8.02	0.2550	0.652	0.7959	4.062
0.0120	16.63	0.1996	0.474	0.8419	1.425	0.0220	10.69	0.2351	0.584	0.8054	2.732	0.0320	7.98	0.2554	0.653	0.7972	4.090
0.0122	16.44	0.2006	0.477	0.8410	1.451	0.0222	10.61	0.2356	0.586	0.8048	2.758	0.0322	7.94	0.2557	0.654	0.7985	4.117
0.0124	16.26	0.2016	0.480	0.8400	1.476	0.0224	10.54	0.2361	0.587	0.8043	2.785	0.0324	7.90	0.2560	0.655	0.7998	4.145
0.0126	16.07	0.2025	0.483	0.8391	1.502	0.0226	10.47	0.2366	0.589	0.8037	2.812	0.0326	7.86	0.2563	0.656	0.8011	4.173
0.0128	15.90	0.2035	0.486	0.8382	1.527	0.0228	10.40	0.2371	0.591	0.8032	2.838	0.0328	7.82	0.2566	0.657	0.8024	4.200
0.0130	15.72	0.2044	0.489	0.8372	1.553	0.0230	10.33	0.2376	0.592	0.8026	2.865	0.0330	7.79	0.2569	0.658	0.8037	4.228
0.0132	15.55	0.2053	0.491	0.8364	1.578	0.0232	10.26	0.2381	0.594	0.8021	2.892	0.0332	7.75	0.2572	0.659	0.8050	4.255
0.0134	15.39	0.2062	0.494	0.8355	1.604	0.0234	10.20	0.2385	0.595	0.8016	2.919	0.0334	7.71	0.2575	0.660	0.8063	4.283
0.0136	15.23	0.2071	0.496	0.8346	1.630	0.0236	10.13	0.2391	0.597	0.8010	2.946	0.0336	7.67	0.2578	0.662	0.8076	4.311
0.0138	15.07	0.2080	0.499	0.8337	1.655	0.0238	10.06	0.2395	0.599	0.8005	2.973	0.0338	7.64	0.2581	0.663	0.8089	4.338
0.0140	14.91	0.2088	0.501	0.8329	1.681	0.0240	10.00	0.2400	0.600	0.8000	3.000	0.0340	7.60	0.2584	0.664	0.8102	4.366
0.0142	14.76	0.2097	0.504	0.8320	1.707	0.0242	9.94	0.2405	0.602	0.7995	3.027	0.0342	7.56	0.2587	0.665	0.8115	4.394
0.0144	14.62	0.2105	0.506	0.8312	1.732	0.0244	9.87	0.2409	0.603	0.7990	3.054	0.0344	7.53	0.2590	0.666	0.8128	4.421
0.0146	14.47	0.2113	0.509	0.8304	1.758	0.0246	9.81	0.2414	0.605	0.7985	3.081	0.0346	7.49	0.2593	0.667	0.8141	4.449
0.0148	14.33	0.2121	0.511	0.8295	1.784	0.0248	9.75	0.2418	0.606	0.7980	3.108	0.0348	7.46	0.2596	0.669	0.8154	4.476
0.0150	14.19	0.2129	0.514	0.8287	1.810	0.0250	9.69	0.2422	0.608	0.7975	3.135	0.0350	7.43	0.2599	0.669	0.8167	4.504
0.0152	14.06	0.2137	0.516	0.8279	1.836	0.0252	9.63	0.2427	0.609	0.7970	3.162	0.0352	7.39	0.2602	0.670	0.8180	4.532
0.0154	13.93	0.2145	0.519	0.8271	1.862	0.0254	9.57	0.2431	0.610	0.7965	3.189	0.0354	7.36	0.2604	0.671	0.8193	4.560
0.0156	13.80	0.2152	0.521	0.8264	1.888	0.0256	9.51	0.2435	0.612	0.7960	3.216	0.0356	7.32	0.2607	0.672	0.8206	4.588
0.0158	13.67	0.2160	0.523	0.8256	1.914	0.0258	9.46	0.2440	0.613	0.7955	3.243	0.0358	7.29	0.2610	0.673	0.8219	4.615
0.0160	13.55	0.2167	0.525	0.8249	1.940	0.0260	9.40	0.2444	0.615	0.7951	3.270	0.0360	7.26	0.2613	0.674	0.8232	4.643
0.0162	13.42	0.2175	0.528	0.8241	1.966	0.0262	9.34	0.2448	0.616	0.7946	3.297	0.0362	7.22	0.2615	0.675	0.8245	4.671
0.0164	13.30	0.2182	0.530	0.8233	1.992	0.0264	9.29	0.2452	0.618	0.7941	3.324	0.0364	7.19	0.2618	0.676	0.8258	4.699
0.0166	13.19	0.2189	0.532	0.8226	2.018	0.0266	9.23	0.2456	0.619	0.7937	3.351	0.0366	7.16	0.2621	0.677	0.8271	4.726
0.0168	13.07	0.2196	0.534	0.8219	2.044	0.0268	9.18	0.2460	0.620	0.7932	3.379	0.0368	7.13	0.2623	0.678	0.8284	4.754
0.0170	12.96	0.2203	0.537	0.8212	2.070	0.0270	9.13	0.2464	0.622	0.7928	3.406	0.0370	7.10	0.2626	0.679	0.8297	4.782
0.0172	12.85	0.2210	0.539	0.8204	2.097	0.0272	9.07	0.2468	0.623	0.7923	3.433	0.0372	7.07	0.2629	0.680	0.8310	4.810
0.0174	12.74	0.2216	0.541	0.8197	2.123	0.0274	9.02	0.2472	0.624	0.7919	3.460	0.0374	7.04	0.2631	0.681	0.8323	4.838
0.0176	12.63	0.2223	0.543	0.8190	2.149	0.0276	8.97	0.2476	0.625	0.7914	3.487	0.0376	7.00	0.2634	0.682	0.8336	4.866
0.0178	12.53	0.2230	0.545	0.8184	2.175	0.0278	8.92	0.2480	0.627	0.7910	3.515	0.0378	6.97	0.2636	0.683	0.8349	4.893
0.0180	12.42	0.2236	0.547	0.8177	2.201	0.0280	8.87	0.2484	0.628	0.7905	3.542	0.0380	6.94	0.2639	0.684	0.8362	4.921
0.0182	12.32	0.2243	0.549	0.8170	2.228	0.0282	8.82	0.2488	0.630	0.7901	3.569	0.0382	6.91	0.2642	0.685	0.8375	4.949
0.0184	12.22	0.2249	0.551	0.8163	2.254	0.0284	8.77	0.2491	0.631	0.7897	3.596	0.0384	6.89	0.2644	0.685	0.8388	4.977
0.0186	12.13	0.2255	0.553	0.8157	2.280	0.0286	8.72	0.2495	0.632	0.7892	3.624	0.0386	6.86	0.2646	0.686	0.8401	5.005
0.0188	12.03	0.2262	0.555	0.8150	2.307	0.0288	8.68	0.2499	0.634	0.7888	3.651	0.0388	6.83	0.2649	0.687	0.8414	5.033
0.0190	11.93	0.2268	0.557	0.8144	2.333	0.0290	8.63	0.2502	0.635	0.7884	3.678	0.0390	6.80	0.2651	0.688	0.8427	5.061
0.0192	11.84	0.2274	0.559	0.8137	2.359	0.0292	8.58	0.2506	0.636	0.7880	3.706	0.0392	6.77	0.2654	0.689	0.8440	5.089
0.0194	11.75	0.2280	0.561	0.8131	2.386	0.0294	8.54	0.2510	0.637	0.7876	3.733	0.0394	6.74	0.2656	0.690	0.8453	5.117
0.0196	11.66	0.2286	0.563	0.8125	2.412	0.0296	8.49	0.2513	0.639	0.7872	3.760	0.0396	6.71	0.2659	0.691	0.8466	5.145
0.0198	11.57	0.2291	0.565	0.8118	2.439	0.0298	8.45	0.2517	0.640	0.7867	3.788	0.0398	6.69	0.2661	0.692	0.8479	5.173