Chapitre II: Distribution des températures dans un échangeur à courants parallèles

II.1 Données préliminaires

Nous ne considérons ici que des échangeurs parfaitement isolés sur l'ensemble de leur surface extérieure. Les notations utilisées dans cette partie sont les suivants :

fluide chaud : indice ***c*** *;* fluide froid : indice ***f*** *;* entrée : indice ***e*** *;* sortie : indice ***s*** *;* surface d'échange mesurée depuis l'entrée du fluide chaud : ***S*** (joue le rôle d'une abscisse) *;* surface totale d'échange : **Σ** *;* coefficient local d'échange à travers la paroi : ***k*** *;* débit-masse : ***qm ;*** débit thermique unitaire : ***qt = qm Cp*** **(*W/K*) *;*** puissance thermique totale échangée : **Φ (*W*).**

II.2 Échangeurs co-courant

La figure suivante représente une coupe schématisée d'un échangeur co-courant.

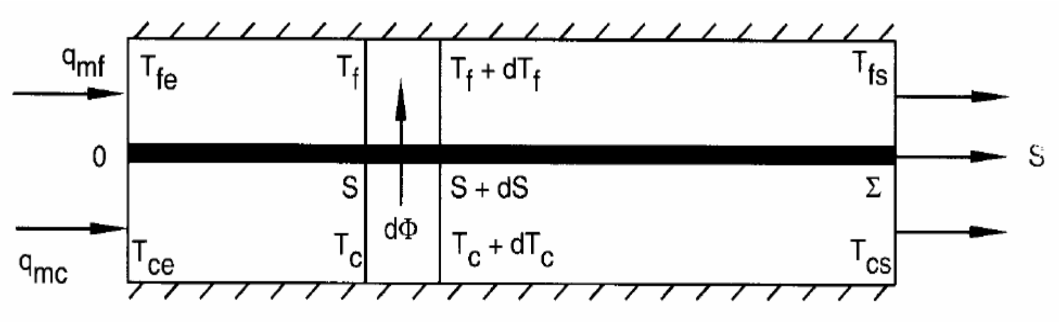

Figure II.1 Schéma d'un échangeur co-courant

Considérons une tranche de l'échangeur correspondant à une surface d'échange dS. Le fluide chaud passe de la température Tc à la température $Tc + dTc$ et le fluide froid de Tf à $Tf + dTf$.

Le flux $d\Phi$ transféré à travers dS est :

$$d\Phi = k\,(Tc - Tf\,)\,dS \quad (1)$$

D'autre part, $d\Phi$ est aussi la variation d'enthalpie de chaque écoulement (au signe près) entre S et $S + dS$, soit :

- Pour le fluide chaud ($dTc < 0$) :

$$d\Phi = -\,qmc\ Cpc\ dTc \quad (2)$$

- Pour le fluide froid ($dTf > 0$) :

$$d\Phi = qmf\ Cpf\ dTf \quad (3)$$

On introduit ici la notion de « *débit thermique unitaire qt* » on obtient:

$$d\Phi = -\,qtc\ dTc = qtf\ dTf \quad (4)$$

$$\frac{dT_c}{T_c - T_f} = -\frac{k}{q_{tc}}\,dS \quad (5)$$

$$\frac{dT_f}{T_c - T_f} = \frac{k}{q_{tf}}\, dS \quad (6)$$

(5) – (6) on trouve

$$\frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -\left(\frac{1}{q_{tc}} + \frac{1}{q_{tf}}\right) k\, dS$$

S=0 ; Tc=Tce ; Tf=Tfe

$$\boxed{\frac{T_c - T_f}{T_{ce} - T_{fe}} = exp\left\{-\left(\frac{1}{q_{tc}} + \frac{1}{q_{tf}}\right) k\, S\right\}} \quad (7)$$

S=Σ ; Tc=Tcs ; Tf=Tfs

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = exp\left\{-\left(\frac{1}{q_{tc}} + \frac{1}{q_{tf}}\right) k\, \Sigma\right\} \quad (8)$$

(5)x(7)

$$\boxed{\frac{T_c - T_{ce}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\frac{q_{tf}}{q_{tc} + q_{tf}}\left\{1 - exp\left(-\left[\frac{1}{q_{tc}} + \frac{1}{q_{tf}}\right] k\, S\right)\right\}}$$

De la même façon on trouve :

$$\boxed{\frac{T_f - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{q_{tc}}{q_{tc} + q_{tf}}\left\{1 - exp\left(-\left[\frac{1}{q_{tc}} + \frac{1}{q_{tf}}\right] k\, S\right)\right\}}$$

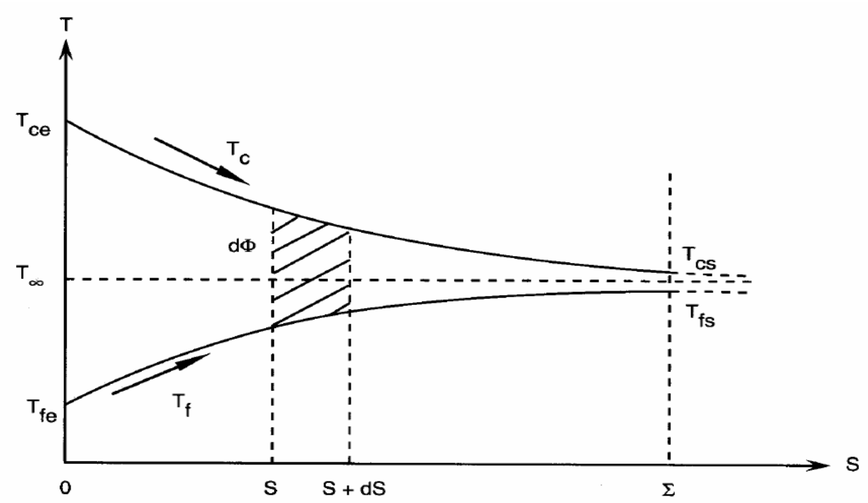

Figure II.2 Distribution des températures dans un échangeur co-courant

II.3 Échangeurs contre-courant :

La figure suivante représente une coupe schématisée d'un échangeur contre-courant.

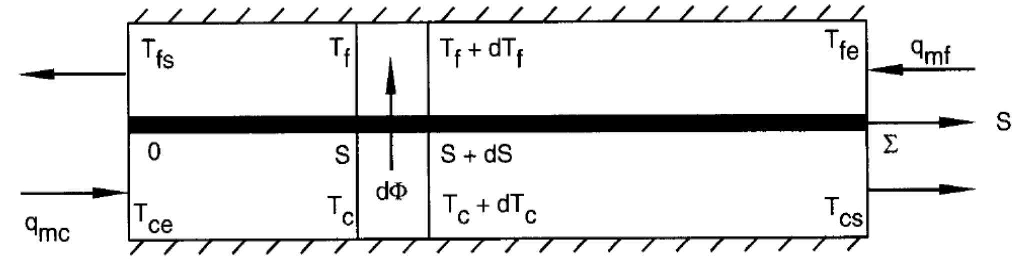

Figure II.3 Échangeur à contre-courant

L'entrée du fluide chaud est maintenant contiguë à la sortie du fluide froid et vice-versa.

La surface extérieure de l'appareil est supposée parfaitement isolée, le *sens des abscisses S est le sens d'écoulement du fluide chaud* : pour une variation $dS > 0$ de S on a $\boldsymbol{dTc < 0}$ *et* $\boldsymbol{dTf < 0}$. On a la relation suivante :

$$d\Phi = -\, q_{tc}\, dT_c = -\, q_{tf}\, dT_f$$

Les conditions aux limites sont :

-$S = 0$: $Tc = Tce$; $Tf = Tfs$

-$S = \Sigma$: $Tc = Tcs$; $Tf = Tfe$

On obtient:

$$\frac{T_c - T_f}{T_{ce} - T_{fs}} = exp\left\{-\left(\frac{1}{q_{tc}} - \frac{1}{q_{tf}}\right) k\, S\right\}$$

$$\frac{T_c - T_{ce}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{q_{tf}}{q_{tf} - q_{tc}} \left\{ exp\left(-\left[\frac{1}{q_{tc}} - \frac{1}{q_{tf}}\right] k\, S\right) - 1\right\}$$

$$\frac{T_f - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{q_{tc}}{q_{tf} - q_{tc}} \left\{ exp\left(-\left[\frac{1}{q_{tc}} - \frac{1}{q_{tf}}\right] k\, S\right) - 1\right\}$$

Il y a trois situations possibles :

Cas où *qtc < qtf*

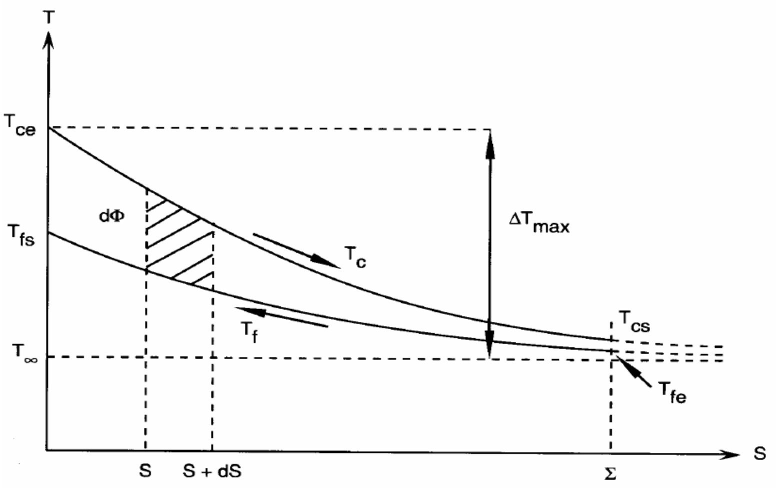

Figure II.4 ***Distribution des températures dans un échangeur à contre-courant lorsque le fluide chaud commande le transfert***

Cas où *qtf < qtc*

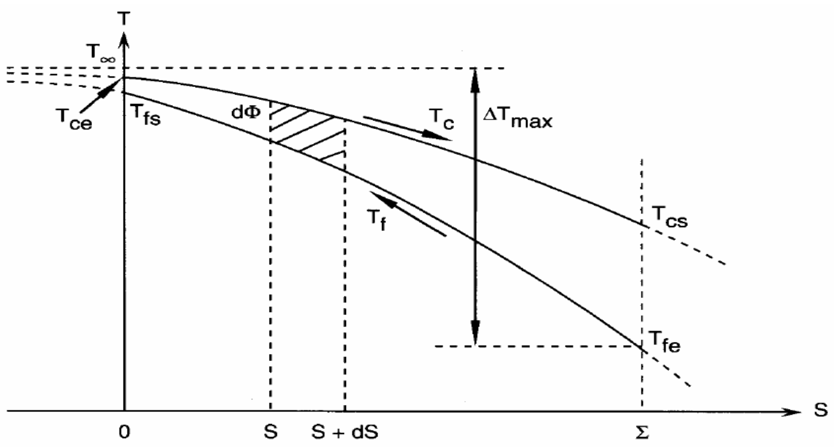

Figure II.5 ***Distribution des températures dans un échangeur à contre-courant lorsque le fluide froid commande le transfert***

Cas où *qtf = qtc*

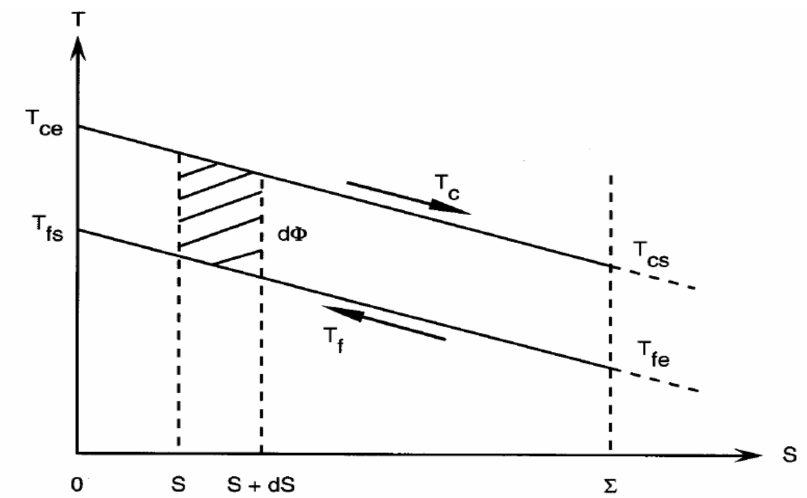

Figure II.6 ***Échangeur à contre-courant avec qtf = qtc***

II.4 Échangeurs à fluide isotherme :

Lorsqu'un des deux fluides subit un changement de phase (condenseur ou évaporateur), sa température est quasi-uniforme dans l'échangeur, et cette température peut s'imposer à la paroi si le coefficient d'échange est assez élevé. On a ainsi ***Tc ≅ cte*** dans un condenseur, et ***Tf ≅ cte*** dans un évaporateur. La distinction entre écoulements de type co-courant ou contre-courant n'a plus de raison dans ce cas, car le sens de circulation du fluide non isotherme est sans importance.

Pour le problème du condenseur.

$d\Phi = k\,(Tc - Tf)\,dS = qtf\,dTf$

$$\frac{T_f - T_{fe}}{T_c - T_{fe}} = 1 - exp\left(-\frac{k\,S}{q_{tf}}\right)$$

Pour l'évaporateur:

$d\Phi = k\,(Tc - Tf)\,dS = -qtc\,dTc$

$$\frac{T_c - T_{ce}}{T_{ce} - T_f} = -\left\{1 - exp\left(-\frac{k\,S}{q_{tc}}\right)\right\}$$

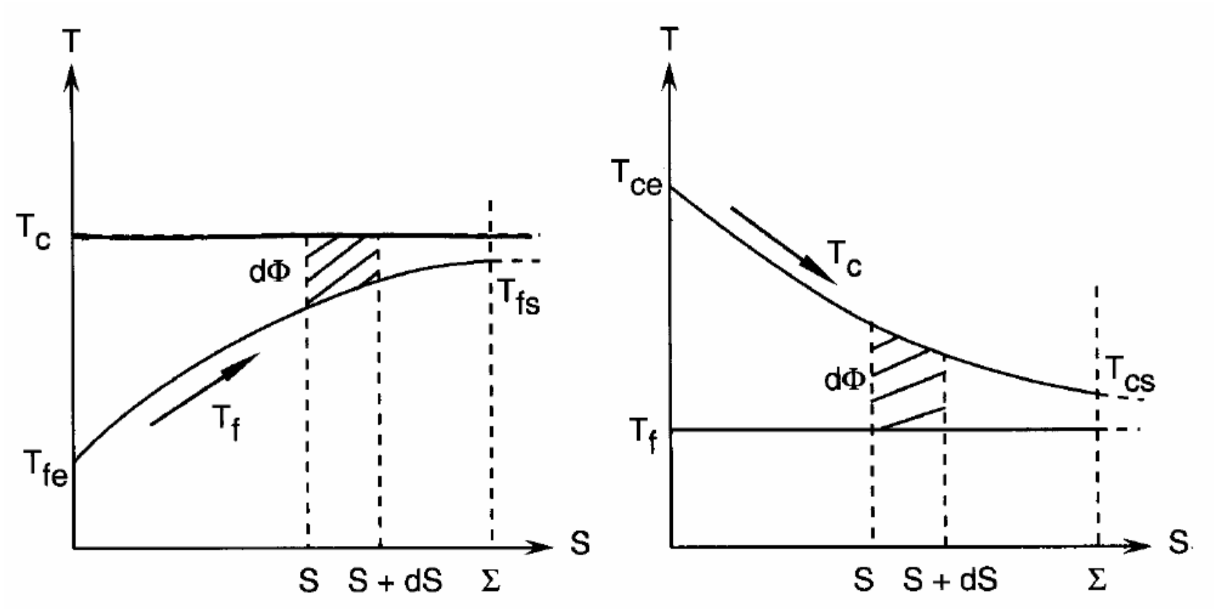

Figure II.7 Distribution des températures dans un condenseur (à gauche) et dans un évaporateur (à droite)