Université de Jijel, Faculté des Sciences exactes et Informatique, Département de Physique

Examen de remplacement de Théories de Jauge — *Durée 2h00*

Master 2 physique théorique — *Samedi 22/02, 2020*

(I) Problème 1: Brisure spontanée de symétrie et théories de jauge non-abélienne

On considère une théorie de jauge non-abélienne scalaire. La densité lagrangienne associée est donnée par:

$$\mathcal{L} = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}[\mathbb{F}_{\mu\nu}\mathbb{F}^{\mu\nu}] \equiv \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_G. \tag{1}$$

avec

$$\phi = \begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix} \qquad D_\mu = \mathbb{I}\partial_\mu + ig\mathbb{W}_\mu, \qquad \mathbb{W}_\mu = \frac{1}{2}\sigma^a W^a_\mu$$

$$\mathbb{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\mathbb{W}_\nu - \partial_\nu\mathbb{W}_\mu + ig[\mathbb{W}_\mu, \mathbb{W}_\nu]$$

$$V(\phi) = -\mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \tag{2}$$

où ϕ_1 et ϕ_2 sont deux scalaires complexes, σ^a (pour $a = 1, \cdots, 3$) sont les matrices de Pauli, μ^2 et λ sont des constantes positives.

(1) Comment, la matrice des champs de jauge $\mathbb{W}_\mu$ doit se transformer, pour que la densité lagrangienne $\mathcal{L}_\phi$ soit invariante sous les transformations $U(x) = \exp[i(\sigma^a/2)\alpha_a(x)]$ du groupe de symétrie $SU(2)$.

(2) Montrer que $\mathcal{L}_G$ est invariante sous cette transformation.

(3) Calculer le courant et la charge de Noether associés aux champs ϕ.

(4) Calculer les dimensions dans le système d'unités naturelles de: $\mathcal{L}$, $\mathbb{F}_{\mu\nu}$, $\mathbb{G}_\mu$, ϕ, et g.

(5) On exprime le doublet ϕ en fonction des nouveaux champ réels H et ξ_i $(i = 1, 2, 3)$:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp\Big(i\tau_i\xi_i(x)/v\Big)\begin{pmatrix}0\\ v + H(x)\end{pmatrix} \tag{3}$$

où v est constante réelle.

5-1- Que représentent les champs H et ξ_i?

5-2- Réécrire le potentiel V dans la jauge unitaire, ç.à.d: $\phi'(x) \to \exp\Big(-i\tau_i\xi_i(x)/v\Big)\phi(x)$.

5-3- Calculer les masses des bosons: H, W^+_μ et W^-_μ où: $W^\pm_\mu = \frac{W^{1\prime}_\mu \mp iW^{2\prime}_\mu}{\sqrt{2}}$.

(II) Problème 2: Production du boson de Higgs en association avec un Z

Le but de ce problème est d'étudier la production du boson de Higgs (h) avec le boson Z dans la collision électron-positron, et la désintégration du boson de Higgs en paire de quarks bottom. Dans la suite, on néglige la masse de l'électron ($m_e = 0$).

(A) Production de hZ:

On considère la réaction suivante:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \longrightarrow h(p_3) + Z(p_4). \tag{4}$$

(1) Tracer les deux diagrammes de Feynman décrivant cette réaction. La contribution de l'un de ces diagramme est nulle, lequel?

(2) Écrire l'amplitude associée au diagramme dominant et son complexe conjugué.

(3) Calculer le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur les spins et polarisations ($\overline{\sum}|M|^2$).

(4) Exprimer $\overline{\sum}|M|^2$ en fonction des variables de MandelStam et les masses des particules.

(5) Calculer les sections efficaces différentielles $d\sigma/d\cos(\theta)$ et $d\sigma/dt$.

(B) Désintegration de h:

On suppose, maintenant, que le boson h est sur couche de masse ($p_3^2 = M_h^2$). Ce dernier n'est pas stable et donc, ils peut se désintégrer selon plusieurs mode. On considère que le modes de désintégration suivant:

$$h \longrightarrow b + \bar{b} \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

(6) Tracer le diagramme de Feynman décrivant ce processus.

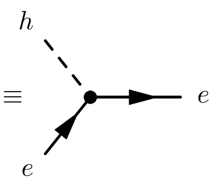
(7) Écrire l'amplitude associée à ce diagramme et son complexe conjugué.

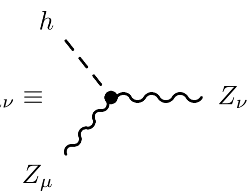
(8) Calculer le carré de cette amplitude.

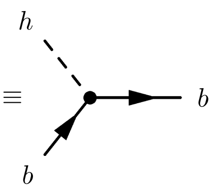
(9) Calculer le tau de désintégration $\Gamma^{(h)}$.

(IV) Appendices

- Vertex:

$\frac{-ig}{2}\frac{m_e}{M_W} \equiv$ 

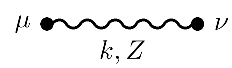
$igM_Z\, g_{\mu\nu} \equiv$ 

$\frac{-ig}{2}\frac{m_b}{M_W} \equiv$ 

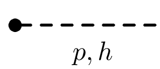
(7)

- Propagateurs:

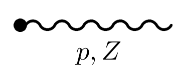
$$\frac{i}{k^2 - M_Z^2}\left(-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_Z^2}\right) \equiv \tag{8}$$



$$\mathbf{1} \equiv$$



$$\epsilon^{(\lambda)}(p) \equiv \tag{9}$$



- Propriétés des vecteur de polarisations du W et du photon:

$$(\text{boson } Z) \sum_{\lambda=1}^{3} \epsilon_\mu^{(\lambda)}(p)\epsilon_\nu^{*(\lambda)}(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_W^2} \tag{10}$$

- Matrice de Dirac:

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma) = 0, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = -i4\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}. \tag{11}$$

et

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = 4(g^{\mu\nu}g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda} + g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma}) \tag{12}$$

- Variables de MandelStam:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \qquad t = (p_1 - p_3)^2, \qquad u = (p_1 - p_4)^2. \tag{13}$$

- Section efficace et taux de désintégration:

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \int \overline{\sum}|M|^2 \frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \cdots \frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} (2\pi)^4\delta^4(p_3 + p_4 + ... + p_n - p_1 - p_2) \tag{14}$$

et

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_1}|M|^2 \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \cdots \frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} (2\pi)^4\delta^4(p_2 + p_3 + ... + p_n - p_1) \tag{15}$$

- Fonction δ de Dirac:

$$\delta[g(x)] = \frac{\sum_i \delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}. \tag{16}$$

où x_i sont les racines de $g(x) = 0$.

M. S. ZIDI
Bon courage, بالتّوفيق