Université de Jijel
Matière: Probabilités et Statistiques
Parties II: Statistiques Descriptives

Chapitre II

Série statistique à une seule variable

CHAPITRE 2: Série statistique à une seule variable

On considère un échantillon statistique composé de **n individus** numérotés de **1** à **n**. Appelons **X** le caractère sur lequel porte l'étude et qui comprend ***p* modalités** (*p* < *n*) rangées par ordre croissant $x1, x2, \ldots\ldots, xp$

1- Effectifs et fréquences d'une série statistique :

A-Effectifs d'une série statistique

On appelle effectif de la $i^{\text{ème}}$ modalité x_i (noté n_i) le nombre d'individus satisfaisants la modalité x_i

B-fréquences d'une série statistique

On appelle fréquence absolue de la $i^{\text{ème}}$ modalité xi (notée f_i) le proportion d'individus satisfaisants la modalité x_i, cette quantité est donnée par :

$$f_i = \frac{n_i}{n}(f_i < 1 \quad \forall i = 1 \ldots p)$$

Remarque : on note que $\sum_{i=1}^{p} n_i = n$ et $\sum_{i=1}^{p} f_i = 1$

1.2 Exemples :

Exemple 1 : Caractère qualitatif

On étudie la couleur des yeux de 20 étudiants inscrits en 2ème année :

N-N-B-N-N-N-N-M-N-M

V-N-M-N-N-N-M-N-M-M

Les modalités du caractère couleur des yeux sont donc **N :** noirs, **M** : marrons, **V** : verts, **B** : bleus.

Modalité x_i	N	B	V	M	Total
Effectif n_i	12	1	1	6	20
Fréquence f_i	$\frac{12}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	1

Exemple 2 : Caractère quantitatif discret

La série statistique suivante représente le nombre d'enfants dans 20 ménages :

5 - 3 - 1 - 3 - 4 - 3 - 2 - 6 - 1 - 3 - 4 - 2 - 2 - 3 - 2 - 3 - 3 - 5 - 4 - 2

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i
1	2	$\frac{2}{20} = 0,10$
2	5	$\frac{5}{20} = 0,25$
3	7	$\frac{7}{20} = 0,35$
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$
6	1	$\frac{1}{20} = 0,05$
Total	20	1

Exemple 3 : Caractère quantitatif continu

Nous présentons une série statistique issue de l'étude de la taille de 20 étudiants en 2ème année LMD:

182 - 174 - 168 - 176 - 179 - 193 - 180 - 175 - 181 - 182
184 - 169 - 187 - 185 - 176 - 171 - 180 - 174 - 179 - 170

Afin d'étudier la série statistique précédente on doit regrouper les données en classes de taille.

Regroupement des données :

-Nombre de classes : le nombre de classes est donné par la formule :

$$\boxed{K = 1 + \frac{10log(n)}{3}}$$

-Amplitude des classes : l'amplitude des classes est donné par :

$$\boxed{w = \frac{x_{max} - x_{min}}{K}}$$

Exemple 3 : Caractère quantitatif continu

Application numérique :

- $K = 1 + \frac{10log(20)}{3} = 5,33 \simeq 5$
- $w = \frac{193 - 168}{5} = 5$

Les classes de taille seront donc données comme suit :

[168,173[; [173,178[; [178,183[; [183,188[; [188,193].

Le tableau suivant donne la répartition des effectifs et des fréquences absolus :

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i
[168,173[	4	$\frac{4}{20} = 0,20$
[173,178[	5	$\frac{5}{20} = 0,25$
[178,183[	7	$\frac{7}{20} = 0,35$
[183,188[	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
[188,193]	1	$\frac{1}{20} = 0,05$
Total	20	1

2- Effectifs et fréquences cumulés croissants

2- Effectifs et fréquences cumulés croissants

A-Effectifs cumulés croissants

On appelle effectif cumulé croissant de la $k^{ème}$ modalité x_k (noté N_k) le nombre d'individus satisfaisants $X \leq x_k$. d'où

$$\boxed{N_k = \sum_{i=1}^{k} n_i}$$

-Exemple : On reprend les données de l'exemple **2** **(Caractère quantitatif discret)**

Modalité x_i	Effectif n_i	Eff. cumulé croissant N_i
1	2	2
2	5	7
3	7	14
4	3	17
5	2	19
6	1	20

B-Fréquence cumulée croissante

On appelle fréquence cumulée croissante de la $k^{ème}$ modalité x_k (noté F_k) la proportion d'individus satisfaisants $X \leq xk$. d'où

$$\boxed{F_k = \sum_{i=1}^{k} f_i}$$

-Exemple : On reprend les données de l'exemple 2

Modalité x_i	Fréquence f_i	fréq. cumulée croissante F_i
1	0,10	0,10
2	0,25	0,35
3	0,35	0,70
4	0,15	0,85
5	0,10	0,95
6	0,05	1,00

3-Représentation graphique des données statistiques

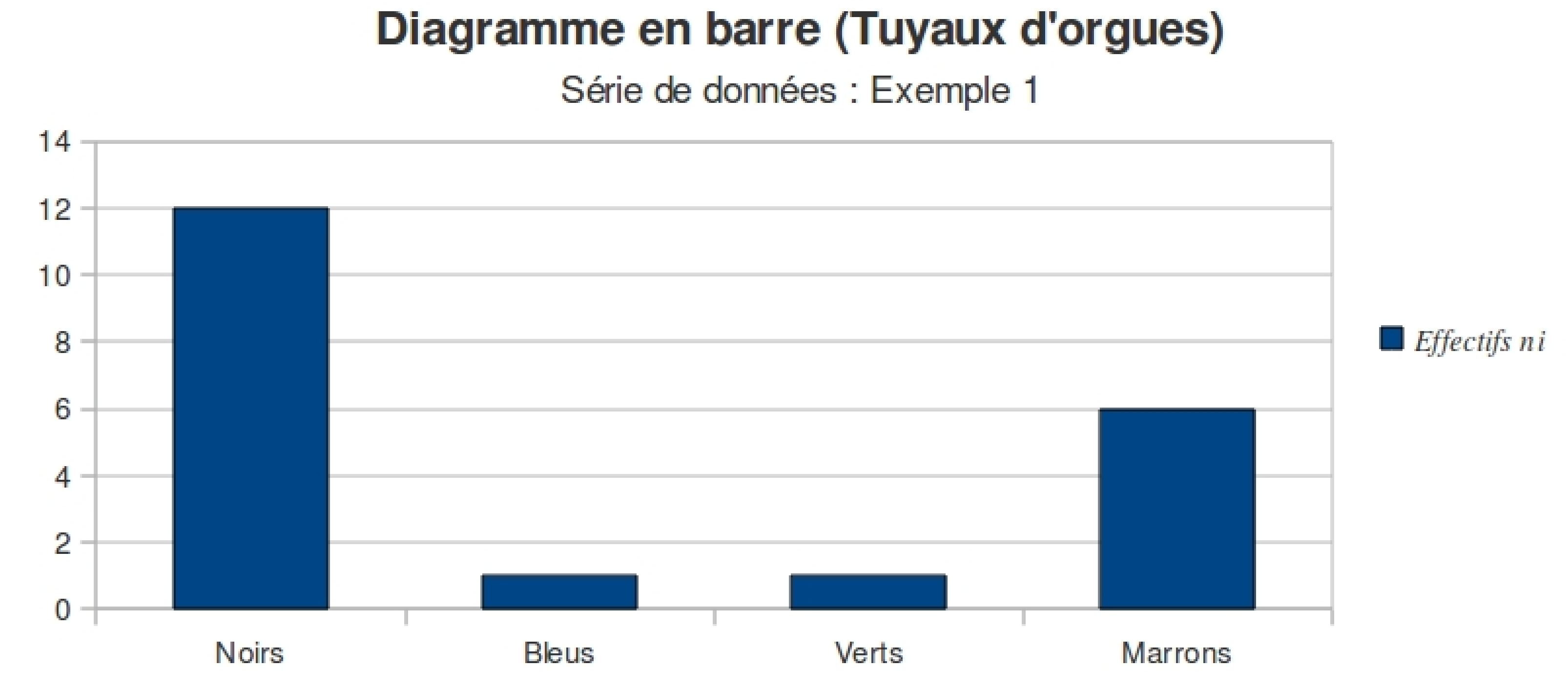
3-Représentation graphique des données statistiques

3.1 Données à caractère qualitatif

On reprend le tableau des données de l'exemple 1 :

Modalité x_i	N	B	V	M	Total
Effectif n_i	12	1	1	6	20
Fréquence f_i	$\frac{12}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	1

a) Diagramme en barres (Tuyaux d'orgue) C'est le diagramme où chaque barre (ou bande) à pour **abscisses** les valeurs des modalités **xi** du caractère et des effectifs ***ni*** pour **coordonnées**

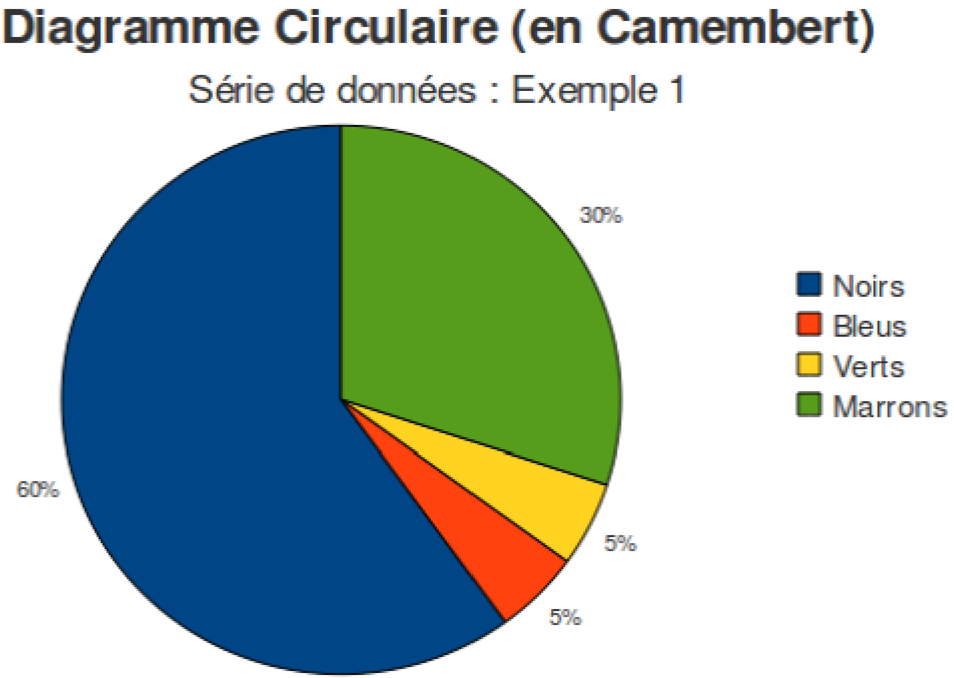


3.1 Données à caractère qualitatif

b) Diagramme circulaire (en camembert)

La fréquence d'une modalité **i** est représentée par un secteur d'un disque ; l'angle θ_i du secteur étant donné par : $\theta_i = f_i \times 360^o$

Modalité x_i	Fréquence f_i	θ_i
N	0,60	216^o
B	0,05	18^o
V	0,05	18^o
M	0,30	108^o
Total	1	360^o

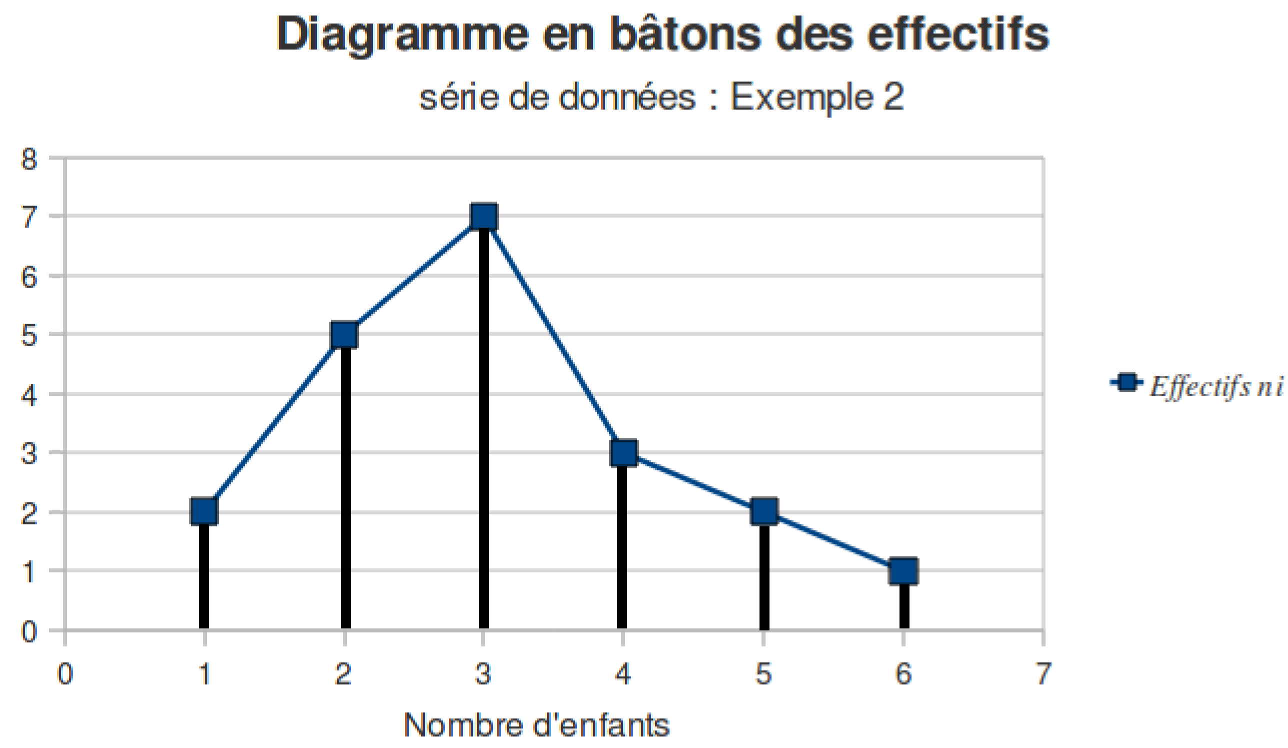


3.2 Données à caractère quantitatif discret

On reprend le tableau récapitulatif des données de l'exemple 2 :

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissante F_i
1	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	0,10
2	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,35
3	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,70
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,85
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	0,95
6	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	

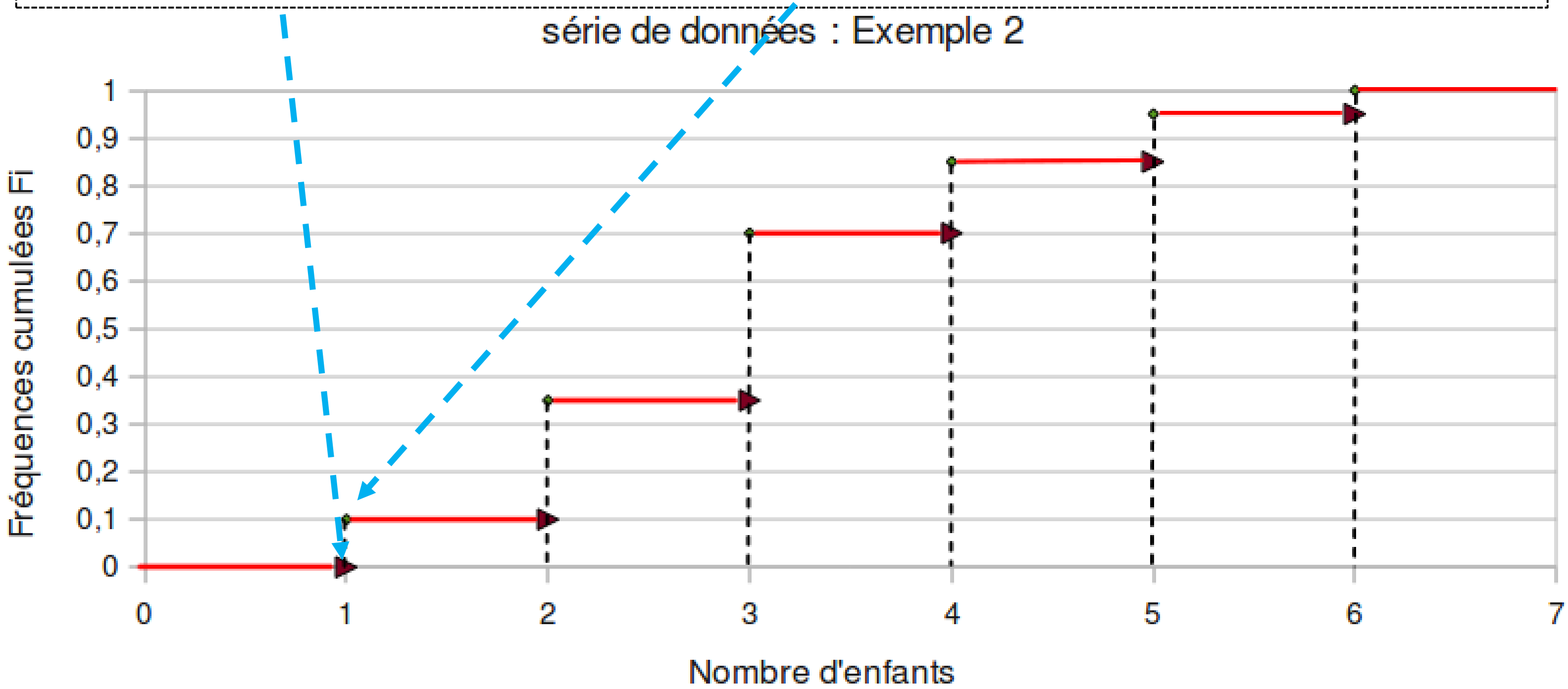
a) Diagramme en bâtons des effectifs C'est l'ensemble des bâtons ayant pour **abscisses** les valeurs de x_i du caractère et l'effectif n_i pour **coordonnées**



3.2 Données à caractère quantitatif discret

b) Courbe des fréquences cumulées (courbe en escaliers)

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissante F_i
1	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	0,10
2	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,35
3	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,70
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,85
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	0,95
6	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	



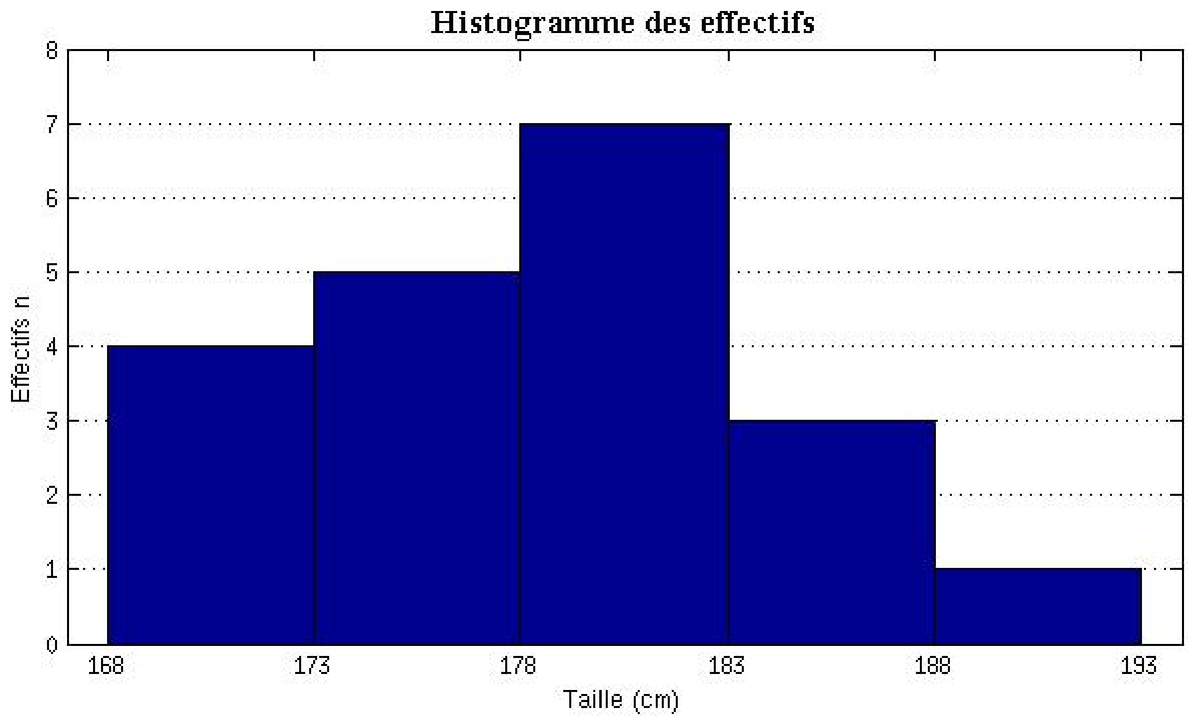
3.3 Données à caractère quantitatif continu

On reprend le tableau récapitulatif des données de l'exemple 3

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissantes F_i
[168,173[	4	$\frac{4}{20} = 0,20$	0,20
[173,178[	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,45
[178,183[	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,80
[183,188[	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,95
[188,193]	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	

a) Histogramme des effectifs et des fréquences absolues

On appelle histogramme **des effectifs** (resp. des **fréquences absolues**) l'ensemble des rectangles ayant pour base l'intervalle d'une classe **Ci** et pour hauteur l'effectif **ni** (resp. fréquence absolue **fi**)



3.3 Données à caractère quantitatif continu

b) Courbe des fréquences cumulées (Fonction de répartition)

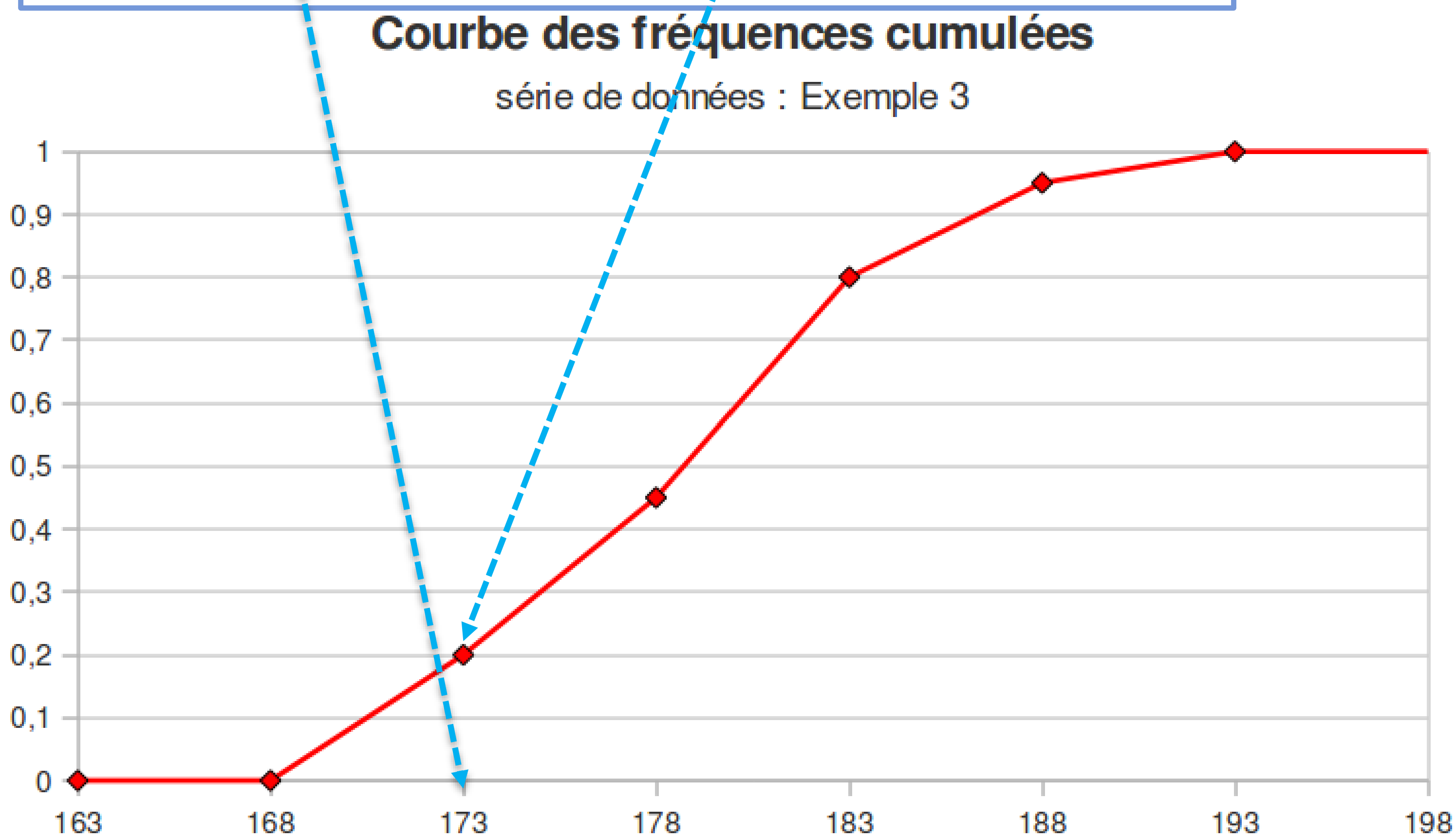
c'est la courbe donnée par le tracer de la fonction $F(x)$ définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ F(x_i) + \frac{F(x_{i+1}) - F(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \times (x - x_i) & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \text{ pour tout } i = 1 \ldots p-1 \\ 1 & \text{si } x \geq x_p \end{cases}$$

La fonction $F(x)$ est appelée Fonction de répartition de X

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissantes F_i
[168,173[	4	$\frac{4}{20} = 0,20$	0,20
[173,178[	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,45
[178,183[	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,80
[183,188[	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,95
[188,193]	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ F(x_i) + \frac{F(x_{i+1}) - F(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \times (x - x_i) & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \text{ pour tout } i = 1 \ldots p-1 \\ 1 & \text{si } x \geq x_p \end{cases}$$



4- Caractéristiques de position

4 Caractéristiques de position

Il ne suffit pas d'un regard sur un tableau ou un graphe pour connaître et analyser la répartition des données étudiées. Un tableau statistique ou un graphe sont parfois longs à consulter, sans permettre d'avoir une idée suffisamment précise de la distribution statistique observée. On cherche alors à résumer celle-ci **par une caractéristique de tendance centrale ou de position**, c'est-à-dire par une seule valeur destinée à caractériser l'ensemble d'une façon objective et impersonnelle.

4 Caractéristiques de position

4.1 Le mode :

Le mode d'une série statistique est la **valeur observée ayant le plus grand effectif**. Il désigne la valeur la plus fréquente dans une série statistique (on dit aussi valeur dominante).

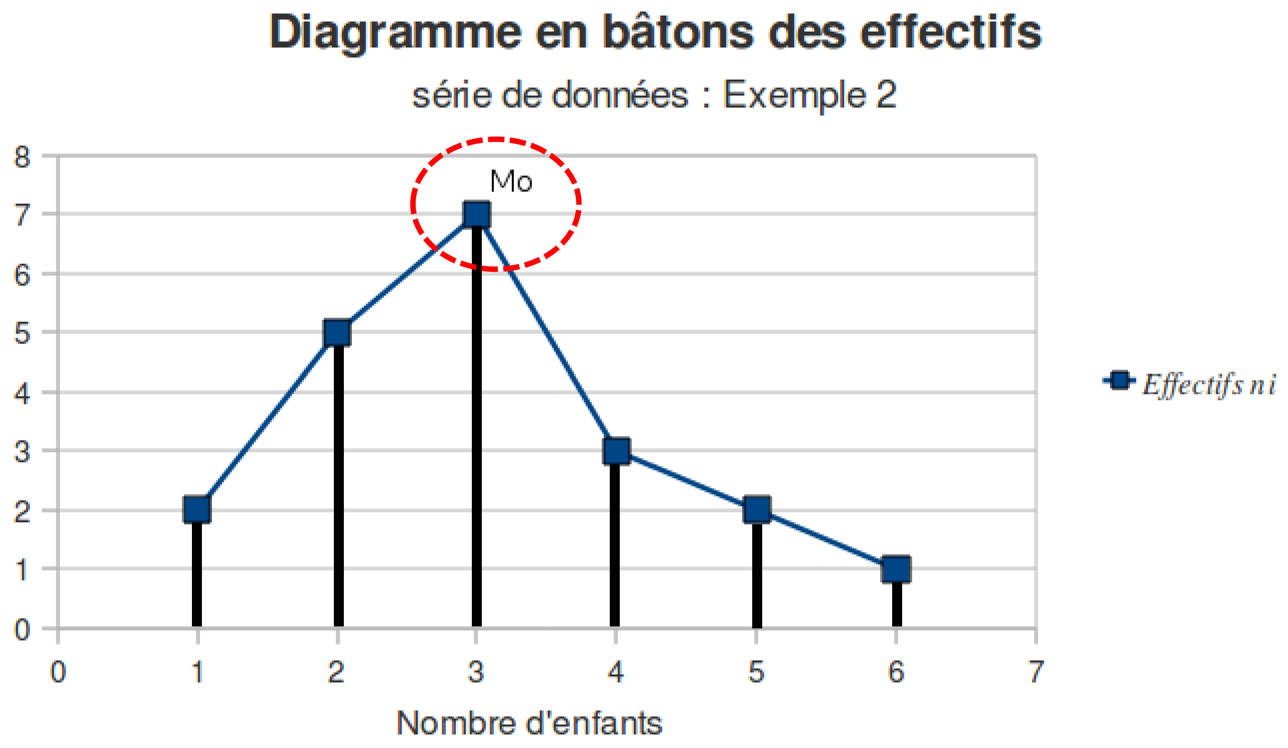
4.1 Le mode :

A - Cas caractère discret

À partir d'un tableau des effectifs absolus, le mode (noté M_0) est la valeur correspondante à la plus grande valeur d'effectif n_{max}

Modalité x_i	Effectif n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
$\vdots$	$\vdots$
M_0	n_{max}
$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k

Graphiquement, le mode est obtenu à partir du diagramme en bâtons, il correspond au plus grand bâton



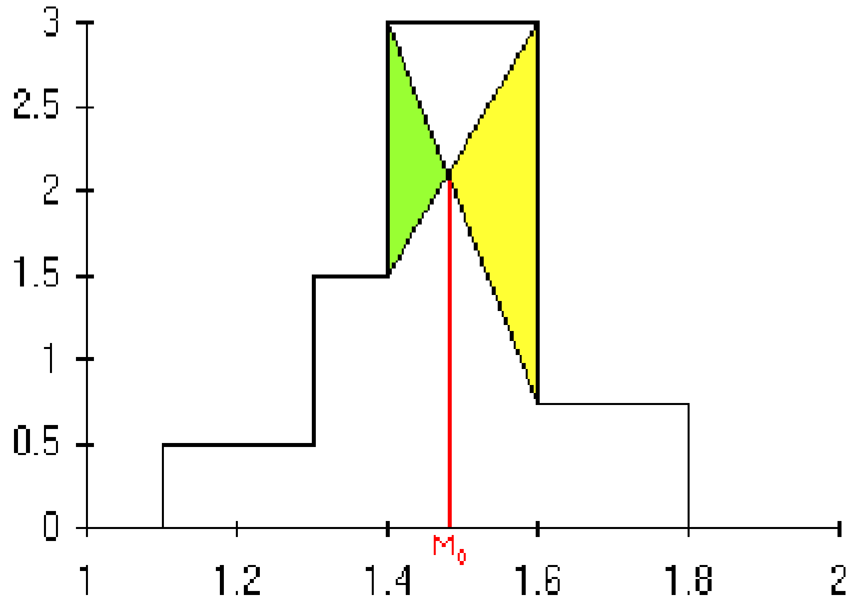
4.1 Le mode :

B- Cas caractère continu

On appelle classe modale d'une série statistique la classe correspondant à la classe d'effectif maximum

Modalité c_i	Effectif n_i
c_1	n_1
c_2	n_2
$\vdots$	$\vdots$
c_{M_0}	n_{max}
$\vdots$	$\vdots$
c_k	n_k

Graphiquement cela est représenté par la figure suivante :



Attention : Si les classes sont d'amplitude inégales, la classe modale est définie à partir des effectifs rectifiés

4.1 Le mode :

B- Cas caractère continu

Ainsi, le mode est donnée par une formule d'approximation graphique issue de la méthode des diagonales. la valeur du mode est exprimée par :

$$\boxed{M_0 = l_1 + \frac{d_1 \times i}{d_1 + d_2}}$$

l_1 : désigne la borne inférieure de la classe modale.
d_1 : l'effectif de la classe modale - l'effectif de la classe précédente.
d_2 : l'effectif de la classe modale - l'effectif de la classe suivante.
i : l'amplitude de la classe modale.

Exemple : On reprend la série statistique de l'exemple 3 :

Modalité x_i	Effectif n_i
$[168,173[$	4
$[173,178[$	5
$[178,183[$	7 $\longleftarrow c_{M_0}$
$[183,188[$	3
$[188,193]$	1
Total	20

Le plus grand effectif de la série étant 7, la classe modale est celle qui correspond à cette valeur d'effectif, c'est-à-dire la classe **[178,183[**. la valeur exacte du mode est donc donnée par :

$$M_0 = 178 + \frac{(7-5)\times 5}{(7-5)+(7-3)} = 179,6667cm$$

4 Caractéristiques de position

4.2 La moyenne arithmétique:

La moyenne arithmétique est une valeur de tendance centrale décrivant le comportement moyen de la série statistique.

A- Cas de série statistique brute

Pour une série de données brute (non regroupées), la moyenne arithmétique (notée $\overline{x}$) est donnée par :

$$\boxed{\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Exemple :

On reprend les données de **l'exemple 3**. La moyenne arithmétique de cette série est :

$$\overline{x} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}(182 + 174 + 168 + \ldots + 180 + 174 + 179 + 170)$$

$$\boxed{\overline{x} = 178,25cm}$$

B- Cas d'une série statistique groupée à caractère discret

Pour une série statistique groupée à caractère discret, la moyenne arithmétique est donnée par :

$$\boxed{\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \times x_i = \sum_{i=1}^{k} f_i \times x_i}$$

Où ***k*** représente le nombre de modalités du caractère ***X***.

Exemple :

On reprend les données de **l'exemple 2**. La moyenne arithmétique de cette série est :

$$\overline{x} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{6}(1\times 2 + 2\times 5 + 3\times 7 + 4\times 3 + 5\times 2 + 6\times 1)$$

$$\boxed{\overline{x} = \frac{61}{20} = 3,05}$$

C- Cas d'une série statistique groupée à caractère continu

Pour une série statistique groupée à caractère continu, la moyenne arithmétique est donnée par :

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \times c_i = \sum_{i=1}^{k} f_i \times c_i$$

Où c_i désigne le centre de la $i^{\text{ème}}$ classe.
et k représente le nombre de modalités du caractère X.

Exemple : On reprend les données de l'exemple 3

Modalité x_i	centre de classe c_i	Fréquence f_i	$c_i \times f_i$
[168,173[	170,5	$\frac{4}{20} = 0,20$	34,100
[173,178[	175,5	$\frac{5}{20} = 0,25$	43,875
[178,183[	180,5	$\frac{7}{20} = 0,35$	63,175
[183,188[	185,5	$\frac{3}{20} = 0,15$	27,825
[188,193]	190,5	$\frac{1}{20} = 0,05$	09,525
		Total	178

La moyenne arithmétique est égale à la somme de la $4^{\text{ème}}$ colonne.

4 Caractéristiques de position

4.3 La médiane :

La médiane, désignée par ***Me***, est la valeur de la variable qui divise l'échantillon en deux partie d'effectif égaux.

A- Cas d'une série brute (non regroupée)

Soit ***n*** la taille de la série statistique

Si *n* est impair :

La médiane ***Me*** correspond à la $\frac{(n+1)}{2}^{\grave{e}me}$ observation de la série ordonnée.

Si *n* est pair :

La médiane *Me* correspond à la moyenne entre la $\frac{(n)}{2}^{\grave{e}me}$ et la $(\frac{n}{2}+1)^{\grave{e}me}$ observations de la série ordonnée

Exemples :

1. Soit la série statistique suivante : 78 - 83 - 46 - 63 - 58 - 43 - 67

la série ordonnée est : 43 - 46 - 58 - 63 - 67 - 78 - 83

comme *n* = 7 (impair) alors : La médiane *Me* correspond à la $\frac{(n+1)}{2}^{ème}$

$$M_e = x_{\frac{7+1}{2}} = x_4 = 63$$

2. Soit la série statistique suivante : 48 - 78 - 63 - 81 - 58 - 46

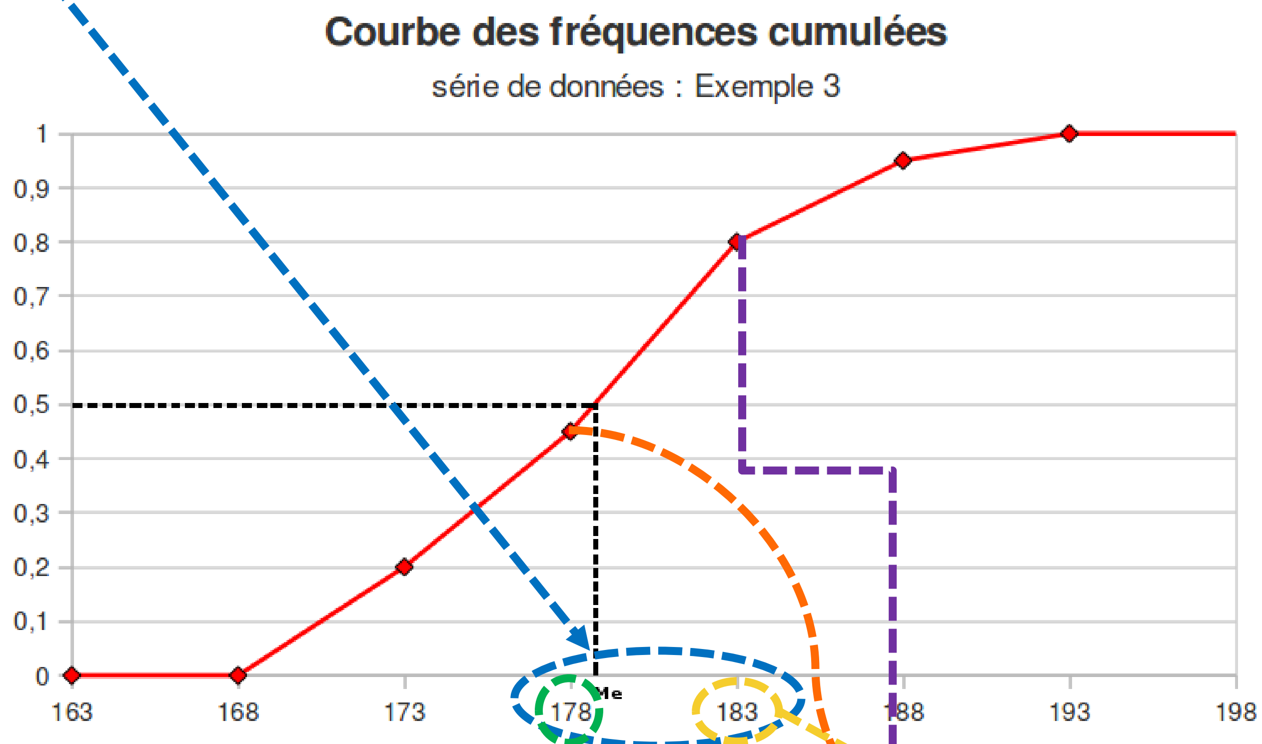
la série ordonnée est : 46 - 48 - $\underbrace{58 – 63}$ - 78 - 81

La médiane ***Me*** correspond à la moyenne entre la $\frac{(n)}{2}^{ème}$ et la $(\frac{n}{2}+1)^{ème}$

$$\text{comme } n = 6 \text{ alors : } M_e = \frac{x_{\frac{6}{2}} + x_{\frac{6}{2}+1}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{58+63}{2} = 60,5$$

B- Cas de série regroupée en classes

Dans le cas d'une série statistique regroupée en classe, on défini graphiquement la **classe médiane** (la classe qui contient la médiane) :



pour une classe médiane **[*a*; *b*]** la valeur exacte de la médiane est obtenue par la formule de Talles suivante :

$$\frac{M_e - a}{b - a} = \frac{0,5 - F(a)}{F(b) - F(a)} \Rightarrow M_e = a + \frac{0,5 - F(a)}{F(b) - F(a)} \times (b - a)$$

Exemple :

On reprend le tableau récapitulatif de **l'exemple 3**

La classe médiane est **[178; 183[**

$$M_e = a + \frac{0,5 - F(a)}{F(b) - F(a)} \times (b - a)$$

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissantes F_i
[168,173[	4	$\frac{4}{20} = 0,20$	0,20
[173,178[	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,45
[178,183[	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,80
[183,188[	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,95
[188,193]	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	

$$M_e = 178 + \frac{0,5 - 0,45}{0,8 - 0,45} \times (183 - 178)$$

$$M_e = 178 + \frac{0,25}{0,35} = 178,7143cm$$

4 Caractéristiques de position

4.4 Les quartiles

On appelle **1*er***, **2*e*** et **3*e*** quartile notés respectivement Q_1, Q_2 et Q_3, les valeurs de la variable *x* correspondant respectivement à $F(Q_1) = 0{,}25$, $F(Q_2) = 0{,}5$ et $F(Q_3) = 0{,}75$, c'est-à-dire les valeurs de *x* pour que **25%** (resp. **50%** et **75%**) de la population soit inférieure en valeur à Q_1 (resp. à Q_2 et Q_3.

4.4 Les quartiles

les valeurs de la variable x correspondant respectivement à

1er quartile

- $F(Q_1) = 0,25$
- les valeurs de *x* pour que **25 %** de la population soit inférieure en valeur à Q_1

Par définition, Q2 se confond donc avec la médiane Me

2^{e} quartile

- $F(Q_2) = 0,5$
- les valeurs de x pour que **50%** de la population soit inférieure en valeur à **Q2** .

3^{e} quartile

- $F(Q_3) = 0,75$
- les valeurs de x pour que **75%** de la population soit inférieure en valeur à **Q3**.

4.4 Les quartiles

La détermination analytique de Q1 et Q3 est donnée par les deux expressions suivantes :

$$\boxed{Q_1 = a_1 + \frac{0,25 - F(a_1)}{F(b_1) - F(a_1)} \times (b_1 - a_1)}$$

Où $\mathbf{a_1}$ est la borne inférieure de la classe qui contient $\mathbf{Q_1}$

et $\mathbf{b_1}$ est la borne supérieure de la classe qui contient $\mathbf{Q_1}$

$$\boxed{Q_3 = a_3 + \frac{0,75 - F(a_3)}{F(b_3) - F(a_3)} \times (b_3 - a_3)}$$

Où $\mathbf{a_3}$ est la borne inférieure de la classe qui contient $\mathbf{Q_3}$

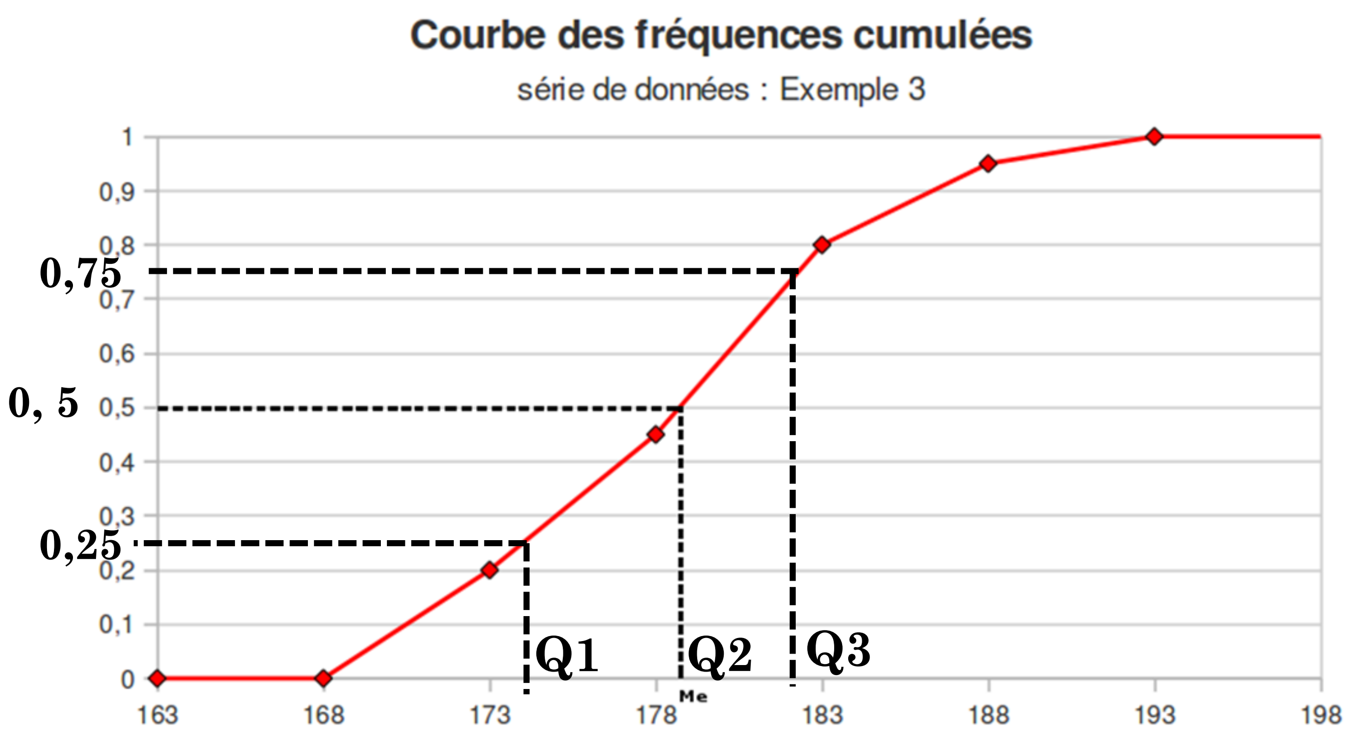
et $\mathbf{b_3}$ est la borne supérieure de la classe qui contient $\mathbf{Q_3}$

4.4 Les quartiles

Exemple :

On reprend les donnée de l'exemple 3. Q_1 et $Q3$ sont données par

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Freq. cum. croissantes F_i
[168,173[	4	$\frac{4}{20} = 0,20$	0,20
[173,178[	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	0,45
[178,183[	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	0,80
[183,188[	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,95
[188,193]	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	1,00
Total	20	1	



$$Q_1 = 173 + \frac{0,25 - 0,20}{0,45 - 0,20} \times (178 - 173) = 173 + \frac{0,05 \times 5}{0,25} = 174$$

$$Q_3 = 178 + \frac{0,75 - 0,45}{0,80 - 0,45} \times (183 - 178) = 178 + \frac{0,30 \times 5}{0,35} = 182,2857$$

5 Caractéristiques de dispersion

En général, le calcul des caractéristiques de position telle que la moyenne arithmétique donne que des indications sur les valeurs probables ou fréquentes. Cela ne suffit pas pour comprendre le comportement de la série étudiée. L'étude des paramètres de dispersion apporte des informations complémentaires sur la répartition des données autour d'une valeur centrale

5 Caractéristiques de dispersion

5.1 La variance

La variance est une valeur mesurant la dispersion des observations autour de la moyenne. Elle caractérise la répartition et la dispersion des observations autour de la moyenne arithmétique, obtenue par la somme des carrés des distances entre chaque observation et la moyenne de la série.

A- Cas d'une série brute (non groupée)

Pour une série de données brute (non regroupées), la variance (notée S_x^2) est la quantité donnée par :

$$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\overline{x}^2)$$

Exemple : Soit la série de donnée suivante : x : 48 - 44 - 52 - 42 - 57 - 43 - 53

x_i	48	44	52	42	57	43	53
$x_i - \overline{x}$	-0,4286	-4,4286	3,5714	-6,4286	8,5714	-5,4286	4,5714
$(x_i - \overline{x})^2$	0,1837	19,6125	12,7549	41,3269	73,4689	29,4897	20,8977

$$\overline{x} = \frac{1}{7}(48 + 44 + 52 + 42 + 57 + 43 + 53) = 48,4286$$

$$S_x^2 = \frac{230,6667}{7} = 32,9524$$

5.1 La variance

B-Cas d'une série statistique groupée

Pour une série statistique groupée, la variance S_x^2 est donnée par :

$$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \times (x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i \times (x_i - \overline{x})^2$$

$$S_x^2 = (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \times x_i^2) - (\overline{x}^2) = (\sum_{i=1}^{k} f_i \times x_i^2) - (\overline{x}^2)$$

Où ***k*** représente le nombre de modalités du caractère ***X***.

Remarque :

Dans le cas d'une série regroupée en classe, les ***xi*** sont remplacées dans la formule précédente par les centres de classe ***ci***.

5.1 La variance

Exemple 1 :

On reprend les données de **l'exemple 2**. La variance de cette série est :

Modalité x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	$f_i \times x_i^2$
1	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	$0,1 \times 1$
2	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	$0,25 \times 4$
3	7	$\frac{7}{20} = 0,35$	$0,35 \times 9$
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	$0,15 \times 16$
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	$0,10 \times 25$
6	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	$0,05 \times 36$
Total	20	1	10,95

$$\overline{x} = \frac{61}{20} = 3,05 \qquad S_x^2 = \left(\sum_{i=1}^{k} f_i \times x_i^2\right) - (\overline{x}^2)$$

$$S_x^2 = 10,65 - (3,05)^2 = 1,65$$

5.1 La variance

Exemple 2 :

On reprend les données de **l'exemple 3**. La variance de cette série est donnée en fonction des centres des classes ainsi que les fréquences absolues :

Modalité x_i	Centre de classe c_i	Fréquence f_i	$f_i \times c_i^2$
[168,173[	170,5	$\frac{4}{20} = 0,20$	5 814,05
[173,178[	175,5	$\frac{5}{20} = 0,25$	7 700,06
[178,183[	180,5	$\frac{7}{20} = 0,35$	11 403,09
[183,188[	185,5	$\frac{3}{20} = 0,15$	5 161,54
[188,193]	190,5	$\frac{1}{20} = 0,05$	1 814,51
		Total	31 893,25

$$S_x^2 = \left(\sum_{i=1}^{k} f_i \times c_i^2\right) - (\overline{x}^2)$$

dóù $S_x^2 = 31\ 893{,}25 - (178,5)^2 = 31.$

5.2 L'Écart-type

On appelle écart-type (noté σ) la quantité donnée par :

$$\boxed{\sigma = \sqrt{S_x^2}}$$

5.3 L'Etendu

On appelle étendu (noté ***w***) d'une série statistique la différence entre la plus grande et la plus petite valeur observée dans la série.

$$\boxed{w = x_{max} - x_{min}}$$

Exemple :

pour la série de données suivante : 44 12 38 17 47 11 60 24, l'étendu ***w*** est égal à 60-11=49.

5.4 Ecart-Interquartiles

On appelle écart inter-quartiles d'une série statistique (noté I_Q) la différence entre le premier et le troisième quartile,

$$\boxed{I_Q = Q_3 - Q_1}$$

Cette quantité représente l'amplitude de l'intervalle interquartile concentrant la moitié des observations situées au centre de la distribution

Ainsi, pour **l'exemple 3**, l'écart **inter-quartile** de cette série

$$I_Q = 182{,}2857 - 174 = 8{,}2857$$

c'est-à-dire, 50% des observations se situe à l'intérieur de l'intervalle interquartile [174 ;182,2857].