Université de Jijel
Faculté des sciences et de la technologie
1^{ere} année ST

Mai 2024

Exercices de Révision

Intégrales, Matrices, applications linéaires et systèmes d'équations linéaires

Exercise 1 *Calculer les primitives suivantes*

$$\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx \qquad \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx \qquad \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$\int \frac{1}{2x^2 + 8x + 20} dx \qquad \int \frac{x+3}{x^2 - 2x - 5} dx \qquad \int \frac{x+3}{x^2 + 2x + 5} dx$$

Exercise 2 *Calculer les primitives des fractions rationnelles suivantes*

$$\int \frac{x^4 - 1}{x^2 + 2x + 1} \qquad \int \frac{x^2 + 2}{(x+1)^3 (x-2)} dx \qquad \int \frac{x}{(x^2+1)(x-1)} dx$$

Exercise 3 *Calculer à l'aide d'un changement de la variable ou par parties les intégrales suivantes*

$$\int \left(x^2 + 2x\right) \exp(x)\, dx \qquad \int \arctan x dx \qquad \int x^3 \sinh x dx$$

Exercise 4 *1) Calculer, en utilisant les techniques de calcul des déterminants*

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

En déduire

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a^2+b^2 & b^2+c^2 & c^2+a^2 \\ a^3+b^3 & b^3+c^3 & c^3+a^3 \end{vmatrix}$$

Exercise 5 *On pose $v_1 = (1, 4, -2), v_2 = (0, -1, 0)$ et $v_3 = (-1, -2, 1)$.*

1) Montrer que $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ est une base de $\mathbb{R}^3$. (

2) Donner le rang de $\mathcal{B}$.

3) Ecrire la matrice de passage $P_{\mathcal{B}_c, \mathcal{B}}$ de la base canonique $\mathcal{B}_c$ de $\mathbb{R}^3$ à la base $\mathcal{B}$. Pourquoi est-on sûr que $P_{\mathcal{B}_c, \mathcal{B}}$ est inversible? Calculer son inverse.

3) On considère l'application f de $\mathbb{R}^3$ dans lui-même définie par

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; \quad (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (y + z, x - y + 3z, x - y + 3z)$$

Montrer que f est linéaire et calculer ses matrices représentatives dans la base canonique puis dans la base $\mathcal{B}$.

Exercise 6 *Resoudre le système suivant*

$$\begin{cases} x - y + 2z = & 7 \\ x + 2y + 3z = & 2 \\ 3x + az = & 10 \end{cases}$$