UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA- JIJEL
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE
2ème année Licence automatique

TD N° 2 Analyse de Fourier partie A

Exercice 1 : signal carré alterné

On considère le signal carré alterné périodique de période T défini par:

$$x(t) = \begin{cases} +1 & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

1) Calculer les coefficients de Fourier.
2) Ecrire son développement en série de Fourier.
3) Représenter le spectre du signal.
4) Etablir les relations :

(a) $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$

(b) $\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots\ldots$

Exercice 2 : signal triangulaire périodique

Soit le signal périodique de période T=4 défini comme suit :

$$x(t) = \begin{cases} \frac{At}{2} & 0 \le t \le 2 \\ \frac{-At}{2} & -2 \le t \le 0 \end{cases}$$

1) Représenter le graphe du signal.
2) Déterminer les coefficients de Fourier du signal.
3) Ecrire le développement en série de Fourier.
4) En déduire le résultat de la somme :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

Exercice 3 : signal « impulsion rectangulaire »

Soit le signal périodique x(t) de période T définie dans l'intervalle

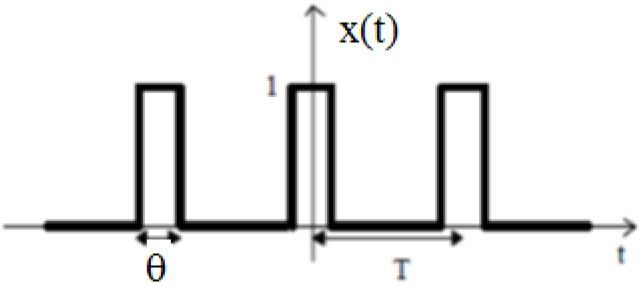
$\left[-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}\right]$ par : $\boldsymbol{x(t) = \begin{cases} 1 & pour\ |t| < \frac{\theta}{2} \\ 0 & Ailleurs \end{cases}}$

ou θ représente la durée de l'impulsion rectangulaire ($\theta << T$) .

1) Donner le développement en série de Fourier complexe du signal.
2) Représenter son spectre d'amplitude si T=5 θ.

EXERCICES PROPOSES

Exercice 1 : Soit le signal périodique de période T et d'impulsion rectangulaire de très petite durée égale à θ représenté par le graphe ci-après .Trouver le développement en série de Fourier (trigonométrique) ou en déduire les coefficients à partir des résultats obtenus dans l'application 3.3.



Exercices 2 : Signal mono alternance

Soit le signal périodique de période T définie comme suit :

$$x(t)=\begin{cases}\sin\omega_0 t & 0\le t\le \frac{T}{2}\\ 0 & \frac{T}{2}\le t\le T\end{cases}$$

1) Dessiner le graphe de x(t).
2) Calculer les coefficients puis écrire x(t) sous forme d'une série de Fourier.

Exercices 3 : Soit le signal périodique de période $T = 2\pi$ défini par $x(t) = t^2$ dans l'intervalle$[-\pi\ ,+\pi]$.

1) Représenter le graphe du signal x(t)
2) Déterminer le développement en série de Fourier.

Exercices 4 : On définit signal périodique de période $T = 2\pi$ à l'aide de l'expression :

$x(t) = t$ dans l'intervalle$[-\pi\ ,+\pi]$.

1) Représenter le graphe du signal x(t)
2) Déterminer le développement en série de Fourier.
3) En déduire les sommes suivantes :

(a) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}$ (b) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^4}$