

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA DE JIJEL

جامعة محمد الصديق بن يحيى

Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département Génie Mécanique

**Cours**

# **Turbomachines 1**

**(Niveau : 3ème Année L.M.D Energétique)**

**Par**

**Dr. Samir DJIMLI**

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

# **Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

### 1. Introduction

Une turbomachine est un dispositif dans lequel un transfert d'énergie se produit entre un fluide en écoulement et un élément en rotation sous l'effet d'une action dynamique et générée une modification de la pression et de la quantité de mouvement du fluide. Le transfert d'énergie mécanique se produit à l'intérieur ou à l'extérieur de la turbomachine, généralement c'est un processus à écoulement constant. Les turbomachines incluent toutes les machines produisant de l'énergie, telles que les turbines, ainsi que les types produisant une pression, telles que les pompes centrifuges et les compresseurs.

La turbomachine telle que décrite ci-dessus couvre un large éventail de machines, telles que des turbines à gaz, des turbines à vapeur, des pompes centrifuges, des compresseurs centrifuges et à écoulement axial, des éoliennes, des roues hydrauliques et des turbines hydrauliques. Dans ce chapitre, nous traiterons des machines à de fluide incompressible et compressible.

### 2. Types de Turbomachines

Il existe différents types de turbomachines. Ils peuvent être classés comme:

- Turbomachines dans lesquelles le travail est effectué par le fluide et le travail est effectué sur le fluide.
- Turbomachines dans lesquelles le fluide traverse l'élément rotatif dans la direction axiale sans aucun mouvement radial des lignes de courant. De telles machines sont appelées machines à écoulement axial, alors que si l'écoulement est essentiellement radial, on parle de machine à écoulement radial ou à écoulement centrifuge. Certaines de ces machines sont illustrées à la Fig. 1. Les turbomachines peuvent en outre être classées comme suit (voir table N°1):
  - ✓ Turbines: Machines produisant de l'énergie en dilatant un fluide à une pression ou à une pression plus basse.
  - ✓ Pompes: machines qui augmentent la pression ou la charge du fluide en circulation.
  - ✓ Ventilateurs: machines ne produisant qu'une faible augmentation de pression dans un gaz à écoulement continu; généralement, le gaz peut être considéré comme incompressible.
  - ✓ Compresseurs: machines qui transmettent de l'énergie cinétique à un gaz en le comprimant puis en lui permettant de se dilater rapidement. Les compresseurs peuvent être à écoulement axial, centrifuge ou une combinaison des deux types, afin de produire de l'air très comprimé. Dans un compresseur dynamique, ceci est obtenu en transmettant de l'énergie cinétique à l'air dans la turbine, puis cette énergie cinétique est convertie en énergie de pression dans le diffuseur.

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

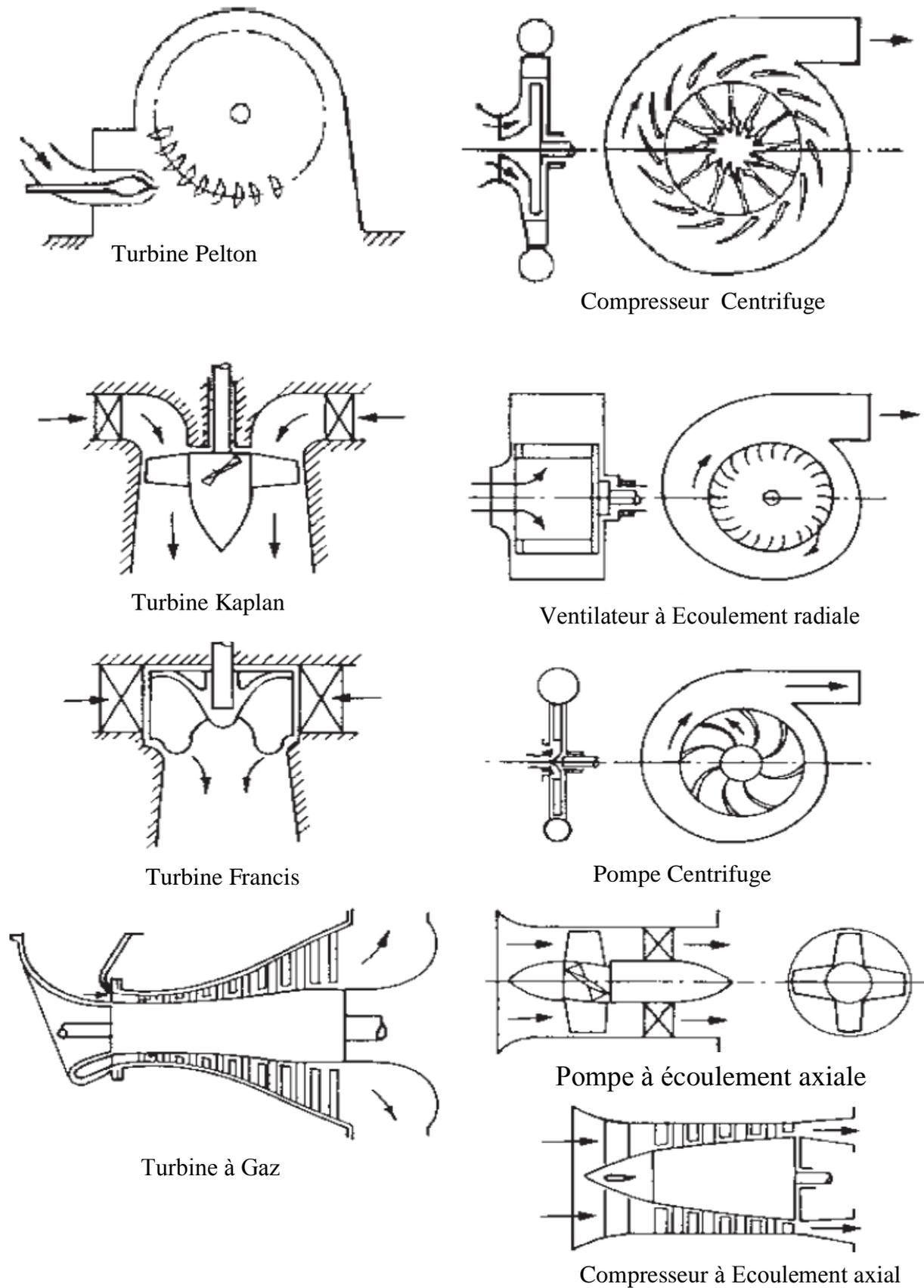


Figure 1 : Types des turbomachines [1]

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

**Table N°1 : classification des turbomachines [1]**

Mode de classification	Les différents types	Exemple
Selon le sens d'énergie	[1] L'énergie du fluide vers le rotor	Turbine à vapeur Turbine hydraulique
	[2] L'énergie du rotor vers le fluide	Ventilateur Compresseur pompe
Selon la direction de l'écoulement du fluide	1. Machine à écoulement radial	Pompe centrifuge
	2. Machine à écoulement axial	Turbine hydraulique Kaplan
	3. Machine à écoulement mixte	Turbine hydraulique Francis
	4. Machine à écoulement tangentielle	Turbine hydraulique Pelton
Selon le type de fluide	1. Machine hydraulique	Pompe
	2. Machine thermique	Compresseur
Selon le degré de réaction	1. Machine à action	Turbine hydraulique Pelton
	2. Machine à réaction	Turbine hydraulique Kaplan

### 3. Unités et Dimensions

Les turbomachines traitent des fluides à différents niveaux d'énergie. Les énergies des fluides sont de différentes formes: énergie de pression, énergie cinétique, énergie potentielle et énergie thermique. Afin de faire face à différentes formes d'énergie et d'amener ces formes dans une unité commune, une constante dimensionnelle est d'abord identifiée. Cette constante est « $g_c$ ».

Selon la deuxième loi de Newton, la force agissant sur une masse est proportionnelle au produit de la masse et l'accélération de cette masse. Mathématiquement, il peut être écrit comme :

$$F \propto Mg$$

$$\Rightarrow F = \left[ \frac{1}{g_c} \right] Mg$$

Où  $(1 / g_c)$  est la constante de proportionnalité. Donc,

$$g_c = \left[ \frac{Mg}{F} \right]$$

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

En unités SI, 1 N est la force qui agit sur une masse de 1 kg et accélère cette masse à 1 m/s<sup>2</sup>.  
En remplaçant  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $a = 1 \text{ m/s}^2$  et  $F = 1 \text{ N}$  dans l'équation ci-dessus,

$$g_c = \frac{mg}{F} = \frac{1 \text{ kg} (1 \text{ m/s}^2)}{1 \text{ N}}$$

$$g_c = \frac{1 \text{ kg m}}{1 \text{ N s}^2}$$

$$1 \text{ kg m} = 1 \text{ N s}^2$$

Avec les unités de masse, de longueur, de temps et de force fixées comme ci-dessus (comme dans le système d'unités SI),  $g_c$  est une constante avec sa valeur numérique d'unitaire ayant les dimensions de (kg m) / (N s<sup>2</sup>). Par conséquent, les dimensions de toute entité physique peuvent être multipliées ou divisées par  $g_c$  sans perte de caractère de cette entité physique et sans modification de la valeur numérique de la mesure de sa quantité. Cette multiplication ou division par  $g_c$  est effectuée là où les dimensions doivent être homogènes dans les équations, dans toutes les quantités.

### 3.1. Energie des fluides

Les fluides ont différentes formes d'énergie: énergie de pression, énergie cinétique, énergie potentielle et énergie thermique. Les dimensions des différentes formes d'énergie sont maintenant considérées comme suit:

#### 3.1.1. Energie de pression

L'énergie de pression d'un fluide à une pression  $p$  (N / m<sup>2</sup>) et à un volume spécifique  $v$  (m<sup>3</sup> / kg) est donné par le produit  $pv$ . Les dimensions sont les suivantes:

$$pv = \frac{N}{m^2} \times \frac{m^3}{kg} = \frac{mN}{kg} = \frac{J}{kg}$$

#### 3.1.2. Energie cinétique

L'énergie cinétique d'un fluide se déplaçant à une vitesse de  $V$  m/s est donnée par  $V^2 / 2$ . Les dimensions sont les suivantes:

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\frac{V^2}{2} = \frac{m^2}{s^2} = \frac{m^2}{s^2} \times \frac{1}{(kg \ m / N \ s^2)} = \frac{mN}{kg} = \frac{J}{kg}$$

$$\frac{V^2}{2} = \frac{V^2}{2g_c} = \frac{m^2}{s^2} = \frac{J}{kg}$$

Ceci illustre l'utilisation de la "division par  $g_c$ " pour obtenir des dimensions homogènes, sans modifier la valeur numérique. L'énergie cinétique d'un fluide en mouvement à 100 m /s est

$$\frac{100^2}{2} = 5000m^2 / s^2 = 5000(mN) / kg = 5000J / kg$$

#### 3.1.3. Energie potentielle

L'énergie potentielle d'un fluide de hauteur  $z$  (supérieure à un niveau de référence donné) est donnée par  $z_g$ . Les dimensions sont les suivantes:

$$z_g = m \times \frac{m}{s^2} = \frac{m^2}{s^2} = \frac{mN}{kg} = \frac{J}{kg}$$

$$z_g = \frac{z_g}{g_c} = \frac{J}{kg}$$

La division par  $g_c$  est sans aucune modification de la valeur numérique. L'énergie potentielle d'un fluide situé à une hauteur de 10 m au-dessus d'un point de référence donné :

$$10 \times g = 10 \times 9.81m^2 / s^2 = 98.1J / kg$$

#### 3.1.4. Energie thermique ou enthalpie

L'enthalpie est un effet combiné de la pression et de la température d'un gaz. Pour les fluides compressibles, l'enthalpie peut être prise en fonction de la température. Les modifications de cette forme d'énergie sont donc calculées comme suit:

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\Delta h = c_p \Delta T = \frac{J}{kg^{\circ}C} \times ^{\circ}C = \frac{J}{kg}$$

L'équation de  $\Delta h$  ci-dessus reste valable lorsque la chaleur spécifique  $c_p$  reste constante. Lorsque le fluide est de l'air, la chaleur spécifique peut être considérée comme constante dans les plages de variations de température habituellement rencontrées dans les turbomachines. Lorsque le fluide est de la vapeur, les enthalpies doivent être obtenues à partir des tables de vapeur.

Comme indiqué en haut, un fluide peut avoir différentes formes d'énergie et son énergie totale est la somme des formes d'énergie individuelles. Essentiellement, toutes les formes doivent avoir les mêmes dimensions pour pouvoir les additionner. Comme indiqué ci-dessus, que les dimensions soient  $m^2 / s^2$ ,  $mN / kg$  ou  $J / kg$ , elles sont toutes identiques.

### 4. Application de la première loi de la thermodynamique

La première loi de la thermodynamique donne lieu à l'équation d'énergie à écoulement constant avec un ensemble d'hypothèses (fig.2). Ces hypothèses s'appliquent de manière réaliste à une turbomachine car, pour une turbomachine, les conditions d'entrée et de sortie ne varient pas au fil du temps et il n'y a ni épuisement ni accumulation de masse dans la machine. Le processus est continu et le transfert de chaleur depuis ou vers une turbomachine est considéré comme négligeable.

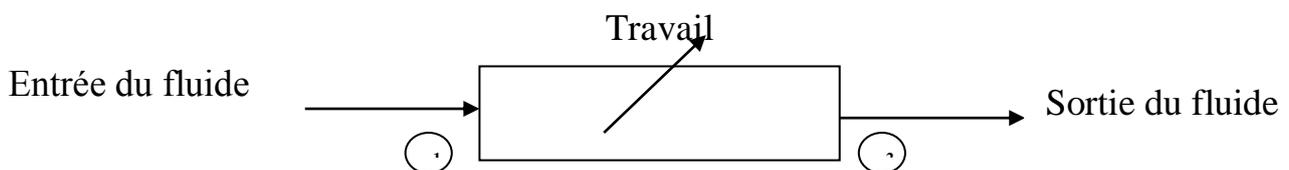


Figure 2 : Schéma d'un système

Considérant la turbomachine montrée sur la Fig.2, on peut écrire :

Le travail de la turbomachine ; avec  $E_1$  énergie totale du fluide en entrée et  $E_2$  énergie totale du fluide en sortie

$$W = E_1 - E_2 \quad (1)$$

Sur la base du débit massique unitaire,

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\begin{aligned}
 W &= e_1 - e_2 \\
 &= \left( h_1 + \frac{V_1^2}{2g_c} + z_1 \frac{g}{g_c} \right) - \left( h_2 + \frac{V_2^2}{2g_c} + z_2 \frac{g}{g_c} \right) \\
 &= \left( h_{01} + z_1 \frac{g}{g_c} \right) - \left( h_{02} + z_2 \frac{g}{g_c} \right)
 \end{aligned}$$

Ainsi que

$$W = (h_1 - h_2) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g_c} + (z_1 - z_2) \frac{g}{g_c} \quad (2)$$

Toutes les unités sont J / kg dans les équations ci-dessus. La quantité sur le côté gauche, W, est le "travail spécifique" d'une turbomachine. Il s'agit de l'interaction de travail de 1 kg de fluide circulant sur le rotor de la turbomachine. Lorsque le débit est de m kg / s, la puissance correspondante de la machine est donnée par :

$$P \left( \frac{J}{s} \right) = W \left( \frac{J}{kg} \right) \times m (kg / s)$$

Où P est en watts. W et P sont positifs lorsque le fluide a une énergie supérieure à l'entrée par rapport à la sortie. Ce sont des "machines de puissance" produisant de la force motrice pour faire fonctionner d'autres machines. Mathématiquement, les équations sont valables pour les machines qui ont absorbé le travail, telles que les pompes, les ventilateurs, les compresseurs, etc.

L'énergie du fluide à la sortie de ces machines est supérieure à l'énergie à l'entrée et le travail spécifique devient négatif dans l'équation. Cela signifie que l'alimentation est l'entrée de telles turbomachines.

Lorsque le fluide est incompressible (à savoir des liquides), les termes d'enthalpie sont remplacés par des termes plus appropriés d'énergie de pression. Dans ce cas, la densité est utilisée à la place du volume spécifique. La densité est invariable sur un large de pressions. L'expression «travail spécifique» dans tel cas devient

$$W = \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g_c} + z_1 \frac{g}{g_c} \right) - \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g_c} + z_2 \frac{g}{g_c} \right)$$

Toutes les unités sont en J / kg. Également

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

$$W = \left( \frac{p_1 - p_2}{\rho} \right) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g_c} + (z_1 - z_2) \frac{g}{g_c}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{\rho} \left( p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2g_c} \right) - \frac{1}{\rho} \left( p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2g_c} \right) + (z_1 - z_2) \frac{g}{g_c}$$

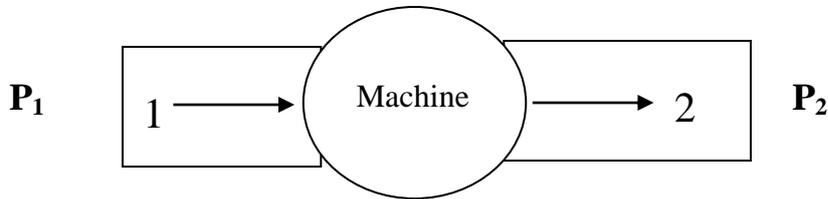
Donc 
$$W = \frac{1}{\rho} (p_{01} - p_{02}) + (z_1 - z_2) \frac{g}{g_c}$$

Et 
$$P = W_{xm}$$

**5. Etude théorique des turbomachines**

**5.1. Relation du travail**

Soit une turbomachine traversée par un fluide (Fig.3). En appliquant le 1er principe de la thermodynamique à la masse du fluide comprise à l'instant "t" entre deux sections 1 et 2 située sur les conduites d'entrée et de sortie de la machine.



**Figure 3: Schéma d'une turbomachine**

$$W_t + Q_{12} = dm \left( E + \frac{\Delta V^2}{2} + g\Delta z \right) \quad (3)$$

Le travail  $W_t$  est égal à la somme du  $W_{12}$  (travail de la machine) et du travail des pressions  $P_1$  et  $P_2$  s'exerçant sur les sections 1 et 2 :

$$W_t = W_{12} + P_1 v_1 - P_2 v_2$$

Et l'équation (3) devient (pour unité de masse  $dm=1$ )

$$W_t + Q_{12} = \left( \Delta E + P_2 v_2 - P_1 v_1 + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right) \quad (4)$$

**a. Cas d'un fluide incompressible**

Généralement la quantité de chaleur échangée est négligeable ( $Q_{12}=0$ , même température)

$$W_{12} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (5)$$

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} : \text{Travail de pression}$$

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} : \text{Variation de l'énergie cinétique}$$

$g(z_2 - z_1)$  : Variation de l'énergie potentielle due à la variation d'altitude

$$\Delta E_{12} = \frac{\Delta P'_{12}}{\rho} : \text{Les pertes de charge}$$

Les pertes sont négligeables, donc la relation de travail est la suivante :

$$W_{12} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

#### b. Cas d'un fluide compressible

Le fluide est considéré compressible comme un gaz parfait

$$\Delta E = C_v \Delta T$$

$$\Delta \left( \frac{p}{\rho} \right) = r \Delta T \text{ avec } r = \frac{R}{M} [J / kgK] , R = 8.314 [J / mol K]$$

$$\Rightarrow \Delta E + \Delta \left( \frac{p}{\rho} \right) = (C_v + r) \Delta T , C_p - C_v = r$$

$$\Delta E + \Delta \left( \frac{p}{\rho} \right) = C_p \Delta T = \Delta h$$

En remplaçant dans l'équation (5):

$$W_{12} + Q_{12} = \left( \Delta h + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right)$$

Les termes  $Q_{12}$  et  $g(z_2 - z_1)$  sont négligeables donc:

$$W_{12} = h_2 - h_1 + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \quad [J / kg]$$

Et la puissance :  $Pe_u = q_m W_{12}$  [W] et  $q_m$  est le débit massique kg/s]

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

### 5.2.Écoulement d'un fluide incompressible dans les machines axiales

#### a. Triangle des vitesses

Considérons une particule de fluide traversant la roue d'une machine axiale, on peut définir sa vitesse absolue  $\vec{u}$  par rapport à un référentielle immobile. La vitesse relative  $\vec{w}$  est par rapport à un référentiel mobile (tournant avec la roue) et la vitesse d'entraînement  $\vec{v}$ .

A chaque instant et en chaque point, nous avons la relation vectorielle suivante :

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{w} \quad (6)$$

$$\text{Avec } \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$\vec{\omega}$  : Le vecteur de vitesse de rotation (vitesse angulaire rad/s)

$$\omega = \frac{2 \pi N}{60} \quad \text{et } N : \text{ nombre de trous par minute (tr/min)}$$

$r$  : La distance entre la particule de fluide et l'axe de rotation

La relation (6) est illustrée par les triangles des vitesses qu'on pourra tracer à chaque point de l'écoulement.

#### b. Relation du travail échangé

Imaginons un observateur tournant avec le rotor, pour cet observateur l'écoulement se fait comme dans un canal immobile de la vitesse  $w_1$  à  $w_2$ . Selon le théorème Bernoulli :

$$W_{12} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

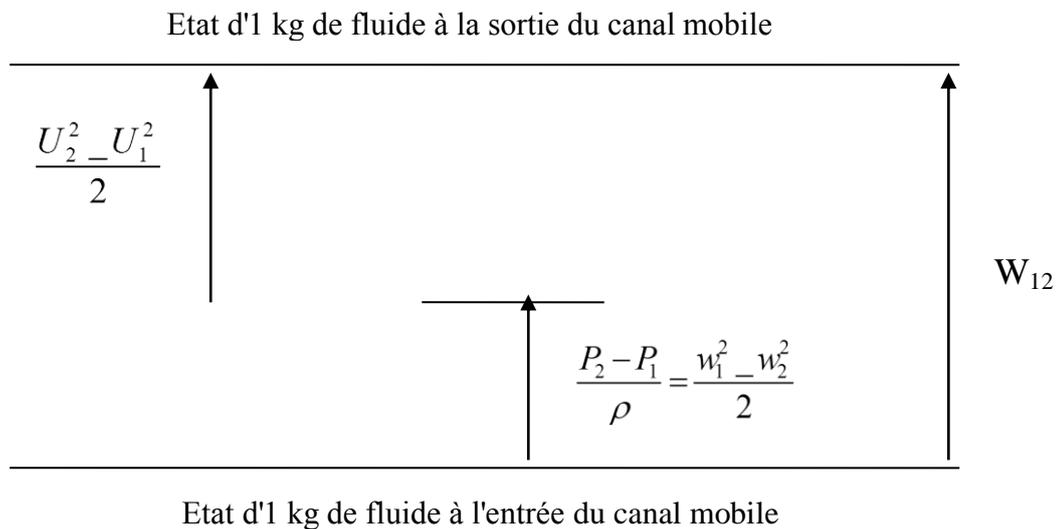
$W_{12}=0$  et le terme  $g(z_2-z_1)$  est négligeable

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

$$0 = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \Rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

En remplaçant dans l'équation précédente:

$$W_{12} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \quad (7)$$



**Figure 4: représentation du travail échangé pour les machines axiales**

**c. Equation d'Euler**

Pour les machines axiales :  $v_1 = v_2 = v = \omega \cdot r_{\text{moy}}$

D'après la relation de triangle des vitesses :  $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$

$$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} \Rightarrow w^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos \alpha_1 \text{ (à l'entrée de la roue)}$$

$$\text{et } w_2^2 = u_2^2 + v_2^2 - 2u_2v_2 \cos \alpha_2 \text{ (à la sortie)}$$

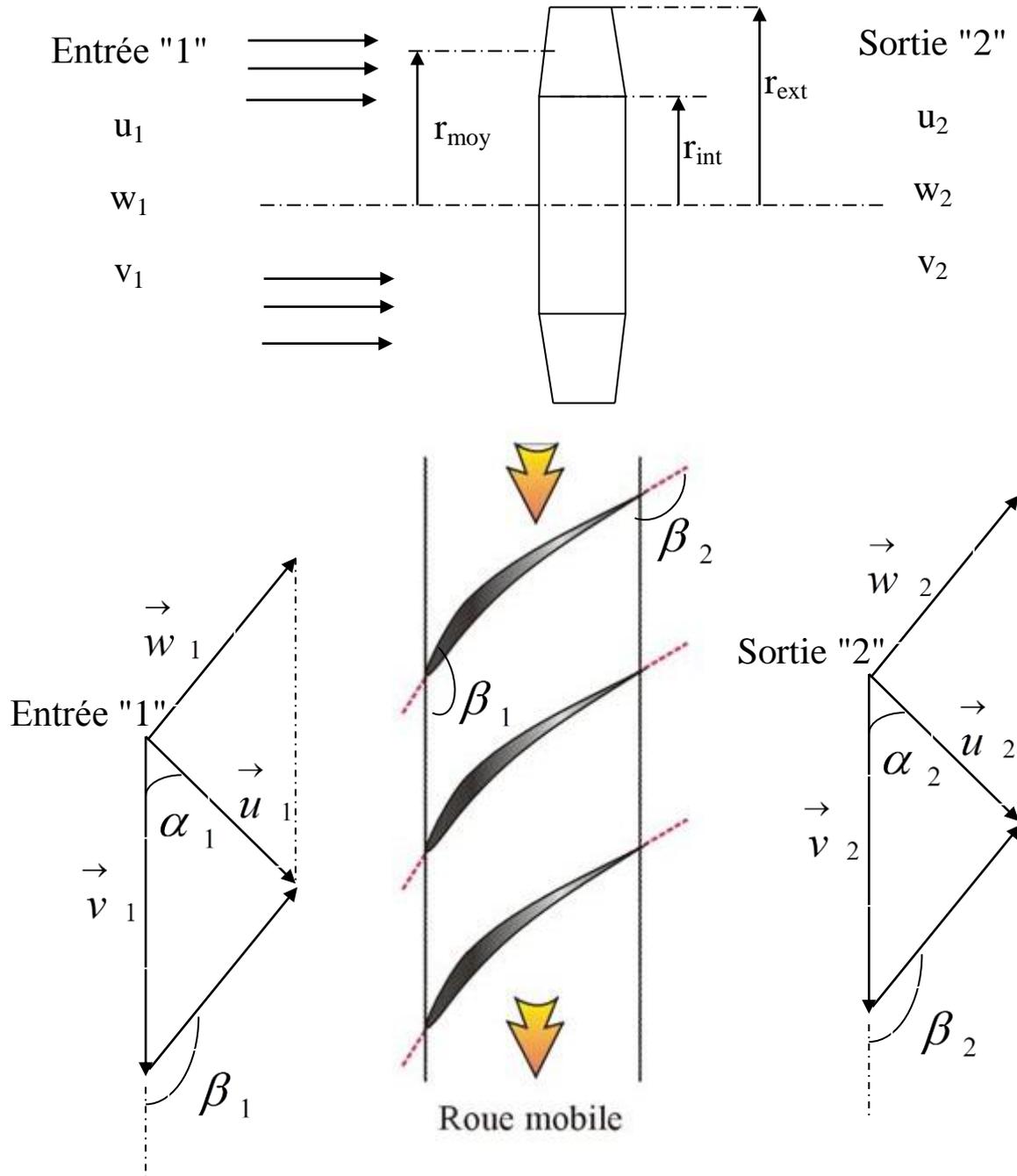
En remplaçant ces relations dans l'équation (7), on obtient:

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

$$W_{12} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - u_1 v_1 \cos \alpha_1 + u_2 v_2 \cos \alpha_2$$

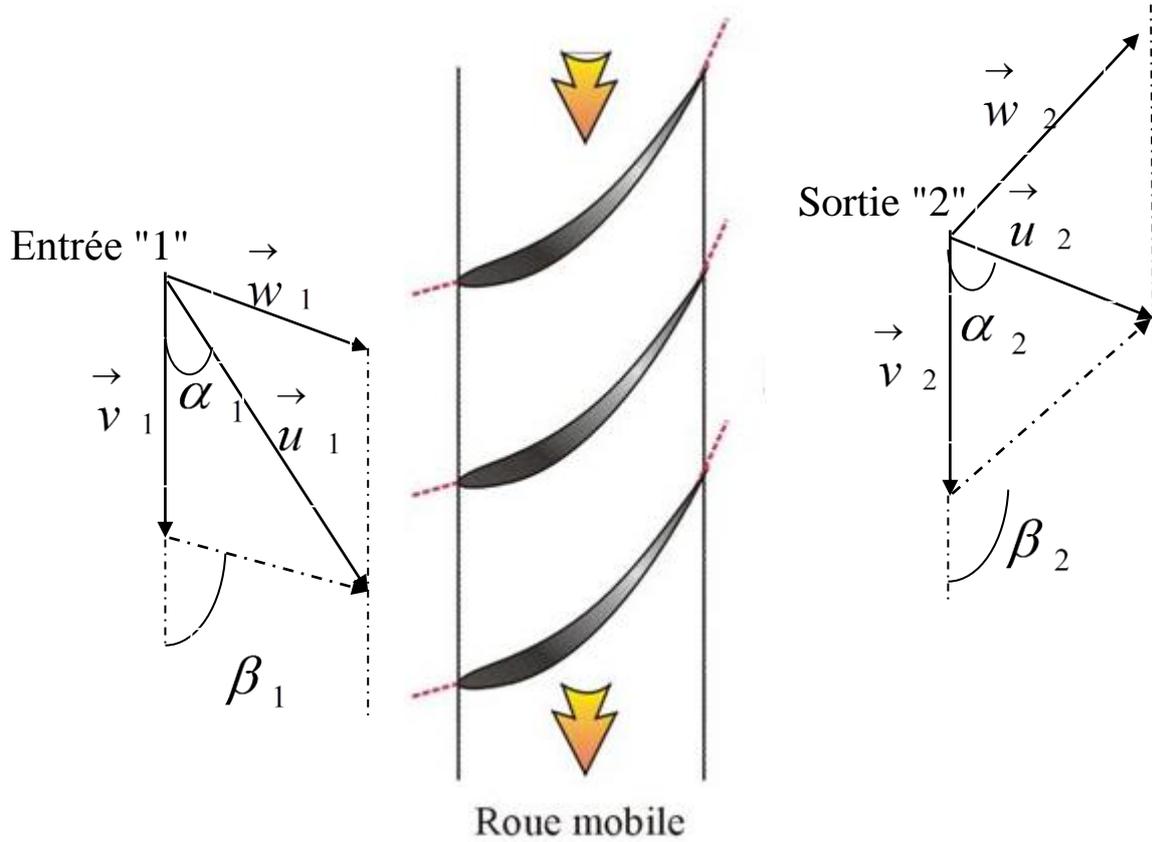
$$W_{12} = -u_1 v_1 \cos \alpha_1 + u_2 v_2 \cos \alpha_2, v_1 = v_2$$

$$W_{12} = v (u_2 \cos \alpha_2 - u_1 \cos \alpha_1)$$



**Figure 5: Aubes des pompes et compresseurs axiaux**

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**



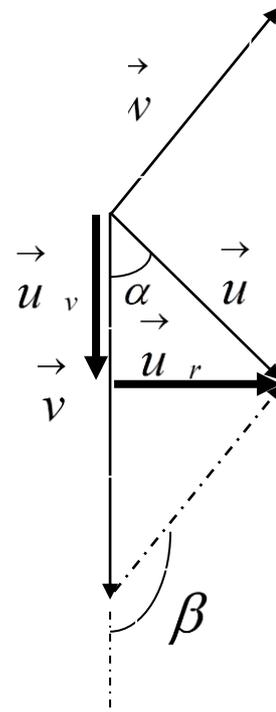
**Figure 6: Aubes des turbines**

$$u_v = u \cos \alpha$$

$$\text{et } u_r = u \sin \alpha$$

$u_v$  : La composante tangentielle de la vitesse absolue

$u_r$  : La composante radiale de la vitesse absolue



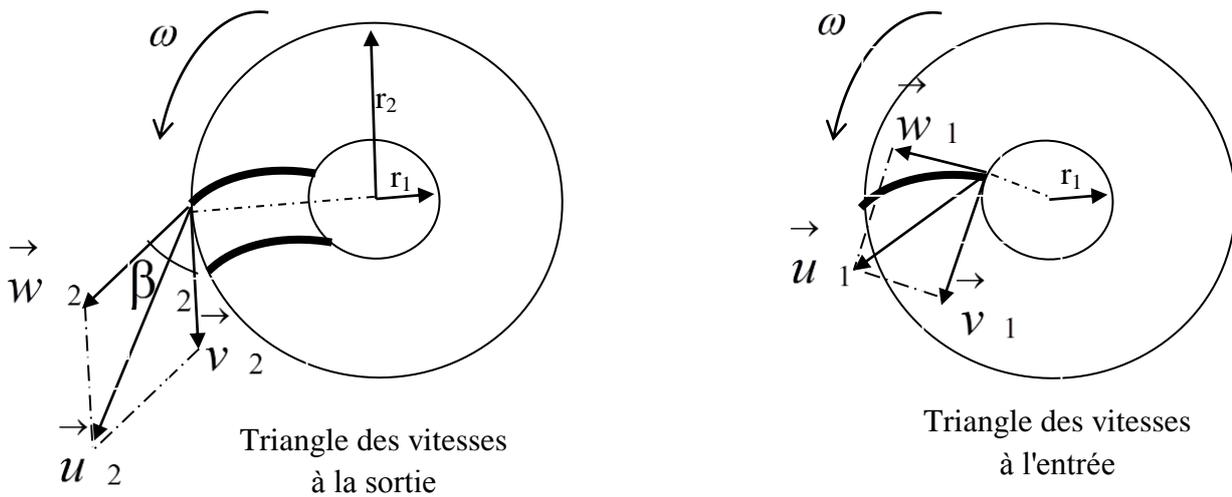
**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

La vitesse d'entraînement reste constante entre le point 1 et 2 mais la vitesse relative  $w_2$  et différente de  $w_1$ , et la vitesse absolue  $u_2$  est généralement différente de la vitesse  $u_1$ . Dans le

cas des machines axiales :  $r_{moy} = \frac{r_{int} + r_{ext}}{2}$  et  $v = \omega \cdot r_{moy}$

**5.3.Écoulement d'un fluide incompressible dans les machines radiales**

**a. Triangles des vitesses**



**Figure 7: Les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie pour les machines radiales**

Pour les machines radiales  $v_1 = \omega \cdot r_1 \neq v_2 = \omega \cdot r_2$

**b. Relation du travail échangé**

$$\text{On a : } W_{12} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

Chaque particule s'éloigner du centre de rotor, elle est soumise à une force centrifuge qui dépend du rayon, considérons un tube rempli d'une masse de 1kg (Fig.8)

Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

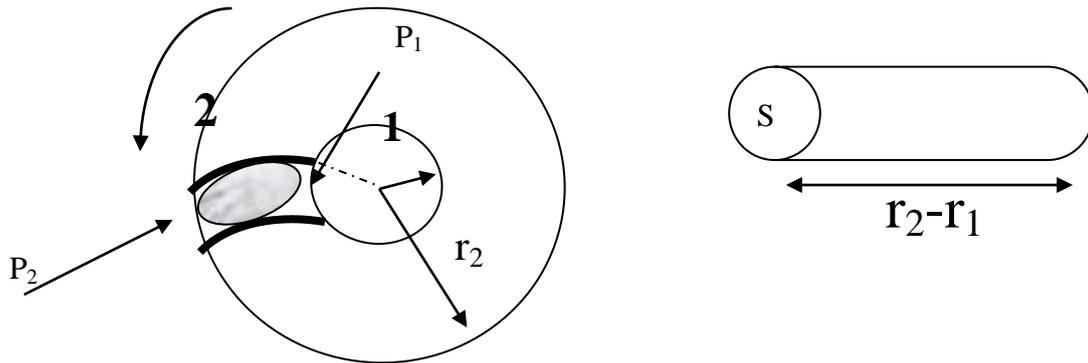


Figure 8: Représentation d'un tube rempli d'une masse de 1kg

$$M = 1 \text{ kg} = \rho * v = \rho * S * (r_2 - r_1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{\rho * (r_2 - r_1)}$$

La pression au point 2:

$$P_2 = P_1 + \frac{F}{S}$$

F: la force centrifuge est exprimé par :

$$F = \omega^2 \left( \frac{r_1 + r_2}{2} \right)$$

$$P_2 - P_1 = F = \omega^2 \left( \frac{r_1 + r_2}{2S} \right) = \frac{\omega^2 (r_1 + r_2) \rho (r_2 - r_1)}{2}$$

Donc:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{\omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2} = \frac{\omega^2 r_2^2}{2} - \frac{\omega^2 r_1^2}{2} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \dots\dots\dots(a)$$

D'après part on applique l'équation de Bernoulli sur une unité de masse de fluide traversant un canal dans un repère relatif:

**Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines**

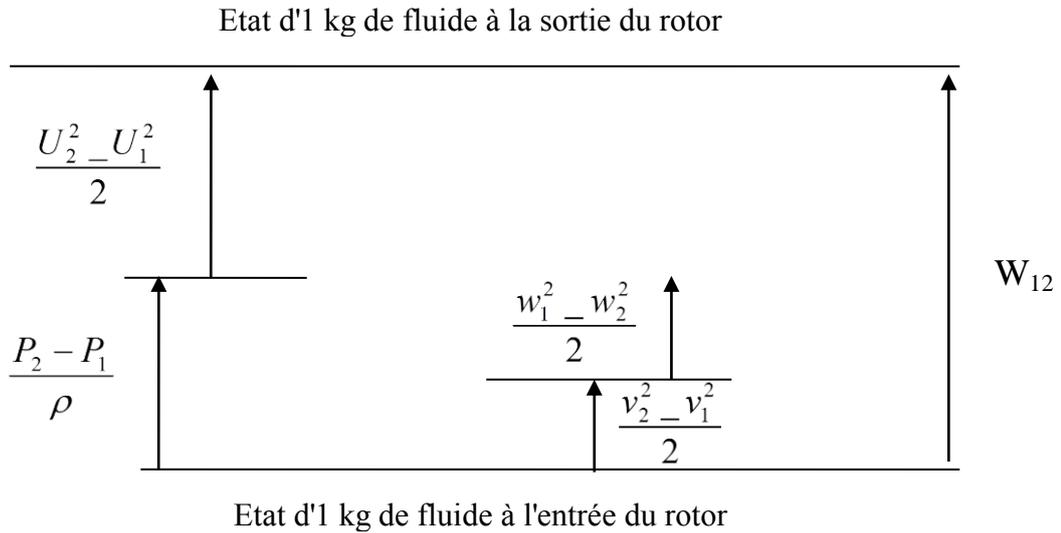
$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \dots\dots\dots(b)$$

Finalement, on peut écrire:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

En remplaçant dans l'équation générale:

$$W_{12} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad [J/kg]$$



**Figure 9: représentation du travail échangé pour les machines radiales**

**c. Equation d'Euler:**

Pour les machines radiales :  $v_1 \neq v_2, r_1 \neq r_2$

$$\rightarrow \quad \rightarrow \quad \rightarrow$$

D'après la relation de triangle des vitesses :  $u = v + w$

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} \Rightarrow w^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos \alpha_1 \text{ (à l'entrée de la roue)}$$

$$\text{et } w_2^2 = u_2^2 + v_2^2 - 2u_2v_2 \cos \alpha_2 \text{ (à la sortie)}$$

En remplaçant ces relations dans l'équation (7), on obtient:

$$W_{12} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - u_1v_1 \cos \alpha_1 + u_2v_2 \cos \alpha_2$$

$$W_{12} = u_2v_2 \cos \alpha_2 - u_1v_1 \cos \alpha_1$$

$$W_{12} = u_{2v}v_2 - u_{1v}v_1$$

Equation de l'Euler pour les machines radiales.

#### 5.4.Écoulement d'un fluide compressible dans les machines axiales

Pour les machines à fluide compressible, l'expression du travail donnée par :

$$W_{12} = h_2 - h_1 + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad [J/kg]$$

Considérons un observateur tournant avec le rotor:

$$0 = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

$$\text{D'où : } W_{12} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad [J/kg]$$

Pour les machines axiales :  $v_1 = v_2 = v = \Omega r_{\text{moy}}$

D'après la relation de triangle des vitesses :  $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$

### Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

$$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} \Rightarrow w^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos \alpha_1 \text{ (à l'entrée de la roue)}$$

$$\text{et } w_2^2 = u_2^2 + v_2^2 - 2u_2v_2 \cos \alpha_2 \text{ (à la sortie)}$$

En remplaçant dans l'expression du travail, on obtient:

$$W_{12} = v (u_{2v} - u_{1v})$$

Equation d'Euler pour un fluide compressible et machine axiale

### 5.5.Écoulement d'un fluide compressible dans les machines radiales

D'après la relation du travail :  $W_{12} = h_2 - h_1 + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad [J/kg]$

$$W_{12} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

$$W_{12} = u_{2v}v_2 - u_{1v}v_1$$

Equation d'Euler pour un fluide compressible et une machine radiale.

### 6. Degré de réaction

$$R = \frac{\text{Quantité d'énergie échangé dans le rotor}}{\text{Quantité d'énergie échangé dans l'étage}}$$

⇒ Pour les machines à fluide incompressible:

$$R = \frac{\Delta P / \varphi}{W_{12}}$$

⇒ Pour une machine radiale:

$$R = \frac{(w_1^2 - w_2^2) + (v_2^2 - v_1^2)}{2W_{12}}$$

⇒ Pour les machines à fluide compressible:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} = \frac{h_2 - h_1}{\Delta h_{\text{étage}}}$$

## Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

### Exemple:

⇒ Si  $R=0$

$$0 = \frac{\Delta P / \varphi}{W_{12}} \Rightarrow \Delta P / \varphi = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$$

La machines est dite à action (machine axiale)

⇒ Si  $R=1$

$$1 = \frac{\Delta P / \varphi}{W_{12}} \Rightarrow \Delta P / \varphi = W_{12}$$

La machines est dite à réaction pure (pour une turbine la totalité de la détente ce produite dans le rotor)

⇒ Si  $0 < R < 1$

La machine est dite à réaction

⇒ Si  $R= 0.5$  dans ce cas la majorité de la détente est effectuée dans le rotor l'autre part dans le stator (cas des turbines).