

TD n° 01

Exercice n°01 :

Considérons le jeu en forme stratégique caractérisé par la matrice suivante :

		Joueur 2	
		W	X
Joueur 1	Y	a, b	c, d
	Z	e, f	g, h

1. Quelles sont les conditions à poser sur a, b, c, d, e, f, g, h pour que (Z, W) soit un équilibre en stratégies dominantes ?
2. Quelles sont les conditions à poser sur a, b, c, d, e, f, g, h pour que (Z, W) soit un équilibre de Nash ?

Exercice n° 02 :

Deux prisonniers complices sont interrogés séparément. Chacun peut trahir son partenaire (T), ou bien rester silencieux (S).

- Si les deux trahissent, ils vont en prison pour 5 ans chacun.
- Si l'un trahit et pas l'autre celui qui trahit sort libre et l'autre va en prison pour 10 ans.
- Si personne ne trahit, ils vont en prison pour 3 ans tous deux.

1. Quels sont les équilibres de Nash en stratégies pures ?
2. Quels sont les équilibres de Nash en stratégies mixtes ?

Exercice n° 03 :

Deux étudiants doivent se repartir 100 euros trouvés à la sortie de l'amphi. Pour cela, ils ne peuvent faire que trois annonces (simultanées) exprimant leurs revendications sur la somme découverte: 0, 50 ou 100.

- Si leurs annonces sont compatibles (la somme des annonces est inférieure ou égale à 100), chacun obtient le montant qu'il ou elle a annoncé.
- Si leurs annonces sont incompatibles (la somme des annonces est strictement supérieure à 100), ils se disputent nécessairement et leur incivilité est découverte. La mauvaise réputation qu'ils doivent endurer dans ce cas est représentée par un gain négatif de -200 pour chacun.

1. Décrire l'ensemble des joueurs et leurs stratégies possibles et représenter le jeu sous forme normale.
2. Les joueurs ont-ils une stratégie dominante?
3. Trouver le ou les équilibre(s) de Nash.

Exercice n° 04 :

Soit le jeu suivant:

		Joueur 2	
		a	b
Joueur 1	a	3, 1	0, 0
	b	0, 0	1, 3

1. Quels sont les équilibres de Nash en stratégies pures ?
2. Quels sont les équilibres de Nash lorsque les stratégies mixtes sont autorisées ?

Exercice n° 05 :

Deux conducteurs dirigent leur voiture l'une contre l'autre dans une rue trop étroite pour qu'elles puissent se croiser sans provoquer d'accident.

- Si un conducteur ralentit tandis que l'autre garde la même vitesse, il perd la face. Il obtient alors une utilité de 0 et son adversaire obtient 4.
- Si les deux ralentissent en même temps alors le jeu se termine en égalité et les deux obtiennent une utilité de 2.
- Si aucun ne ralentit alors l'accident arrive et chacun obtient une utilité de -2.

1. Donnez la forme normale du jeu.
2. Déterminez les équilibres de Nash en stratégies pures.
3. Déterminez les équilibres de Nash en stratégies mixtes.

Exercice n° 06 :

Soient un tireur de pénalty et un gardien de but. Au moment de jouer le pénalty, aucun joueur ne peut observer la stratégie de l'autre. Une stratégie consiste dans le fait de choisir un des deux cotés du but (à gauche ou à droite du but, lorsqu'on le regarde du centre du terrain).

- Un but marqué/non marqué vaut un gain unitaire pour le tireur/gardien, sinon le gain est nul.
- Si le gardien choisit le même coté que le tireur il empêche le but.

Le ballon passe à coté de la cage lorsqu'il est tiré à droite avec une probabilité $1-\pi_d$ et est raté lorsqu'il est tiré à gauche avec une probabilité $1-\pi_g$.

1. Représenter le jeu sous forme normale et trouver le ou les équilibres de Nash en stratégies pures.
2. Trouver le ou les équilibre(s) de Nash en stratégies mixtes.