

جامعة محمد الصديق بن يحي جيجل – كلية العلوم الإقتصادية التجارية

وعلوم التسيير – قسم العلوم التجارية – لواتي جمال

الفصل الثاني – الدرس الأول : توزيعات المعاينة

Distributions d'échantillonnage

- التوزيع الطبيعي , حالة خاصة توزيع برنولي

- توزيع كي مربع

- توزيع ستودنت

- توزيعات المعاينة هي التوزيعات الإحتمالية للإحصاءات \bar{x} و s^2 . وهذه التوزيعات تتعلق بتوزيع المجتمع (المتغير X) وحجم العينة n .
- توزيع الإحصاءة \bar{x} يكون في غالب الأحيان طبيعي
- أو ستودنت , وفي حالات أخرى غير معروف .
- توزيع الإحصاءة s^2 يكون في حالة واحدة فقط دالة لتوزيع كي مربع , وفي حالات أخرى غير معروف (لا يوجد حل) .

التوزيع الطبيعي $N(\mu, \sigma)$

1) حالة المجتمع طبيعي

- إذا كان توزيع المجتمع المتغير X طبيعي بمتوسط μ و تباين σ^2 . وأخذت عينة n فإن متوسط العينة \bar{x} توزيع طبيعي بمتوسط $E(\bar{x}) = \mu$
- وتباين $V(\bar{x}) = \sigma^2/n$
- المتغير يكتب $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$

2) حالة المجتمع غير طبيعي

- إذا كان توزيع المجتمع غير طبيعي المتغير X , وأخذت عينة و كان حجم العينة كبير بشكل كافي $n > 30$. فإن متوسط العينة \bar{x} له توزيع تقريبا طبيعي
- بمتوسط $E(\bar{x}) = \mu$
- وتباين $V(\bar{x}) = \sigma^2/n$
- المتغير يكتب $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$

3) حالة خاصة توزيع برنولي

- إذا كان المجتمع له توزيع برنولي $B(1,p)$ المتغير X ,
بمتوسط $\mu = \rho$ وتباين $\sigma^2 = \rho q$
- وأخذت عينة وكان حجم العينة كبير بشكل كافي $n > 30$, فإن
متوسط العينة \bar{x} له توزيع تقريبا طبيعي
- بمتوسط $E(\bar{x}) = \mu = \rho$
- و تباين $V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{\rho q}{n}$
- المتغير يكتب $Z = \frac{\bar{x} - \rho}{\sqrt{\rho q / n}}$

توزيع كي مربع $\chi^2(v)$

- متغيرة عشوائية مستمرة كي مربع بدرجة حرية v . هي متغيرة دالة لمجموع متغيرات عشوائية طبيعية Z كلها مربعة : $\chi^2 = \sum Z_i^2$
- إذا كان توزيع المجتمع طبيعي , فإن توزيع الإحصاءة (الدالة) : $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$
- هو توزيع كي مربع بدرجة حرية $v = n - 1$
- عدد المتغيرات في العينة ناقص واحد وهو \bar{x} .

درجات الحرية

- تباين المجتمع يتكون من N عدد :

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{N}$$

- إذا كان الفرق $(x - \mu)^2$ يساوي 0 فهو عدد .

- تباين العينة يتكون من n متغير ناقص واحد :

$$s^2 = \frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n-1}$$

- إذا كان الفرق $(X - \bar{x})^2$ يساوي 0 فهو ليس متغير .

توزيع ستودنت $t(v)$

- متغيرة عشوائية مستمرة ستودنت t بدرجة حرية v . هي متغيرة دالة لمتغيرتين , متغيرة Z طبيعية معيارية , ومتغيرة χ^2 مربع بدرجة حرية v :

$$t = \frac{Z}{\sqrt{\chi^2/v}}$$

- إذا كان توزيع المجتمع طبيعي , والتباين σ^2 مجهول يتم تقديره بتباين العينة s^2 .

$$\frac{(\bar{x} - \mu)}{\sqrt{s^2/n}}$$

- في هذه الحالة الإحصاء :

- تتبع توزيع ستودنت t .

خاصية

$$t = \frac{\frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}/(n-1)}} = \frac{\frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}} = \frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}} * \frac{\sigma}{s} = \frac{(\bar{x}-\mu)}{\sqrt{s^2/n}} \bullet$$

- وهي بالتعريف تتبع توزيع ستودنت t , بدرجة حرية $v = n - 1$.