

Matière : Maths 1

## **Série de TD N°4**

### **Fonctions logarithme, exponentielle, puissance.**

#### **Exercice 1 :**

- 1) Montrer que  $\ln(1 + e^x) = x + \ln(1 + e^{-x})$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
- 2) Déterminer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^{b^x}}{b^{a^x}}$  avec  $1 < a < b$

### **Fonctions circulaires et hyperboliques inverse.**

#### **Exercice 2 :**

a. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1)  $f_1(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ , 2)  $f_2(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ , 3)  $f_3(x) = \arctan(1 - \ln x)$

b. Calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \cosh^2 x - \sinh 2x$       2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cosh^2 x - \sinh 2x}{x - \ln(\cosh x) - \ln 2}$

#### **Exercice 3 :**

Calculer les nombres suivants :

1)  $\arcsin(1)$ ,  $\arccos(0)$ ,  $\arctan(0)$ ,  $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
2)  $\arcsin\left(\sin \frac{18\pi}{5}\right)$ ,  $\arccos\left(\cos \frac{-2\pi}{3}\right)$ ,  $\tan\left(\arctan\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

#### **Exercice 4 :**

Simplifier les expressions suivantes :

1)  $\cos(\arcsin x)$  2)  $\sin(\arctan x)$  3)  $\tan(\arcsin x)$   
4)  $\arg \cosh\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right]$  5)  $\cosh(\arg \sinh x)$  6)  $\tanh(\arg \sinh x)$

#### **Exercice 5 :**

a. Résoudre les équations suivantes :

1)  $\arccos x = \arcsin \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{4}$   
2)  $\arctan 2x + \arctan x = \frac{\pi}{4}$

b. Vérifier que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^*, \quad \operatorname{Arctan} x + \operatorname{Arctan} \frac{1}{x} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & x < 0 \end{cases}$$

