**كلية العلوم الدقيقة و الإعلام الآلي قسم الرياضيات**

 **Théorie des graphes المقياس: السنة: ثالثة رياضيات تطبيقية**

**Série de Td N°04**

Arbres et base de cycles et cocycles

**Exercice 01** 1) Soit le graphe pondéré suivant :



Trouver l’arbre couvrant minimal par deux méthodes différentes

2) Montrer que tout arbre fini avec au moins deux sommets comporte au moins deux sommets pendants.

3) Combien d’arbres différents existe-t-il avec 5 sommets ? avec 6 sommets ?

4) Montrer que la moyenne des degréès des sommets d’un arbre est strictement inferieure a 2.

**Exercice** 02 Dans le graphe $G$ suivant :



1. Calculer le nombre cyclomatique et cocyclomatique de ce graphe
2. Donner les vecteurs de cycles $c(abcfeda)$ et $c$(bdefb) et les vecteurs de cocycle $ω(ac)$ et $ω$(bdef).
3. Vérifiez que les deux premiers vecteurs sont chacun orthogonaux aux deux derniers.
4. Soit $s$ un sommet d’un graphe $G=(X,U)$ et $c$ un cycle ne contenant pas $s$. Montrer $ω\left(s\right)⊥θ\left(c\right).$

**Exercice 03** Soit le graphe $G$ suivant :



1. Donner les vecteurs associés aux cycles $(bcfb$) et ($abfeda$).
2. Montrer que le cycle ($bcfb$) est combinaison linéaire de deux autres cycles que l’on déterminera.
3. Combien d’éléments comporte une base de cycles de $G$?
4. Donner une base de cycles de G qui ne contient ni ($bcfb$) ni ($abfeda$).
5. Exprimer ($abfeda$) en fonction de la base calculée à la question précédente.
6. (i)- Donner les vecteurs associés aux cocycles ($abf$) et ($ae$).

(ii)- Montrer que le cocycle ($ae$) est combinaison linéaire de deux autres cocycles que l’on déterminera.

1. Combien d’éléments comporte une base de cocycles de G ?
2. Donner une base de cocycles de $G$ qui ne contient aucun cocycle réduit à un nœud.
3. Exprimer ($abf$) en fonction de la base calculée à la question précédente.