Solution des exercices de Transfert de chaleur.

Exercice (1)

1. Établissement du circuit électrique équivalent pour les deux murs :

Mur (1)

Considérons que $T_{pi} > T_{pe}$, Donc le flux de chaleur Traverse le mur du côté chaud (gauche) vers le côté froid (Droit)

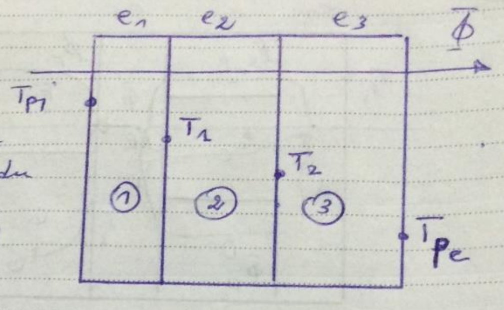


figure (1)

le mur est composé de trois (3) couches, chaque couche est considérée comme une résistance thermique, qui oppose et empêche la transmission de la chaleur par conduction

$$T_{pi} \; \overset{R_1}{—\!\!\text{wwww}\!\!—} \; T_1 \; \overset{R_2}{—\!\!\text{wwww}\!\!—} \; T_2 \; \overset{R_3}{—\!\!\text{wwww}\!\!—} \; T_{pe}$$

* T_{pi} et T_{pe} sont respectivement les températures des parois intérieure et extérieure.
* T_1 et T_2 sont les t° aux interfaces.
  e_1, e_2, e_3 sont les épaisseurs des trois (3) couches,
* chaque couche se comporte comme une résistance thermique

$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1}, \quad R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2}, \quad R_3 = \frac{e_3}{\lambda_3}.$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sont les conductivités thermique du matériau de chaque couche, d'après la figure (1) et le schéma électrique équivalent, les trois résistances sont montées en séries, de ce fait la résistance totale est égale à la somme (+) des 3 résistances : $R_t = R_1 + R_2 + R_3$

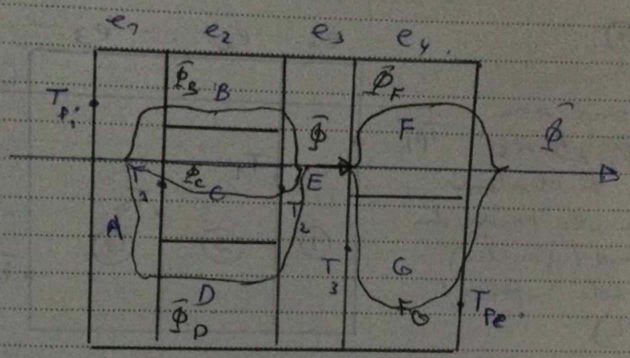
(1)

$$\boxed{R_t = \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}}$$ [m²°C / W] ou [hm²°C / kcal]

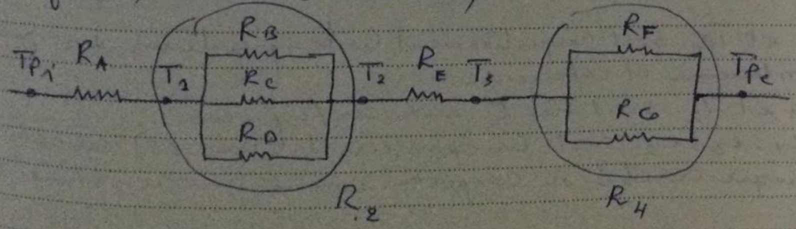
Calcul du flux thermique

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta T \cdot S}{R_t} = \frac{(T_{Pi} - T_{Pe}) \cdot S}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}}}$$

Mur 2



Suivons les mêmes étapes effectuées pour le mur 1, nous trouvons que le mur possède quatre (4) couches principales et les deux couches d'épaisseurs (e_2 et e_4) sont elles même composées respectivement des couches : (B, C, D) et (F, G) de ce fait, le circuit électrique est établis comme suit :



$R_T = R_A + R_2 + R_E + R_4$ (sont montés en séries).

$R_A = \frac{e_1}{\lambda_A}$, $R_B = \frac{e_2}{\lambda_B}$, $R_C = \frac{e_2}{\lambda_C}$, $R_D = \frac{e_2}{\lambda_D}$, $R_E = \frac{e_3}{\lambda_E}$

$R_F = \frac{e_4}{\lambda_F}$, $R_G = \frac{e_4}{\lambda_G}$.

2

R_2 est composée des résistances R_B, R_C, et R_D, ces dernières sont montées en parallèle, de ce fait :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\lambda_B}{e_2} + \frac{\lambda_C}{e_2} + \frac{\lambda_D}{e_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D}{e_2} \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D}}$$

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_G}$$

$$\frac{1}{R_4} = \cancel{\frac{e_4}{\lambda_F}} + \cancel{\frac{e_4}{\lambda_G}} = \frac{\lambda_F}{e_4} + \frac{\lambda_G}{e_4} = \frac{\lambda_F + \lambda_G}{e_4} \Rightarrow \boxed{R_4 = \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}}$$

Donc : $$\boxed{R_t = \frac{e_1}{\lambda_A} + \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D} + \frac{e_3}{\lambda_E} + \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}}$$

le flux thermique : Φ :

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta T (S)}{R_t} = \frac{S(T_{pi} - T_{pe})}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D} + \frac{e_3}{\lambda_E} + \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}} \; [W] \text{ ou } [kcal/h]}$$

Si on veut calculer la <u>Densité du flux</u> (q) l'équation suivante sera utilisée : $q = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Delta T}{R_t} \begin{bmatrix} W/m^2 \\ kcal/h\,m^2 \end{bmatrix}$

3

R_2 est composée des résistances R_B, R_C, et R_D, ces dernières sont montés en parallèle, de ce fait :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\lambda_B}{e_2} + \frac{\lambda_C}{e_2} + \frac{\lambda_D}{e_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D}{e_2} \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D}}$$

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_G}$$

$$\frac{1}{R_4} = \cancel{\frac{e_4}{\lambda_F}} \cancel{+} \cancel{\frac{e_4}{\lambda_G}} = \frac{\lambda_F}{e_4} + \frac{\lambda_G}{e_4} = \frac{\lambda_F + \lambda_G}{e_4} \Rightarrow \boxed{R_4 = \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}}$$

Donc : $\boxed{R_t = \frac{e_1}{\lambda_A} + \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D} + \frac{e_3}{\lambda_E} + \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}}$

le flux thermique : Φ :

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta T (S)}{R_t} = \frac{S(T_{pi} - T_{pe})}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_B + \lambda_C + \lambda_D} + \frac{e_3}{\lambda_E} + \frac{e_4}{\lambda_F + \lambda_G}} \quad [W] \text{ ou } [kcal/h]}$$

Si on veut calculer la <u>Densité du flux</u> (q) l'équation suivante sera utilisée : $q = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Delta T}{R_t} \begin{bmatrix} W/m^2 \\ kcal/h\,m^2 \end{bmatrix}$

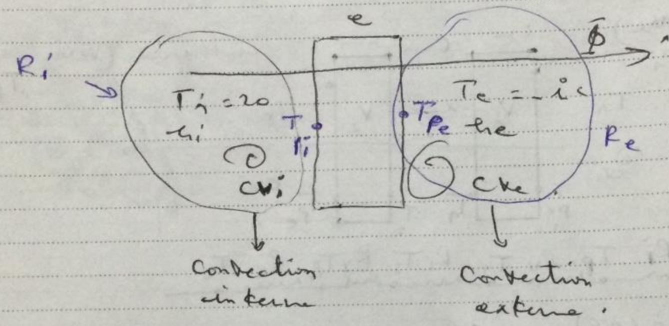
3

EXERCICE 2

A/ calcul du flux de chaleur qui traverse un obstacle vitreux. Avant d'effectuer ce calcul, il est primordial d'établir un schéma ~~traduir~~ traduisant le phénomène.

Données : $T_i = 20°c$, $T_e = -4°c$, $h_i = h_e = 12\ W/m^2°c$.

D'après ces Données, la Transmission de chaleur se fait par convection entre l'air intérieur et la face interne du vitrage, puis par conduction à travers l'épaisseur du vitrage, puis par convection externe (ch_e) entre la face extérieure du vitrage et le milieu extérieur.



La couche d'air intérieure et extérieure sont respectivement considérées comme des résistance intérieure (R_i) et extérieure (R_e) ; le vitrage est une résistance thermique (R_v).

$$\Phi = \frac{(\Delta T)\cdot S}{R_t}$$

schéma électrique équivalent :

T_i — R_i — T_{P_i} — R_v — T_{P_e} — R_e — T_e : $R_t = R_i + R_v + R_e$

$$R_v = \frac{e_v}{\lambda_v}, \quad R_i = \frac{1}{h_i}, \quad R_e = \frac{1}{h_e}.$$

Donc : $$R_t = \frac{1}{h_i} + \frac{e_v}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e}.$$

$$\frac{1}{h_i} = \frac{1}{h_e} = \frac{1}{12} = 0{,}0833\ (m^2°c/W), \quad R_v = \frac{e_v}{\lambda_v} = \frac{0{,}004}{1{,}2} = 0{,}0033\ m^2°c/W$$

$[m^2°c/W]$

(1)

$R_t = 0{,}0833 + 0{,}0033 + 0{,}0833 = 0{,}16996 \simeq 0{,}17\ (m^2\,°C/W)$

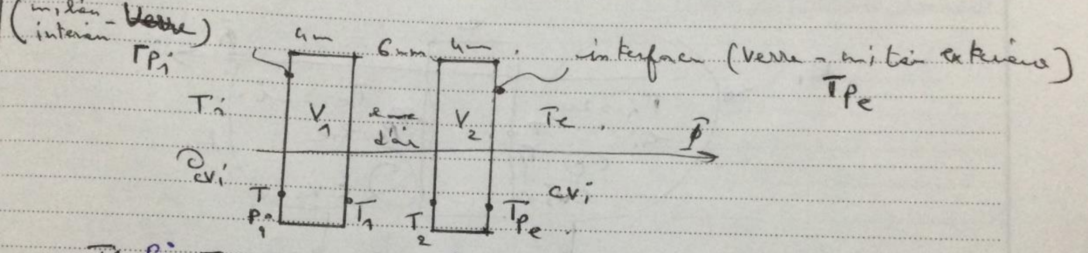
$\phi = \frac{20-(-4)\cdot \overbrace{1}^{S=1m^2}}{0{,}17} = \frac{24\cdot 1}{0{,}17} = 141{,}176$

$\boxed{\phi \simeq 141{,}18\ (W)}$

B/ une lame d'air est un espace d'air (un vide) entre les 2 vitrages.

– La perte dans la quantité de chaleur est le flux lui-même

D'abord on établi le schéma :



$T_i\ R_i\ T_{P_i}\ R_V\ T_1\ R_L\ T_2\ R_V\ T_{P_e}\ R_e\ T_e$

$\phi' = \frac{S(\Delta T)}{R'_t}$ / $R'_t = \underbrace{R_i + R_V + R_e}_{= R_t} + R_V + R_L$

Donc : $R'_t = R_t + R_V + R_L = 0{,}17 + 0{,}0033 + 0{,}25$

$R_V = \frac{e_V}{\lambda_V} = 0{,}0033\ m^2°C/W$

$R_L = \frac{e_L}{\lambda_L} = \frac{0{,}006}{0{,}024} = 0{,}25\ m^2°C/W$

$\boxed{R'_t = 0{,}4233}$ on remarque que la paroi vitré est renforcé par un isolant (lame d'air) car : $R'_t > R_t$

$\phi' = \frac{1\cdot(20)-(-4)}{0{,}4233} = 56{,}69\ W$

$\phi' < \phi$: les pertes de chaleur sont moins à travers la vitre de 59,62%.

56,69 < 141,18

2

- Calcul de la température à l'interface verre – millieu extérieur

La règle générale est :

$$\boxed{T_{pi} = t_i - \frac{\Phi \cdot R_i}{S}} \; ; \; T_{pi} = 20 - \frac{56{,}67 \cdot 0{,}0833}{1}$$

$$\boxed{T_{pi} = 19{,}95\,°c} < T_i$$

interprétation :

$$\Phi = \frac{(T_i - T_{pi})\,S}{R_i} = \frac{(T_{pi} - T_1)\,S}{R_v} = \frac{(T_1 - T_2)\,S}{R_L} = \frac{(T_2 - T_{pe})\,S}{R_v}$$

$$= \frac{(T_{pe} - T_e)\,S}{R_e} = \frac{(T_i - T_e) \cdot S}{R'_t}$$

de ce fait ;

(1) $$\Phi = \frac{(T_i - T_{pi}) \cdot S}{R_i} \Leftrightarrow R_i \times \Phi = S\,(T_i - T_{pi})$$

donc : $$T_i - T_{pi} = \frac{R_i \times \Phi}{S} \Rightarrow \boxed{T_{pi} = T_i - \frac{\Phi \cdot R_i}{S}}$$

(2) $$\Phi = \frac{(T_{pe} - T_e) \cdot S}{R_e} \Rightarrow \boxed{T_{pe} = T_e + \frac{R_e \cdot \Phi}{S}}$$

$$T_{pe} = -4 + \frac{0{,}0833 \times 56{,}67}{1} = 0{,}72\,°c > T_e$$

(3)