TD 1 : Béton Précontraint

- Le terme « précontrainte » exprime un principe de construction
- « Contrainte » indique que c'est la stabilité du materiau lui même sous l'effet des contraintes qui est recherchée.
- Le préfixe « pré » exprime que les efforts de précontraintes sont appliqués avant l'intervention des surcharges.

l(m)	0	20	125	200	> 1000 m
		Béton Précontraint	C.M	Câble porteurs	

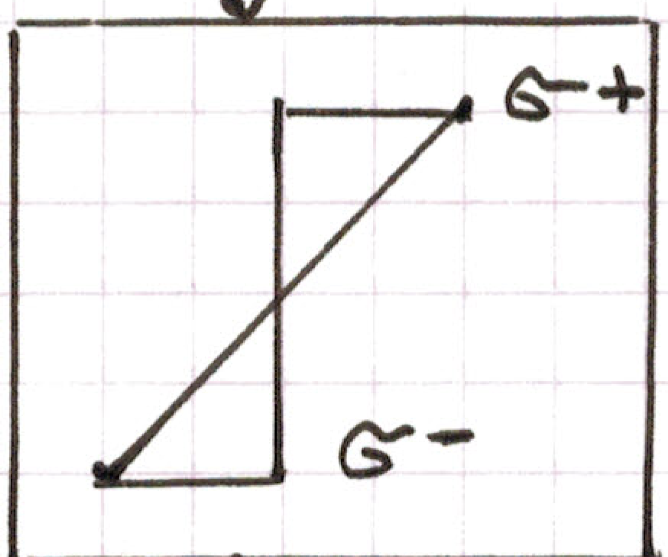
Figure 1 : Un ordre de grandeur de classement des portée (l) a franchir par materiau

Béton armé

↓

Application des sollitations

↓



Problème :

- Ouvrages speciaux
- Grande portée

Mais

↓

R/traction = $(\frac{1}{12} - \frac{1}{13})$ R/compression $R_T <<< R_C$

↓ Solution

Utilisation de béton précontraint

Eliminer ← Le principe → Réduire

La contrainte de traction

↓ Par

La création une compression initiale ⇒ Précontrainte

↓ Resultat

Toute la section participe à la resistance

Précontrainte

Réalisée par

Les armatures

- Mise en tension avant la prise du béton → Précontrainte par pré tension → plus utilisée en batiment
- Câbles → Σ Torons
- Torons → Σ fils
- Mise en tension aprés la prise du béton → Pré contrainte par post tension → - Donne des valeurs de précontrainte plus elevées - Grande portée

<u>Exemple</u> :

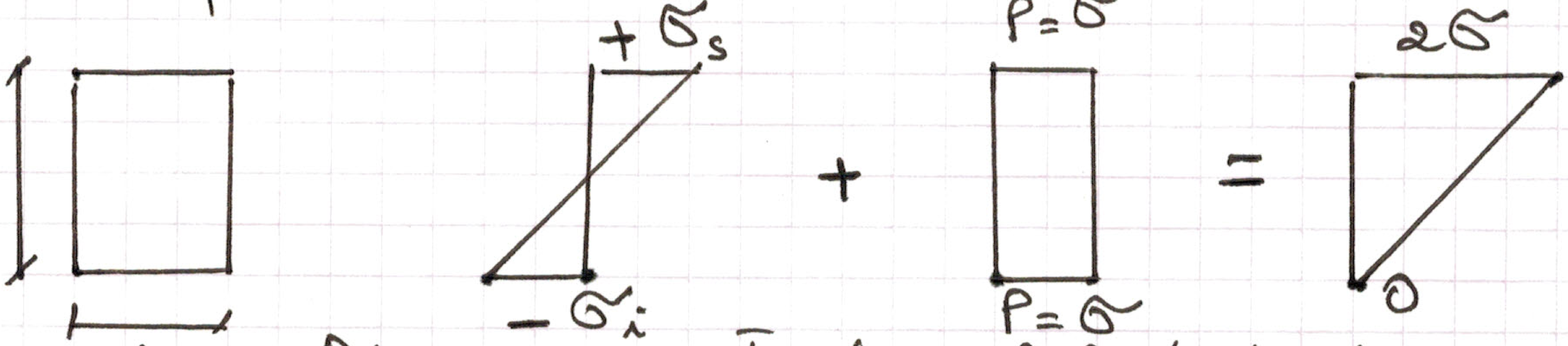
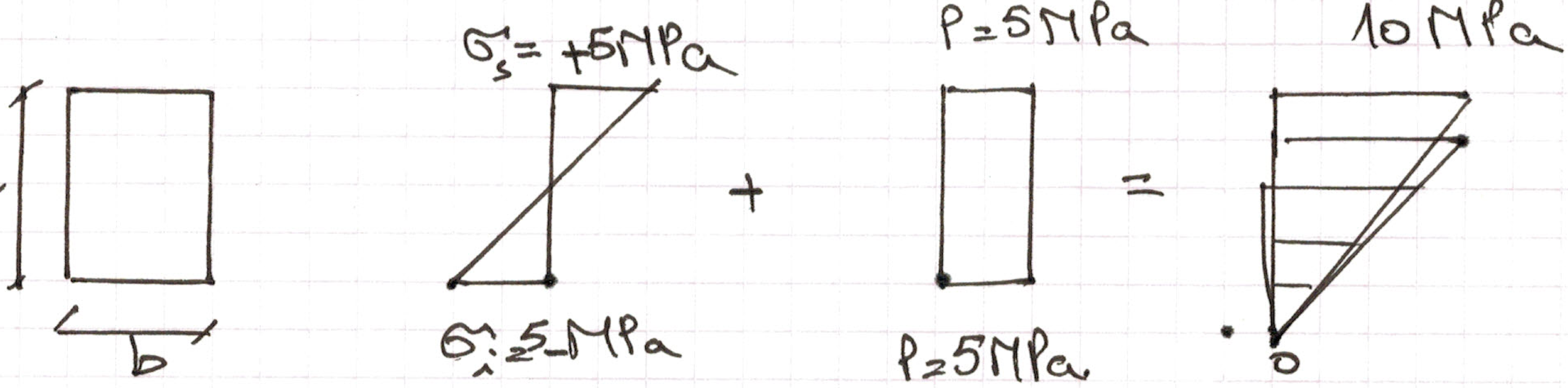


Diagramme contrainte P: Précontrainte

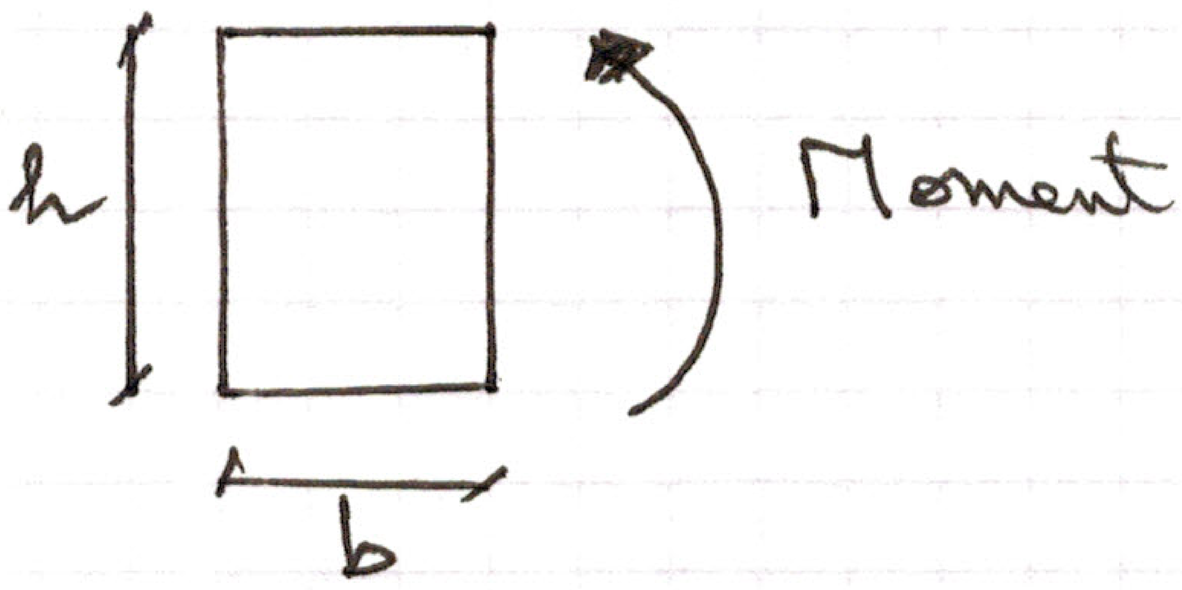
<u>Application</u> :

- La contrainte $\sigma = 5\,MPa$
- La Précontrainte $P = 5\,MPa$



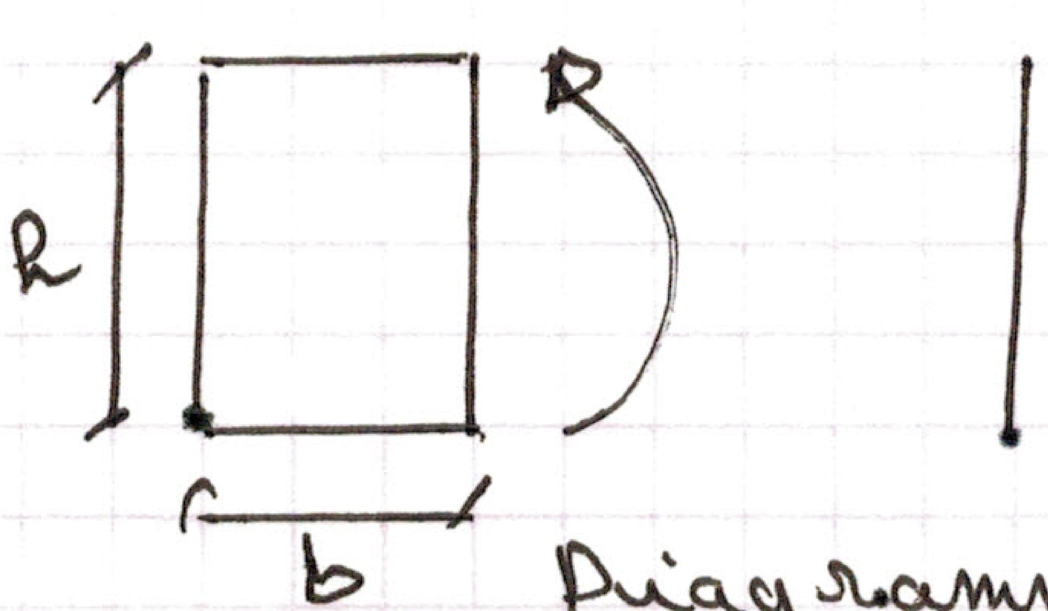
TD 2 : Béton Pré contraint

Soit une poutre les poids propre est négligée (P.P)



- P.P $\simeq$ 0
- à Vide, M = 0, charge exterieure $\Rightarrow$ M

A Vide : pas de chargement

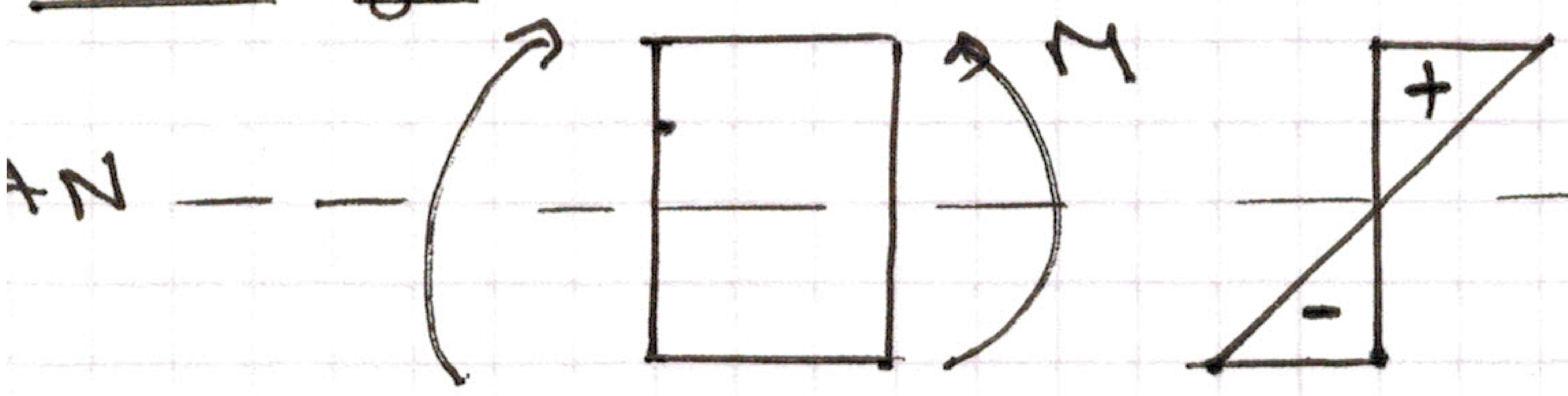


$\sigma_s = 0$

$\sigma_i = 0$

Diagramme de Contrainte

en charge :



$$\sigma_s = \frac{6M}{bh^2}$$

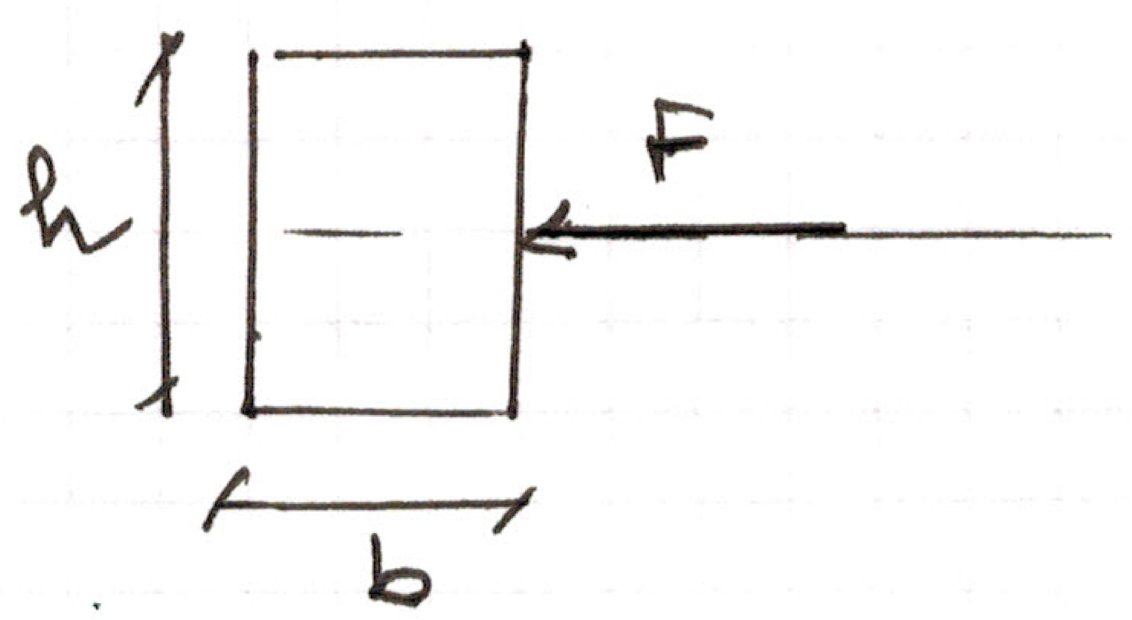
$$\sigma_i = \frac{-6M}{bh^2}$$

La Contrainte (flexion) =

$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$ $y = \frac{h}{2}$ (axe neutre A.N) I (moment d'inertie) $= \frac{bh^3}{12}$

Remarque : La poutre en béton armé ne peut pas equilibrer
- les contraintes de traction dans la partie inferieur $\left(\frac{-6M}{bh^2}\right)$
- A vide = sous l'effet de la pré contrainte + Poids propre (P.P)
- en charge = A vide + chargement

$\boxed{\text{1 iere Solution}}$: Appliqué une force Centrée F de PreContrainte



(F = force centrée) = force de Précontrainte

A vide : $\sigma_s = \sigma_i = \frac{F}{b \cdot h} = \frac{F}{A}$

$\frac{F}{b \cdot h}$

A = Section

en charge : $\sigma_s = \frac{F}{b.h} + \frac{6M}{bh^2}$ —— (1) $\sigma_i = \frac{F}{b.h} - \frac{6M}{bh^2}$ —— (2)

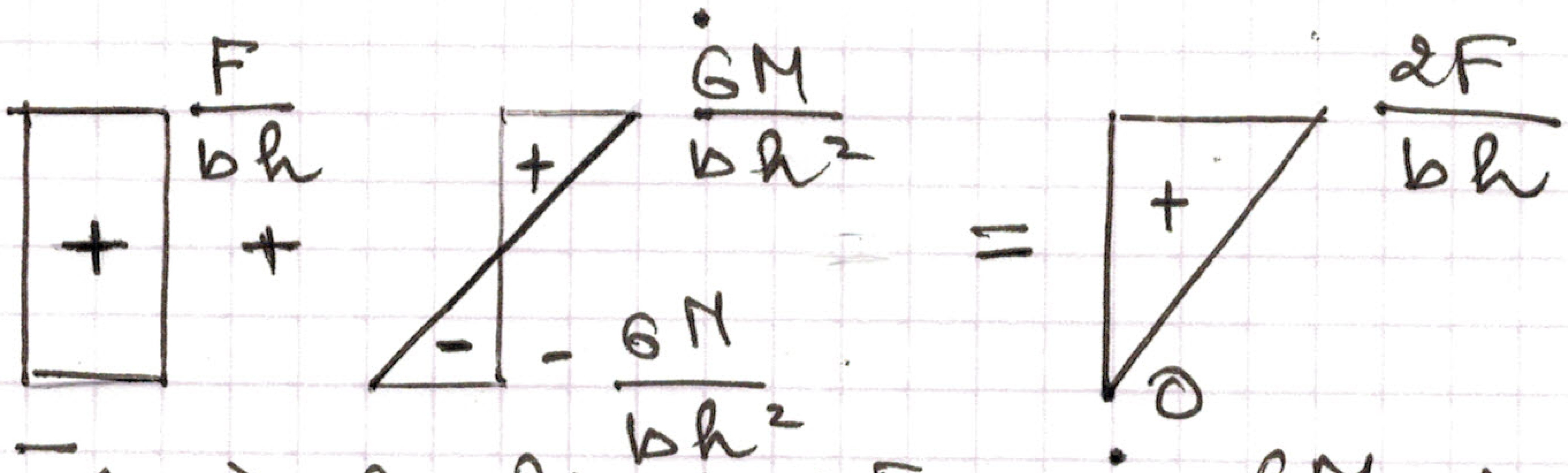
$\overline{\sigma}_b$ La contrainte maximale

—— (1) $\sigma_s = \frac{F}{bh} + \frac{6M}{bh^2} \leq \overline{\sigma}_b$, (2) —— $\sigma_i = \frac{F}{bh} - \frac{6M}{bh^2} \geqslant 0$

(2) $\Rightarrow \frac{F}{bh} \geqslant \frac{6M}{bh^2} \Rightarrow F = \frac{6M}{h}$

à la limite $F = \frac{6M}{h} \Leftarrow \frac{F}{bh} = \frac{6M}{bh^2}$

en charge :

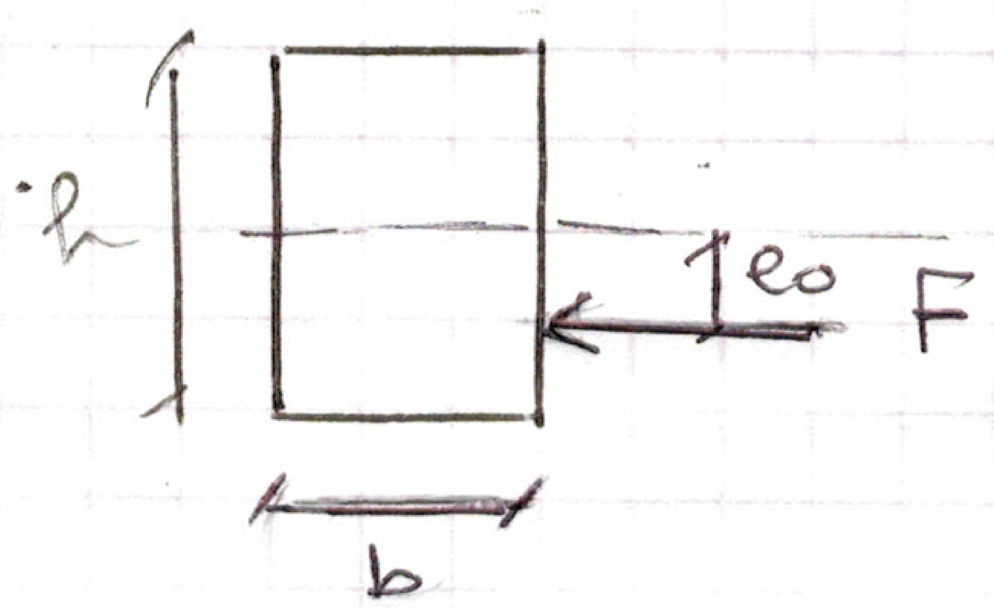


—— (2) $\frac{12M}{bh^2} \leq \overline{\sigma}_b$ à la limite $\left(\frac{F}{bh} = \frac{6M}{bh^2}\right)$

$\Rightarrow h \geqslant \sqrt{\frac{12M}{b\,\sigma_b}}$ à la limite $\boxed{h = \sqrt{\frac{12M}{b.\overline{\sigma}_b}}}$

et $\boxed{F = \frac{6M}{h}}$ Pour eliminer les forces de traction

2 ème solution



$e_0 < 0$ Vers le bas

- Une charge excentrique
- F crée deux efforts :

1) Compression $\frac{F}{bh}$

2) Moment fléchissant : $M = -F e_0$

$0 < \sigma_s$, $\sigma_i \leq \overline{\sigma}_b$

A vide : $\sigma_s = \frac{F}{bh} - \frac{6Me_0}{bh^2} = F\left(\frac{1}{bh} - \frac{6e_0}{bh^2}\right) \geqslant 0$ —— (1)

$\sigma_i = \frac{F}{bh} + \frac{6F.e_0}{bh^2} = F\left(\frac{1}{bh} + \frac{6.e_0}{bh^2}\right) \leq \overline{\sigma}_b$ —— (2)

en charge :

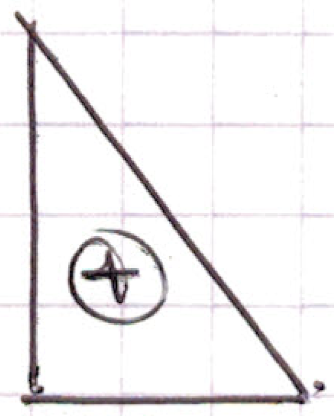
$\sigma_s = F\left(\frac{1}{bh} - \frac{6e_0}{bh^2}\right) + \frac{6M}{bh^2} \leq \overline{\sigma}_b$ —— (3)

$$\sigma_i = F\left(\frac{1}{bh} + \frac{6e_0}{bh^2}\right) - \frac{6M}{bh^2} \geqslant 0 \quad \text{---} \quad (4)$$

à la limite (1) $= 0$

$\underline{\text{A vide}}$ $= \dfrac{1}{bh} - \dfrac{6e_0}{bh^2} = 0 \Rightarrow e_0 = \dfrac{h}{6}$

$\sigma_s = 0 \qquad \sigma_i = \dfrac{2F}{bh}$

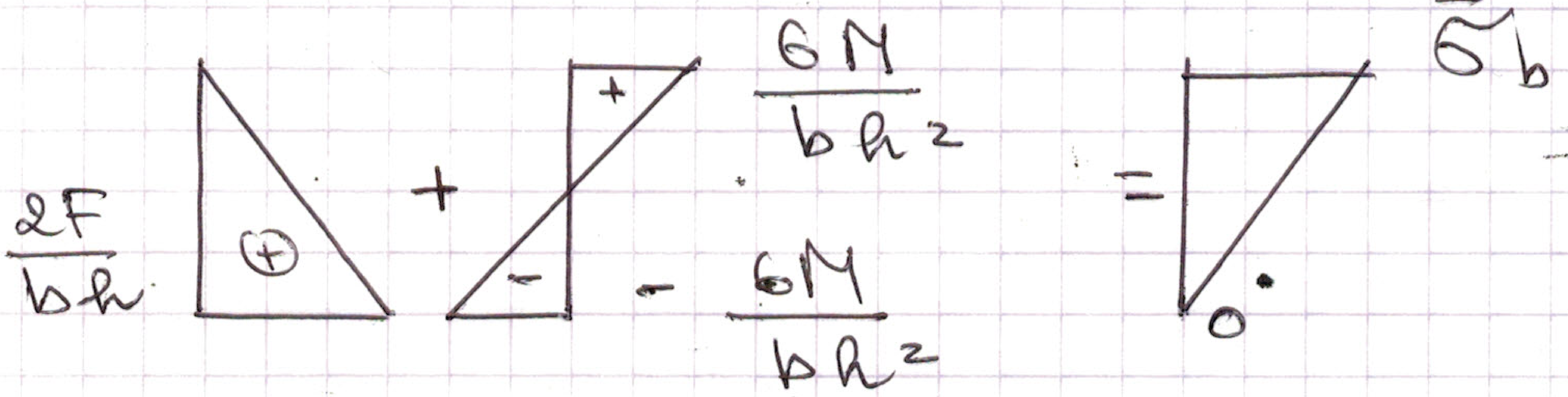


$\underline{\text{en charge}}$ (3) $\sigma_s = F\underbrace{\left(\dfrac{1}{bh} - \dfrac{6e_0}{bh^2}\right)}_{0} + \dfrac{6M}{bh^2} \leqslant \bar{\sigma}_b$

$(3) \Rightarrow \dfrac{6M}{bh^2} \leqslant \bar{\sigma}_b$

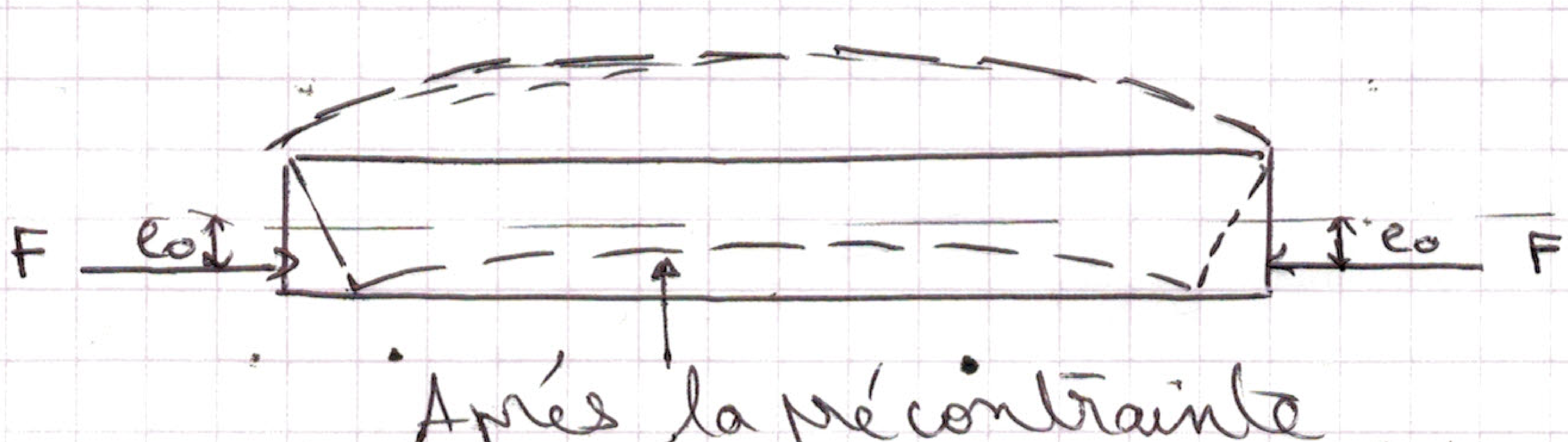
$(4) \Rightarrow \dfrac{2F}{bh} - \dfrac{6M}{bh^2} \geqslant 0$ à la limite $\boxed{F = \dfrac{3M}{h}}$

et $\boxed{h = \sqrt{\dfrac{6M}{b\bar{\sigma}_b}}}$



1ere solution	2 ieme solution
$F = \dfrac{6M}{h} \qquad h = \sqrt{\dfrac{12M}{b \cdot \bar{\sigma}_b}}$	$F = \dfrac{3M}{h} \qquad h = \sqrt{\dfrac{6M}{b \cdot \bar{\sigma}_b}}$

On remarque que la force est divisée par 2 et la section $\sqrt{2}$



Aprés la précontrainte

Exercice 1 :

Soit une poutre rectangulaire simplement appuiée, soumise à une charge uniformement repartie $q = 10\,KN/m.l$.

$b = 0,15\,m$, $h = 0,28\,m$, $l = 2,8\,m$

On demande de :

1) Evaluer les contraintes normales de la section médiane sous l'effet du q

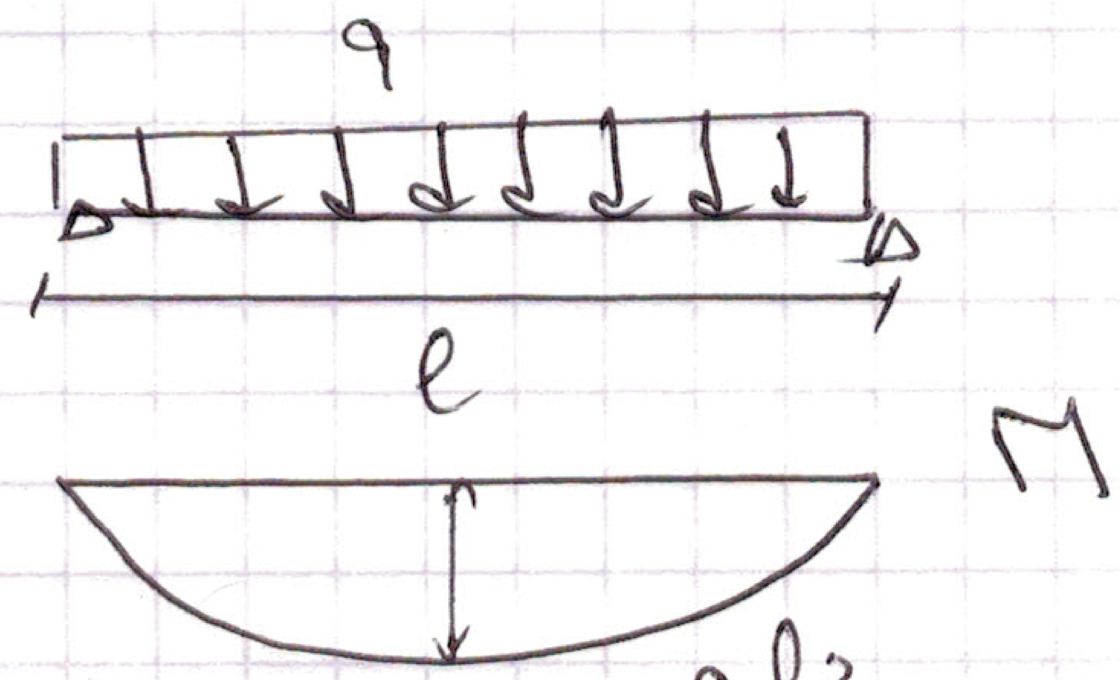
2) Evaluer les contraintes normales de la section mediane sous l'effet de la precontrainte centrée et q $P = 210\,KN$

3) Evaluer les contraintes normales de la section mediane sous l'effet de la précontrainte excentrée et q $1\,MPa = 10\,KN/m^2$

Solution :

Le moment flichissant $M = \dfrac{ql^2}{8}$

$M = \dfrac{10.(2{,}8^2)}{8} \Rightarrow \boxed{M = 9{,}8\,KN.m}$



$M = \dfrac{ql^2}{8}$

un moment flichissant :

$\sigma = \dfrac{My}{I}$ $y = \dfrac{h}{2}$ $\sigma = \dfrac{6M}{bh^2}$ $I = \dfrac{bh^3}{12}$

$\sigma = \dfrac{6.q\,l^2}{8.b.h^2} = \dfrac{6 \times 10 \times (2{,}8)^2}{8 \times 0{,}15 \times (0{,}28)^2} = 5000\,KN/m^2$

$\boxed{\sigma = 5\,MPa}$ $\sigma_s = +5\,MPa$ $\sigma_i = -5\,MPa$

- La section non armée ne peut pas résister à une telle sollicitation $\Rightarrow$ il faut présollicitér la poutre pour éliminer les contraintes de traction sur la fibre inferieure

2) La determination des contraintes sous l'effet de P et q

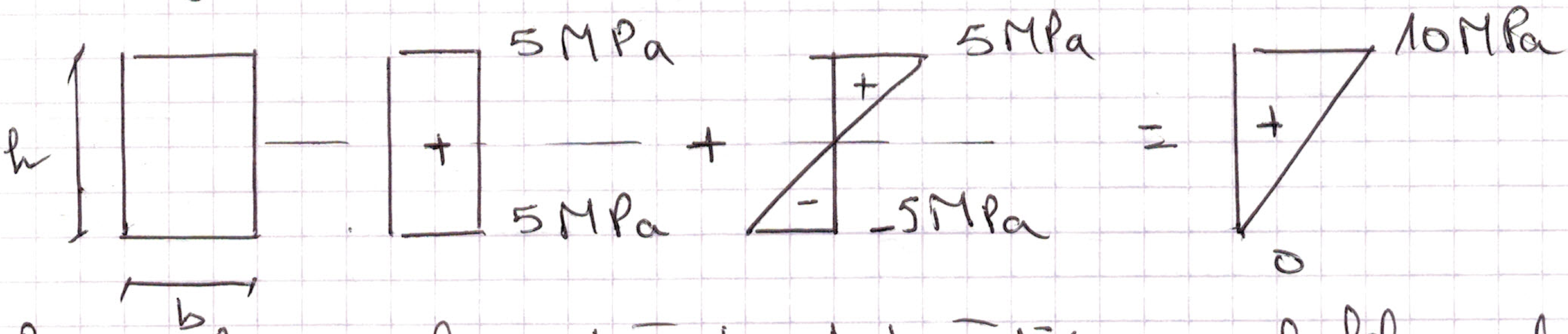
$P = 210\,KN$

sous P : $\sigma_i = \sigma_s = 5\ MPa$

$$\sigma_s = \frac{F}{bh} + \frac{6M}{bh^2} = \frac{210}{0,15\times 0,28} + \frac{6\times 9,8}{0,15\,(0,28)^2} = 10\ MPa$$

$$\sigma_i = \frac{F}{bh} - \frac{6M}{bh^2} = \frac{210}{0,15\times 0,28} - \frac{6\times 9,8}{0,15\,(0,28)^2} = 0\ MPa$$

Diagramme de contrainte



Pour éliminer les contraintes de traction sous la fibre inférieur on a été obligée de doubler l'intensité de la compression sur la fibre superieure, Pour eviter cela nous pouvons envisager l'excentricité de l'effort de précontrainte.

3) Evaluation des contraintes sous P et q excentrée

$$\sigma_s = F\left(\frac{1}{bh} - \frac{6e_0}{bh^2}\right) + \frac{6M}{6h^2} \leqslant \sigma_b \quad \left(e_0 = \frac{h}{6}\right)$$

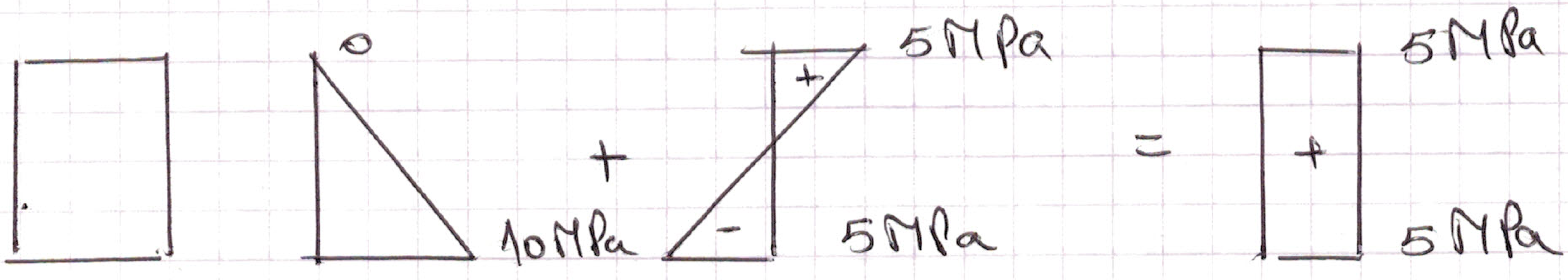
$$\sigma_i = F\left(\frac{1}{bh} + \frac{6e_0}{bh^2}\right) - \frac{6M}{bh^2}$$

sous P $\sigma_s = 0$ $\sigma_i = \frac{2F}{bh} = \frac{2\cdot 210}{0,15\times 0,28}$

sous P et q : $\sigma_s = 0 + 5\ MPa = 5\ MPa$

$\sigma_i = 10 - 5 = +5\ MPa$

Diagramme de contrainte :



Cette façon d'application de la précontrainte est plus favorable