الجبر 1 السلسلة 1

التمـــرين الأول :

لتكن P, Q, R ثلاث قضايا

اكتب جدول الحقيقة للقضايا التالية

$$(1)\ \ P \vee \bar{P}\ ,(2)\ \ \ P \wedge \bar{P}\ \ ,(3)\ [P \wedge (P \vee Q)]\ ,(4)\ [P \vee (P \wedge Q)].$$

ماذا تستنتج؟

التمـــرين الثاني :

هل القضايا التالية صحيحة ام خاطئة:

$$(1)\ \exists x \in \mathbb{Q}: [x + 1 < 0]\ ;(2)\ \forall n \in \mathbb{N}, \exists m \in \mathbb{N}: [n + m = 7]$$

$$(3)\forall x \in\ ]0,8]: \left(x > \frac{1}{x}\right);(4)\ \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: [1 + xy = x + y \Rightarrow x = 1 \vee y = 1]$$

التمـــرين الثالث :

عين نفي القضايا التالية ثم بين ان كانت صحيحة ام خاطئة :

$$(1)\ \forall x \in \mathbb{R}: \left[\sqrt{1 + x^2} - |x| \geq 0\right]\ ,(2)\ \forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}: y < x$$

$$(3)\ \forall x \in \mathbb{R}: [(x^2 - |x| + 1 \geq 0) \wedge (|x| \leq 1)]\ ,(4)\quad \exists n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}_+: \frac{x^{2n}}{1 + x} > 1$$

التمـــرين الرابع:

استخدم البرهان حالة بحالة في اثبات صحة القضايا التالية

$$(1)\ \forall n \in \mathbb{N}: [n^3 - n \text{ قاسم ل } 3]\ ,(2)\ \forall x \in \mathbb{R}: x - \sqrt{1 + x^2} < 0$$

$$(3)\ \forall x \in \mathbb{R}: [|x - 1| \leq x^2 - x + 1]$$

التمـــرين الخامس :

لتكن القضية التالية:

$$(P)\ \forall x \in \mathbb{R}^*: \left[\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{x+1}{x}\right) - 5 > \Rightarrow x \leq 0\right]$$

1- اعطي عكس نقيض القضية (P)

2- هل القضية (P) صحيحة ام خاطئة؟ علل اجابتك

3- اعطي نفي القضية (P)

نفس الاسئلة بالنسبة للقضية : $(Q)\ \forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^2: [x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)]$ حيث $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+2}$

التمـــرين السادس:

استخدم البرهان بالمثال المضاد في اثبات خطأ القضايا التالية

$$(1)\ \forall x \in \mathbb{R}^*: \left[x + \frac{1}{x} \geq 2\right]\ ,(2)\ \forall (a,b) \in \mathbb{R}^2: \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$(3)\ \forall x \in]0,1[: \left[\frac{2x}{x^2(1-x^2)} < 1\right]$$

التمـرين السابع :

برهن مستخدما البرهان بالنفي صحة القضايا التالية :

$$(1)\ \forall x \in \mathbb{R}: [4cosx \neq x^2 - 4x + 12]\ ,(2)\ \sqrt{\frac{n+1}{n+2}} \notin \mathbb{N}$$

(3) ليكن ABC مثلث طول اضلاعه 6a ،4a و 3a حيث $a > 0$

برهن أن المثلثABC غير قائم الزاوية

التمـرين الثامن :

لتكن الدالتين العباريتين :

$$(1)\ \forall n \in \mathbb{N}, (P_n) : [(1+x)^n \geq 1 + nx\ , x > 0]\ ; (Q_n)\left[4^n + 1\right.$$ 3 قاسم ل

1- برهن باستخدام البرهان بالتراجع صحة القضية (P_n)

2- برهن صحة الاستلزام $(\forall n \in \mathbb{N} : Q_n \Rightarrow Q_{n+1})$

3- برهن أن القضية (Q_n) خاطئة.

التمـرين التاسع :

حصل الطلبة أحمد ، علي ، سالم على العلامات التالية: 06،10 و 16.

لتكن القضايا الأربع التالية :

علامة أحمد 06 $\Leftarrow$ علامة علي 10 (P_1)

علامة علي 6 $\Leftarrow$ علامة سالم 10 (P_2)

علامة أحمد ليست 10 $\Leftarrow$ علامة علي 16 (P_3)

علامة سالم 16 $\Leftarrow$ علامة علي 06 (P_4)

املأ الجدول التالي باعتبار صحة القضية من خطئها:

الاحتمال المقترح	(P_1)	(P_2)	(P_3)	(P_4)
علامة احمد 6،علامة علي 10 و علامة سالم 16				
علامة احمد 6،علامة علي 16 و علامة سالم 10				
علامة احمد 10،علامة علي 6 و علامة سالم 16				
علامة احمد 10،علامة علي 16 و علامة سالم 6				
علامة احمد 16،علامة علي 10 و علامة سالم 6				
علامة احمد 16،علامة علي 6 و علامة سالم 10				

اذا كانت القضايا الاربعة صحيحة عين علامة كل طالب.