

Durée 1h

le 20 Décembre 2023

Interrogation écrite : Probabilités et Statistiques

- Conseils :**
- Bien Répondre sur le sujet
 - Les exercices sont indépendants ;
 - Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction.

Nom : Ghediri

Prénom : A.

Groupe: Spécialité : électrotechnique

Exercice n°1 : « Probabilités »

Soit X la variable aléatoire dont la fonction de densité est :

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2) & ; \text{ si } -1 < x < 1 \\ 0 & ; \text{ sinon} \end{cases}$$

a) Calculer la valeur de c .

Comme f est une densité, elle vérifie : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$; d'où :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^{+1} f(x) dx + \int_{+1}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} f(x) dx = 1$$

Or,

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} c(1-x^2) dx = \left[cx - \frac{cx^3}{3} \right]_{-1}^{+1} = \left(c - \frac{c}{3} \right) - \left(-c + \frac{c}{3} \right) = 2c - \frac{2c}{3} = \frac{4c}{3}.$$

On en tire que : $c = \frac{3}{4}$.

b) Calculer la fonction de répartition de X

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

$$= \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 0 & ; \text{ si } x \leq -1 \\ \frac{3}{4} \int_{-1}^x (1-t^2) dt = \frac{3}{4} \left[t - \frac{t^3}{3} \right]_{-1}^x = \frac{3}{4} \left(x - \frac{x^3}{3} \right) + \frac{1}{2} & ; \text{ si } -1 < x < 1 \\ 1 & ; \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

Exercice n°2 : « Statistiques »

On indique dans le tableau ci-dessous la distance entre l'université et le lieu de résidence (en Kilomètre) d'un groupe d'étudiants.

Distance	0	1	2	3	4	5	8
Effectif	5	21	24	15	20	13	2

1) Préciser la population étudiée, le caractère statistique et son type.

-La population : groupe d'étudiants (N=100)

-Le caractère statistique : la distance entre l'université et le lieu de résidence (en Kilomètre)

-Type : quantitatif discret

2) Déterminer le tableau statistique

xi	ni	Ni	fi	Fi
0	5	5	$(5/100) = 0.05$	$(5/100) = 0.05$
1	21	26	$(21/100) = 0.21$	$(26/100) = 0.26$
2	24	50	$(24/100) = 0.24$	$(50/100) = 0.5$
3	15	65	$(15/100) = 0.15$	$(65/100) = 0.65$
4	20	85	$(20/100) = 0.2$	$(85/100) = 0.85$
5	13	98	$(13/100) = 0.13$	$(98/100) = 0.98$
8	2	100	$(2/100) = 0.02$	1
Total	100	/	1	/

3) Calculer la médiane (Me) et le Mode (M₀)

-La Médiane (Me) :

$$N = 100 \rightarrow \text{pair} \Rightarrow M_e = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{2 + 3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$\Rightarrow M_e = 2.5$$

-Le Mode (M₀) : $M_0=2$

4) Maintenant, on s'intéresse uniquement aux étudiants qui n'habitent pas dans les environs immédiats de l'université (ceux qui habitent à au moins 1 Km). Parmi eux, Quel est le pourcentage des étudiants qui étudient à 5 Km ou plus de leur lieu de résidence ?

Les étudiants qui n'habitent pas dans les environs immédiats de l'université (ceux qui habitent à au moins 1 Km) sont au nombre de $100-5-21=74$ étudiants.

Parmi-eux, les étudiants qui étudient à 5 Km ou plus de leur lieu de résidence sont au nombre de : $13+2=15$ étudiants

Soit le pourcentage égale à $\frac{15}{74} \times 100 = 20.2 \%$