جامعة محمد الصديق بن يحي – جيجل

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم التعليم الأساسي

23 جانفي 2024 المدة : 1ساعة و 30 دقيقة

التصحيح النموذجي لامتحان الدورة العادية في الرياضيات 1

التمرين 1 : (3 نقاط)

لتكن E مجموعة غير خالية ، A ، B و C مجموعات جزئية من E.

لدينا :

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cup C) &\iff x \in A \wedge x \in (B \cup C) \quad (0.5)\\ &\iff (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \quad (0.25)\\ &\iff (x \in A \cap B) \vee (x \in A \cap C) \quad (0.25)\\ &\iff x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (0.25) \end{aligned}$$

ومنه $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$. (0.25)

لدينا :

$$\begin{aligned} x \in C_E(C_E^A) &\iff x \in E \wedge x \notin C_E^A \quad (0.5)\\ &\iff x \in E \wedge (x \notin E \vee x \in A) \quad (0.25)\\ &\iff (x \in E \wedge x \in A) \quad (0.25)\\ &\iff x \in (E \cap A) \quad (0.25) \end{aligned}$$

ومنه $C_E(C_E^A) = E \cap A = A$. (0.25)

التمرين 2 : (6.5 نقاط)

1) أ) u_0 هو المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في جانفي 2021 ومنه $u_0 = 10000$. (0.25)

u_1 هو المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في جانفي 2022 ومنه :

$$u_1 = u_0 + (u_0 \times 5\%) - 1000 = 1.05\,u_0 - 1000 = 1.05 \times 10000 - 1000 = 9500$$ (0.25) (0.25)

u_2 هو المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في جانفي 2023 ومنه :

$$u_2 = u_1 + (u_1 \times 5\%) - 1000 = 1.05\,u_1 - 1000 = 1.05 \times 9500 - 1000 = 8975$$ (0.25) (0.25)

ب) لدينا: $u_1^2 \neq u_0 \times u_2$ (0.5) ، ومنه (u_n) ليست هندسية. (0.25)

لدينا: $2u_1 \neq u_0 + u_2$ (0.5) ، ومنه (u_n) ليست حسابية. (0.25)

ج) $u_{n+1} = u_n + (u_n \times 5\%) - 1000 = 1.05\,u_n - 1000$ (0.25) (0.25)

2) أ) لدينا:

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 20000 = (1.05\,u_n - 1000) - 20000 \quad (0.25)\ (0.25)\\ &= 1.05\,u_n - 21000 = 1.05(u_n - 20000) = 1.05\,v_n \quad (0.25)\ (0.25)\ (0.25) \end{aligned}$$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 1.05$ وحدها الأول (0.25)

ملاحظة : توضع العلامة كاملة لمن يثبت أن المتتالية هندسية باستعمال $\frac{v_{n+1}}{v_n} = q$ (0.25)

$v_0 = u_0 - 100000 = 10000 - 20000 = -10000$ (0.25)

ب) $u_n = v_n + 20000 = -10000 \times 1.05^n + 20000$ (0.25) ، $v_n = -10000 \times 1.05^n$ (0.25)

ج) لدينا : $2032 - 2021 = 11$ (0.25) ، ومنه المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2032 هو

$u_{11} = -10000 \times 1.05^{11} + 20000 = 2900$ (0.25)

التمرين 3 : (5.5 نقاط)

1) تعيين مجموعة التعريف :

f معرفة $\iff e^x - 3 > 0 \iff e^x > 3 \iff x > \ln 3$ (0.50) (0.25) (0.5)

ومنه : $D_f =]\ln 3, +\infty[$. (0.50)

2) حساب النهاية :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(2x + \ln(e^x - 3)\right) = +\infty + \infty = +\infty$ (0.5)

3) حساب المشتق f' :

$\forall x \in D_f : f'(x) = (2x)' + \frac{(e^x - 3)'}{e^x - 3}$ (0.25)

$= 2 + \frac{e^x}{e^x - 3}$ (0.5)

4) تعيين النقاط الحرجة :

$f'(x) = 0 \iff 2 + \frac{e^x}{e^x - 3} = 0$ (0.25)

$\iff \frac{3e^x - 6}{e^x - 3} = 0$ (0.25)

$\iff 3e^x - 6 = 0 \wedge e^x - 3 \neq 0$ (0.5)

$\iff e^x = 2 \wedge e^x \neq 3$ (0.25)

$\iff x = \ln 2 \wedge x \neq \ln 3$ (0.5)

نلاحظ أن : $\ln 2 \notin D_f$ (0.50) ومنه : f لا تملك نقاط حرجة. (0.25)

التمرين 4 : (5 نقاط)

حساب التكامل I :

$I = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} dx = \sqrt{x^2+1} + c_1, \quad c_1 \in \mathbb{R}$ (0.50) (0.5) (0.25)

حساب التكامل J :

$$J=\int \frac{1}{x\ln x}\,\mathrm{d}x \overset{0.25}{=} \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}\,\mathrm{d}x \overset{0.50}{=} \int \frac{(\ln x)'}{\ln x}\,\mathrm{d}x \overset{0.50}{=} \ln|\ln x| + c_2,\ c_2\in\mathbb{R} \quad (0.25)$$

حساب التكامل K :

نضع $\begin{cases} u(x)=x \overset{0.25}{\Longrightarrow} u'(x)=1 \overset{0.25}{} \\ v'(x)=\mathrm{e}^x \overset{0.25}{\Longrightarrow} v(x)=\mathrm{e}^x \overset{0.25}{} \end{cases}$ ومنه :

$$K \overset{0.50}{=} u(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\overset{0.25}{=} x\mathrm{e}^x-\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$$

$$= x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x+c_3,\ c_3\in\mathbb{R} \quad (0.25)\ (0.25)$$

مسؤول المقياس الأستاذة : سلامنية فتيحة

-انتهى -