Université de Jijel
Faculté des Sciences Exactes et Informatique
Département Informatique
Master1 SIAD : Simulation & Prototypage

TD 01 : Chaines de Markov

Exercice 01 : fiabilité de deux éléments en parallèle

Soit un dispositif technique comprenant deux éléments montés en parallèle et fonctionnant indépendamment l'un de l'autre. Chaque élément a une fiabilité égale à *p* au cours d'une journée (c.-à-d. qu'il a une probabilité de *1-p* de tomber en panne). Il n'y a pas de possibilité de réparation. Si X_n est le nombre d'éléments en panne au début de la $n^{ième}$ journée.

1. Décrire la chaîne de Markov correspondante, sa matrice et son graphe de transition.
2. Calculer la probabilité π en fonction de n ? AN : p=0,9.
3. Modifier la chaîne précédente en stipulant qu'une machine en panne sera réparée au cours de la journée suivante ?

Exercice 02 :

- Montrer que la chaîne de Markov définie par P converge et calculer la distribution limite ?

$$P=\begin{vmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Exercice 03 :

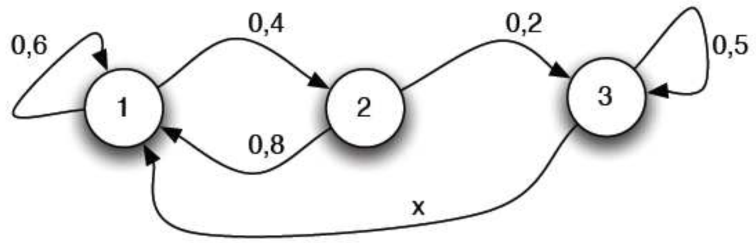
Soit la matrice :

$$P=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

1. Dessiner le graphe des transitions correspondant ?
2. La chaîne est-elle convergente ?
3. Calculer la distribution stationnaire de ce processus ?

Exercice 04 :

Soit la chaîne de Markov définie par son graphe de transition :



1. Dans le graphe de transition de la chaîne de Markov, une des probabilités a été remplacée par x. Quelle est la valeur de x ?
2. Donner la matrice de transition de cette chaîne de Markov ?
3. Si l'état initial est $\pi^{(0)} = [\ 1, 0, 0\ ]$, donner les probabilités de présence dans chaque état au pas 1 et au pas 2 ?
4. Si elle existe, calculer la distribution stationnaire de cette chaîne de Markov ?
5. Calculer le nombre de pas moyen pour aller pour la première fois dans l'état 3 ?