**Université de Jijel Faculté des sciences exactes et informatique Département de Maths**

 **Troixième année licence Module : Théorie des graphes**

|  |
| --- |
| **Série de TD°01**Définitions et concepts de base |

**Exercice 1 :** Un tournoi d’échecs oppose 6 personnes. Chaque joueur doit affronter tous les autres.

1. Construire un graphe représentant toutes les parties possibles
2. Quel type de graphe obtenez-vous ?
3. Si chaque joueur ne joue qu’un match par jour, combien de jours faudra-t-il pour terminer le tournoi
4. Aidez-vous du graphe pour proposer un calendrier des matches

**Exercice 2:** Trois enseignants $E\_{1}, E\_{2}, E\_{3}$ devront donner Dimanche prochain un certain nombre de séances de cours pour trois groupes $C\_{1}, C\_{2},C\_{3}:$

$E\_{1}$ doit enseigner $C\_{1}$ pendant 2 heures et $C\_{2}$ pendant 1 heure ;

$E\_{2} $doit enseigner $C\_{1}$ pendant 1 heure, $C\_{2}$ pendant 1 heure et $C\_{3}$ pendant 1 heure ;

$E\_{3}$ doit enseigner $C\_{1}$ pendant 1 heure, $C\_{2}$ pendant 1 heure et $C\_{3}$ pendant 2 heures.

1. Propose un graphe pour représenter cette situation ? Quel est le type de graphe ?
2. Donner le nombre minimal des créneaux horaires ? En utilisant les graphes, proposer un emploi du temps

**Exercice 2 :**

1. Dessiner un graphe non orienté complet à 4 sommets.
2. Quel est le degré des sommets de ce graphe ?
3. Combien d’arêtes possède-t-il ?
4. Généralisez ces résultats à un graphe simple complet ayant $n$ sommets.

**Exercice 3 :** On considère le graphe orienté $G = (X, U)$ tel que

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}, U = \{(1, 2),(1, 4),(2, 2),(2, 3),(2, 4),(3, 5),(4, 3),(5, 3)\}$$

1. Tracer le graphe $G$.
2. Quels sont les arcs incidents aux sommets 1 et 2.
3. Ce graphe possède -t-il une boucle ?
4. Donner le demi-degré extérieur de 2 et le demi-degré intérieur de 4.
5. Donner les sommets prédécesseurs de 4 et les sommets successeurs de 2.
6. Donner un graphe partiel, sous-graphe et sous-graphe partiel de ce graphe.

**Exercice 4 :**

1. Donnez les représentations par matrice d’adjacence et d’incidence du graphe non orienté suivant :
2. Quel est le degré minimal et maximal du graphe précédent.
3. Donner le complément du graphe précédent
4. Donner les représentations par matrice d’adjacence et d’incidence du graphe orienté suivant : 
5. Quel est le degré minimal et maximal du graphe précédent.
6. Donner le complément du graphe précédent

**Exercice 5 :** Montrez qu’un graphe simple a un nombre pair de sommets de degré impair.

**Exercice 6 :** On s’intéresse aux graphes 3-réguliers.

1. Construisez de tels graphes ayant 4, 5, 6, puis 7 sommets.
2. Qu’en déduisez-vous ? Prouvez-le !