

**Exercice 1 (1 pt)**

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements indépendants d'une même expérience aléatoire de probabilité non nulle. Indiquez, pour les affirmations suivantes, si elles sont vraies ou fausses :

- 1)  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ,
- 2)  $P(A/B) = P(A)$ ,
- 3)  $P(B/A) = P(A)$ ,
- 4)  $P(A/B) = P(B/A)$ .

**Exercice 2 (6 pts)**

A) une boîte  $A$  contient 8 pièces détachées dont 3 sont défectueuses, et une boîte  $B$  contient 5 pièces détachées dont 2 sont défectueuses. On tire au hasard une pièce détachée dans chaque boîte.

1. Quelle est la probabilité pour que les deux pièces détachées ne soient pas défectueuses ?
2. Quelle est la probabilité pour que l'une des pièces soit défectueuse et l'autre ne le soit pas ?

B) On dispose de 3 urnes. La première contient 5 boules (2 rouges, 2 jaunes et 1 verte), la deuxième, 4 boules (2 rouges et 2 jaunes) et la troisième, 6 boules (1 rouge, 2 jaunes et 3 vertes). On choisit une urne au hasard puis l'on tire avec remise 2 boules de cette urne.

- Quelle est la probabilité pour que les 2 boules soient jaunes ?

**Exercice 3 (8 pts)**

A) On définit la fonction de masse (probabilité) d'une variable aléatoire discrète  $X$  comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{si } x = 0 \\ mx & \text{si } x = 1 \text{ ou } x = 2 \\ m(5-x) & \text{si } x = 3 \text{ ou } x = 4 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- 1) Quelle est la valeur de  $m$  ?
- 2) Déterminer  $F(x)$ . Calculer  $P(2 \leq X \leq 4)$ .
- 3) Calculer  $E(X)$ .

B) Parmi les articles produits par une machine 3% sont défectueux. En une journée 112 articles sont produits. On note  $X$  le nombre d'articles défectueux à la fin d'une journée:

1. Quelle est la loi de  $X$  ?
2. Donner l'expression de  $P(X = k)$  pour tout entier  $k$ .
3. Combien d'articles en moyenne sont défectueux ?
4. Par quelle autre loi classique peut-on approximer (approcher) la loi de  $X$  ? Expliquer pourquoi. Donner l'expression approximative (approchée) de  $P(X = k)$  correspondante.
5. Calculer la probabilité qu'il y ait dix défectueux.

**Exercice 4 (5 pts)**

Soit  $X$  une variable aléatoire continue dont la loi est donnée par la fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2), & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de  $k$ .
2. Déterminer la fonction de répartition.
3. Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$

**Bonne chance**