كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الاولى ماستر تخصص اقتصاد دولي

الامتحان الاول في مقياس الاقتصاد القياسي

التمرين الأول :ليكن لذيك النموذج التالي من الشكل

$$y_t = c + bx + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots b_k x^k$$

1- اشرح كيف يمكن تطبيق مبدأ طريقة المربعات الصغرى لتقدير معلمات هذا النموذج

التمرين الثاني : ليكن لذيك المعطيات التالية الخاصة بالعلاقة بين الناتج الداخلي الخام كمتغير تابع والاستثمار كمتغير مستقل

الناتج الداخلي	3	6	15	30	60	75	105	120	135	165	195	225
الاستثمار	0	3	6	9	12	16.5	24	24	28.5	31.5	34.5	42

1- من خلال المعطيات احسب مايلي

- قدر معلمات نموذج الانحدار البسيط من الشكل $y = a + bX$ مع العلم أن و $\sum xy = 62346$
- ما هي القيم المتوقعة لناتج الداخلي الخام في حالة حجم الاستثمار يساوي 40

2- إذا علمت ان $R^2 = 0.98$ وان $V(X) = 164.24$

- احسب التباين غير المفسر بثلاث بطرقتين مختلفتين
- احسب التباين الكلي وادرس معنوية المعلمات المقدرة علما $t_8^{0.05}$=2.62

التمرين الثالث :لتكن لذ يك المعطيات التالية الخاصة بنموذج انحدار متعدد بين y و x، x خلال 23 فترة

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.1725 & 0.0852 & -0.1921 \\ 0.0852 & 0.0284 & -0.0362 \\ -0.1921 & -0.0362 & 0.0547 \end{pmatrix} \qquad R^2 = 0.9957 \qquad n=10$$

$$\sum_{t=1}^{10} y_t = 116 \quad \sum_{t=1}^{10} X_t y_t = 1342 \quad \sum_{t=1}^{10} X_t y_t = 1298 \quad \sum (y - \bar{y})^2 = 254.58 \quad n = 10$$

- قدر معلمات نموذج الانحدار المتعدد من الشكل $y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$
- احسب تباين الخطأ لهذا النموذج
- احسب تباين المعلمة b_1 أي (b_1). وتباين المعلمة b_2 أي $V(b_2)$

ملاحظة

- تنظيم الورقة ياخد بعين الاعتبار في التصحيح
- ناخذ ثلاثة ارقام بعد الفاصلة بدون تقريب

Scanné avec CamScanner

الحل النموذجي للامتحان الأول في مقياس الاقتصاد القياسي

السنة الثانية ماستر تخصص اقتصاد دولي

- حل التمرين الأول

لدينا

$$y_t = c + bK + \dots\dots b_K x^K$$

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \Rightarrow \sum e_t^2 = \sum (y_t - \hat{y}_t)^2$$

$$\Rightarrow \sum e_t^2 = (y_t - c - bK - \dots\dots b_K x^K)^2$$

$$① \quad \frac{\delta \sum e_t^2}{\delta c} = 0 \Rightarrow cn + b_1 \sum x_i \dots + a_K \sum x^K = \sum y$$

$$② \quad \frac{\delta \sum e_t^2}{\delta b_1} = c \sum x_i + b_1 \sum x_1^2 \dots + b_K \sum x^{K+1} = \sum xy$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{\delta \sum e_t^2}{\delta b_K} = a_0 \sum x_i^K + a_1 \sum x^{K+1} + a_2 \sum x^{K+2} \dots a \sum x^{2K} = \sum x^K$$

عن طريق حل جملة معادلات مكونة من K معادلة و K مجهول نتوصل إلى تحديد قيمة المعلمات:

$$c, b_1, b_2 \dots b_K$$

Scanné avec CamScanner

- **حل التمرين الثاني**

	y	x
0	3	0
9	6	3
36	15	6
81	30	9
144	60	12
272.25	75	16.5
441	105	21
576	120	24
812.25	135	28.5
992.25	165	31.5
1190.25	195	34.5
1764	255	**42**
6318	**1164**	**288**

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{1164}{12} = 94.5$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{288}{12} = 19$$

$$\underbrace{\frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_X 2 - n(\bar{X})^2}}_{\text{القانون العام}} \frac{32643 - 12 * 19 * 94.5}{6318 - 12 * 361} = \frac{924.75}{166.33} = 5.5596$$

$$a = \bar{Y} - \hat{B}\bar{X} = 94.5 - 5.5596 * 19 = -11.1324$$
$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{B}x = -11.1324 + 5.5596X$$

التفسير الإحصائي للنموذج

من خلال النموذج نستنتج ان العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل طردية لان إشارة b موجبة في حالة تغير X بوحدة واحدة يتغير Y حوالي 5.5596 وحدة كذلك انه في حالة عدم وجود تأثير معنوي للمتغير المستقل X على المتغير التابع Y فان قيمة Y تساوي قيمة a وتساوي -11.1324

- **قيمة y المتوقعة**

Scanné avec CamScanner

يكفي أن نعوض في معادلة الانحدار بالقيمة المعطاة للاستثمار اي

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = -11.1324 + 5.5596(40) = 211.2516$$

- حساب التباين المفسر بثلاثة طرق

الطريقة الأولى

$$\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \hat{B}^2\Sigma(X_i - \bar{X})^2 = (5.5596)^2 \cdot 1986 = 61385.5762$$

$$V(X)\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n} = 165.5\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{12}$$

$$\Sigma(X_i - \bar{X})^2 = 165.5 * 12 = 1986$$

الطريقة الثانية

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = R^2 * \Sigma(y_i - \bar{y})^2 = 0.97814 * 62757 = 61385.5762$$

الطريقة الثالثة

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2}$$

من معدلة معامل الارتباط نجد $\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2$ يساوي 1371.4238

$$\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 - \Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 = 61385.5762$$

حساب التباين الكلي

$$\Sigma(y - \bar{y})^2 = \Sigma(\hat{y} - \bar{y})^2 + \Sigma(y - \hat{y})^2$$

$$R^2 = \frac{1 - \Sigma(y - \hat{y})}{\Sigma(y - \bar{y})^2} \Rightarrow R^2 \Sigma(y - \bar{y})^2 = 1 - \Sigma(y - \hat{y})^2$$

$$\Rightarrow \Sigma(y - \bar{y})^2 = \frac{1 - \Sigma(y - \hat{y})^2}{R^2} = 335 f, 42$$

Scanné avec CamScanner

B_1 دراسة معنوية

$$\begin{cases} H_0: B_1 = 0 \\ H_1: B_1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow t_c = \frac{b_1}{\sqrt{V(b_1)}} = \frac{b_1}{\sqrt{\frac{\frac{\sum(y-\hat{y})^2}{n-2}}{\sum(x-\bar{x})^2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{5,559}{\sqrt{\frac{\frac{1371,423}{10}}{1986}}} =$$

B_0 دراسة معنوية

$$\begin{cases} H_0: B_0 = 0 \\ H_1: B_1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow t_c = \frac{B_0}{\sqrt{V(B_0)}}$$

$$t_c = \frac{B_0}{\sqrt{\frac{\frac{\sum(y-\hat{y})^2}{n-2}}{N} + \bar{x}^2 V(b)}} = \frac{-11,134}{\sqrt{\frac{\frac{1371,423}{10}}{12} + (19)^2 (11,42)}}$$

- حل التمرين الثالث

- قدر معلمات نموذج الانحدار المتعدد من الشكل $y = a + b_1x_1 + b_2x_2$

$$B = (X'X)^{-1}X'y$$

$$B = \begin{pmatrix} 1.1725 & 0.0852 & -0.1921 \\ 0.0852 & 0.0284 & -0.0362 \\ -0.1921 & -0.0362 & 0.0547 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 116 \\ 1342 \\ 1298 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0026 \\ 1.0084 \\ 0.1366 \end{pmatrix}$$

$$y = 1.0026 + 1.0084x_1 + 0.1366x_2$$

$$\sum (y - \bar{y})^2 = 254.58$$

Scanné avec CamScanner

- حساب تباين المعلمة (b_1)

$$v(\hat{B}_1) = \frac{ée}{n-k-1} A_{11} = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1} A_{11}$$

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

ومنه نجد ان

من معدلة معامل الارتباط نجد $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$ يساوي 1.82

$$v(\hat{B}_1) == \frac{1.82}{10-2-1} 0.0284 = 0.0073$$

حساب تباين المعلمة (b_1)

$$v(\hat{B}_1) == \frac{1.82}{10-2-1} 0.0547 = 0.1191$$

Scanné avec CamScanner