

Matière : Maths 1

Série de TD N°2

Exercice 1 :

- a. Soient A, B, C trois ensembles tels que $A \cup B = B \cap C$. Montrer que $A \subset B \subset C$.
b. Soient $f: E \rightarrow F$ une application, $A_1, A_2 \subset E$. Si f est injective montrer que :
- $$f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$$

Exercice 2 :

Pour chacune des applications f suivantes, dire si elle est injective, surjective, bijective :

- a. 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$, 2) $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$, 3) $f: [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[, x \mapsto x^2$
b. 1) $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$, 2) $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*, x \mapsto \frac{1}{x}$.

Exercice 3 :

Soit f une application définie par :

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x', y') = f(x, y) = (x - y, x + y)$$

Montrer que f est bijective. Déterminer sa réciproque (f^{-1}).

Exercice 4 :

- a. Soient les applications $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*, g: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, définies par $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Montrer que $g \circ f = -g$ sur $\mathbb{R}_+^*$.

- b. Soient f et g les deux applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = 3x + 1, \quad g(x) = x^2 - 1$$

Calculer $f \circ g$ et $g \circ f$. A-t-on $f \circ g = g \circ f$?