

Exercice 1 (1 pt)

Soit A et B deux évènements indépendants d'une même expérience aléatoire de probabilité non nulle. Indiquez, pour les affirmations suivantes, si elles sont vraies ou fausses :

- 1) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$,
- 2) $P(A/B) = P(A)$,
- 3) $P(B/A) = P(A)$,
- 4) $P(A/B) = P(B/A)$.

Exercice 2 (6 pts)

A) une boîte A contient 8 pièces détachées dont 3 sont défectueuses, et une boîte B contient 5 pièces détachées dont 2 sont défectueuses. On tire au hasard une pièce détachée dans chaque boîte.

1. Quelle est la probabilité pour que les deux pièces détachées ne soient pas défectueuses ?
2. Quelle est la probabilité pour que l'une des pièces soit défectueuse et l'autre ne le soit pas ?

B) On dispose de 3 urnes. La première contient 5 boules (2 rouges, 2 jaunes et 1 verte), la deuxième, 4 boules (2 rouges et 2 jaunes) et la troisième, 6 boules (1 rouge, 2 jaunes et 3 vertes). On choisit une urne au hasard puis l'on tire avec remise 2 boules de cette urne.

- Quelle est la probabilité pour que les 2 boules soient jaunes ?

Exercice 3 (8 pts)

A) On définit la fonction de masse (probabilité) d'une variable aléatoire discrète X comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{si } x = 0 \\ mx & \text{si } x = 1 \text{ ou } x = 2 \\ m(5-x) & \text{si } x = 3 \text{ ou } x = 4 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- 1) Quelle est la valeur de m ?
- 2) Déterminer $F(x)$. Calculer $P(2 \leq X \leq 4)$.
- 3) Calculer $E(X)$.

B) Parmi les articles produits par une machine 3% sont défectueux. En une journée 112 articles sont produits. On note X le nombre d'articles défectueux à la fin d'une journée:

1. Quelle est la loi de X ?
2. Donner l'expression de $P(X = k)$ pour tout entier k .
3. Combien d'articles en moyenne sont défectueux ?
4. Par quelle autre loi classique peut-on approximer (approcher) la loi de X ? Expliquer pourquoi. Donner l'expression approximative (approchée) de $P(X = k)$ correspondante.
5. Calculer la probabilité qu'il y ait dix défectueux.

Exercice 4 (5 pts)

Soit X une variable aléatoire continue dont la loi est donnée par la fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2), & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de k .
2. Déterminer la fonction de répartition.
3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$

Bonne chance