

جامعة محمد الصديق بن يحي جيجل – كلية العلوم الإقتصادية التجارية

وعلوم التسيير – قسم العلوم التجارية – لواتي جمال

الفصل الثاني – الدرس الأول : توزيعات المعاينة

Distributions d'échantillonnage

- التوزيع الطبيعي , حالة خاصة توزيع برنولي

- توزيع كي مربع

- توزيع ستودنت

- توزيعات المعاينة هي التوزيعات الإحتمالية للإحصاءات  $\bar{x}$  و  $s^2$  . وهذه التوزيعات تتعلق بتوزيع المجتمع ( المتغير  $X$  ) وحجم العينة  $n$  .
- توزيع الإحصاءة  $\bar{x}$  يكون في غالب الأحيان طبيعي
- أو ستودنت , وفي حالات أخرى غير معروف .
- توزيع الإحصاءة  $s^2$  يكون في حالة واحدة فقط دالة لتوزيع كي مربع , وفي حالات أخرى غير معروف (لا يوجد حل) .

# التوزيع الطبيعي $N(\mu, \sigma)$

## 1) حالة المجتمع طبيعي

- إذا كان توزيع المجتمع المتغير  $X$  طبيعي بمتوسط  $\mu$  و تباين  $\sigma^2$ . وأخذت عينة  $n$  فإن متوسط العينة  $\bar{x}$  توزيع طبيعي بمتوسط  $E(\bar{x}) = \mu$
- وتباين  $V(\bar{x}) = \sigma^2/n$
- المتغير يكتب  $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$

## 2) حالة المجتمع غير طبيعي

- إذا كان توزيع المجتمع غير طبيعي المتغير  $X$  , وأخذت عينة و كان حجم العينة كبير بشكل كافي  $n > 30$  . فإن متوسط العينة  $\bar{x}$  له توزيع تقريبا طبيعي
- بمتوسط  $E(\bar{x}) = \mu$
- وتباين  $V(\bar{x}) = \sigma^2/n$
- المتغير يكتب  $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$

### 3) حالة خاصة توزيع برنولي

- إذا كان المجتمع له توزيع برنولي  $B(1,p)$  المتغير  $X$  ,  
بمتوسط  $\mu = \rho$  وتباين  $\sigma^2 = \rho q$
- وأخذت عينة وكان حجم العينة كبير بشكل كافي  $n > 30$  , فإن  
متوسط العينة  $\bar{x}$  له توزيع تقريبا طبيعي
- بمتوسط  $E(\bar{x}) = \mu = \rho$
- و تباين  $V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{\rho q}{n}$
- المتغير يكتب  $Z = \frac{\bar{x} - \rho}{\sqrt{\rho q / n}}$

## توزيع كي مربع $\chi^2(v)$

- متغيرة عشوائية مستمرة كي مربع بدرجة حرية  $v$  . هي متغيرة دالة لمجموع متغيرات عشوائية طبيعية  $Z$  كلها مربعة :  $\chi^2 = \sum Z_i^2$
- إذا كان توزيع المجتمع طبيعي , فإن توزيع الإحصاءة (الدالة) :  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$
- هو توزيع كي مربع بدرجة حرية  $v = n - 1$
- عدد المتغيرات في العينة ناقص واحد وهو  $\bar{x}$  .

## درجات الحرية

- تباين المجتمع يتكون من  $N$  عدد :

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{N}$$

- إذا كان الفرق  $(x - \mu)^2$  يساوي 0 فهو عدد .

- تباين العينة يتكون من  $n$  متغير ناقص واحد :

$$s^2 = \frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n-1}$$

- إذا كان الفرق  $(X - \bar{x})^2$  يساوي 0 فهو ليس متغير .

## توزيع ستودنت $t(v)$

- متغيرة عشوائية مستمرة ستودنت  $t$  بدرجة حرية  $v$  . هي متغيرة دالة لمتغيرتين , متغيرة  $Z$  طبيعية معيارية , ومتغيرة  $\chi^2$  مربع بدرجة حرية  $v$  :

$$t = \frac{Z}{\sqrt{\chi^2/v}}$$

- إذا كان توزيع المجتمع طبيعي , والتباين  $\sigma^2$  مجهول يتم تقديره بتباين العينة  $s^2$  .

$$\frac{(\bar{x} - \mu)}{\sqrt{s^2/n}}$$

- في هذه الحالة الإحصاء :

- تتبع توزيع ستودنت  $t$  .



## خاصية

$$t = \frac{\frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}/(n-1)}} = \frac{\frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}} = \frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}} * \frac{\sigma}{s} = \frac{(\bar{x}-\mu)}{\sqrt{s^2/n}} \bullet$$

- وهي بالتعريف تتبع توزيع ستودنت  $t$  , بدرجة حرية  $v = n - 1$  .