Solutions des exercices 1 et 2 de la série de T.D N°1 :

Exercice 1 :

Considérons une fenêtre en verre de 1,2 m de haut, de 2 m de large et d'une épaisseur de 6 mm, de conductivité thermique 0.78 W/m.k. La pièce est maintenue à 25 °C, et la température moyenne de la surface intérieure de la fenêtre est égale à 5 °C. Si la température de l'air extérieure est de -5 °C, déterminer :

1-le coefficient de transfert de chaleur par convection sur la surface interne,

2-le flux total de chaleur à travers la vitre de la fenêtre,

3-le coefficient de transfert de chaleur par convection sur la surface externe de la fenêtre.

Les paramètres thermophysiques de l'air à 15°C sont : Pr=0,7323, $\nu=1,471.10^{-5} m^2/s$ et λ=0,02476 W/m.K. La corrélation utilisée pour le calcul du coefficient de convection interne est :

$$Nu = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

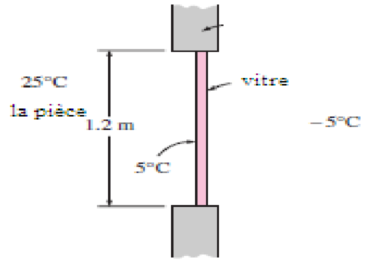
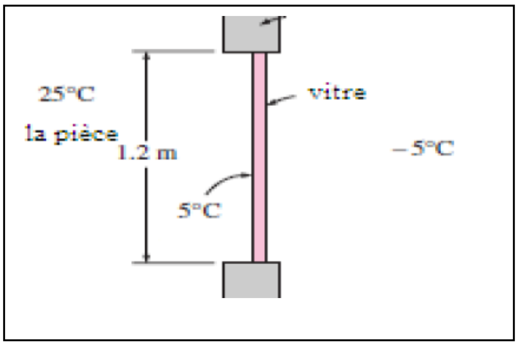


Figure 1

Solution :

1. **Coefficient de convection de la surface interne :**

$Nu = \frac{hL}{\lambda}$; $h = \frac{Nu\lambda}{L}$



Ra=PrxGr

$$Gr = \frac{g\beta(T_{fi} - T_{pi})L^3}{\nu^2}$$

$\beta=1/T_m=1/(15+273)=0,003472$ 1/k

$Gr = \frac{9,81\times 0,003472\times(25-5)\times 1,2^3}{(1,471\times 10^{-5})^2} = 5,44\text{x}10^9$

Ra=0,7323x5,44x10^9=3,98x10^9

$$Nu = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

$$Nu = \left\{0,825 + \frac{0,387\times(3,98\times 10^9)^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0,492}{0,7323}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 189,6464$$

$hi = \frac{189,6464 \times 0,02476}{1,2}$ = 3,913 W/m^2.k

2. **Flux total de la chaleur à travers la vitre :**

$$\phi = \frac{S \times \lambda \times (T_{pi} - T_{pe})}{e} = hi \times S \times (T_{fi} - T_{pi}) = 3,913 \times 1,2 \times 2 \times (25 - 5) = 187,824\, W$$

$$\phi = 187,824\, W$$

3. **Coefficient de convection de la surface externe :**

$$\phi = he \times S \times (T_{pe} - T_{fe})$$

$$he = \frac{\phi}{S \times (T_{pe} - T_{fe})}$$

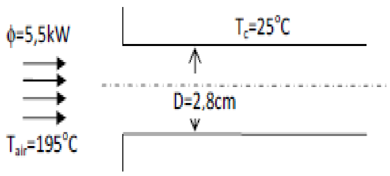
$$Tpe = Tpi - \frac{\phi \times e}{S \times \lambda} = 5 - \frac{187,824 \times 0,006}{1,2 \times 2 \times 0,78} = 4,398°C$$

$he = \frac{187,824}{2,4 \times (4,398 - (-5))}$ = 8,327 W/m^2.k

<u>Exercice 2 :</u>

Dans un cylindre de 2,8cm de diamètre et de 3m de long circule de l'air à la température de 195°C. Le cylindre maintenu à la température de 25°C, reçoit un flux de chaleur égal à 5.5kW.
-Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement sachant que: λ = 0,026 W/m°C, nombre de Prandtl est égal à 0,73.

$$Nu = 0,023 \mathrm{Re}^{0,8}\, \mathrm{Pr}^{0,4}$$



<u>Solution:</u>

Figure 2

Coefficient d'échange de chaleur par convection :

$\phi = h \times S \times (T_f - T_s)$ S= π.D.L=π×0,028×3=0,263 m^2

$$h = \frac{\phi}{S \times (T_f - T_s)} = \frac{5500}{0,263 \times (195 - 25)} = 123,015\, W$$

$Nu = \frac{hD}{\lambda} = \frac{123,015 \times 0,028}{0,026} = 132,477$

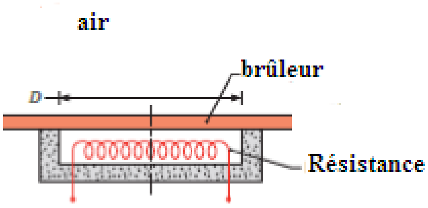
$$Nu = 0,023 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,4}$$

$$Re = \left(\frac{Nu}{0,023 \times Pr^{0,4}}\right)^{1/0,8}$$

$Re = \left(\frac{132,477}{0,023 \times (0,73)^{0,4}}\right)^{1/0,8}$ = 58729,24

Solutions des exercices 5 et 6 de la série de T.D N°2 :

Exercice 5 :



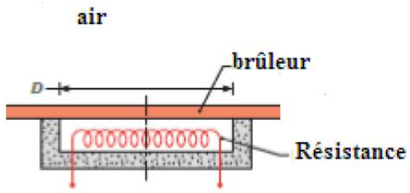
Considérons un brûleur de diamètre D= 200 mm fonctionnant à une température de surface de 250 °C dans l'air ambiant de 20°C et de coefficient de convection h = 10.5 W/m^{2}K.
1-Calculer le flux thermique (convection et rayonnement) du brûleur.

2-Si le taux d'énergie utilisée de la résistance électrique au bruleur est de 90% de la puissance électrique produite. Quelle est la valeur de cette puissance.

3-Déterminer la longueur d'onde pour laquelle le rayonnement est maximal.
4- Calculer la puissance électrique produite pour les températures de surface suivantes: 200 et 300°C.
Le brûleur est considéré comme un corps noir.

Solution

1. **Calcul de flux thermique :**



$$\phi = S \times \sigma \times {T_s}^4 + h \times S \times (T_s - T_f)$$

$$S = \frac{\pi}{4} \times D^2 = \frac{\pi}{4} \times (0{,}2)^2 = 0{,}0314\ m^2$$

$$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$$

$$\phi = 0{,}0314 \times \left(5{,}67.10^{-8} \times\ (250 + 273)^4 + 10{,}5 \times (250 - 20)\right) = 209{,}035 \text{ W}$$

$$\phi = 0{,}9 \times \text{Pel}$$

$$\text{Pel} = \frac{\phi}{0{,}9} = \frac{209{,}035}{0{,}9} = 232{,}611\ W$$

2. **La longueur d'onde maximale :**

$$\lambda_{max} \times T_s = 2898$$

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T_s} = \frac{2898}{(250 + 273)} = 5{,}541 m\mu$$

3. **La puissance électrique pour :**

Ts= 200 °C

$$\text{Pel} = \frac{\phi}{0{,}9}$$

$$\phi = 0{,}0314 \times \left(5{,}67.10^{-8} \times (200 + 273)^4 + 10{,}5 \times (200 - 20)\right) = 148{,}462 \text{ W}$$

$$\text{Pel} = \frac{148{,}462}{0{,}9} = 164{,}957\ W$$

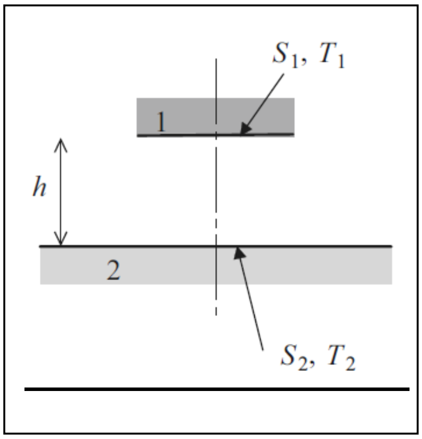
Ts= 300 °C

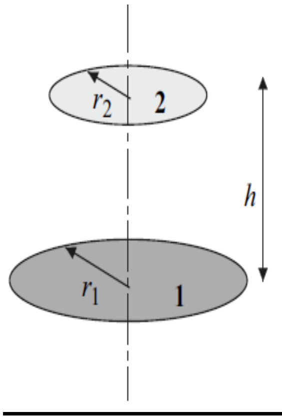
$\phi = 0{,}0314 \times \left(5{,}67.10^{-8} \times \ (300+273)^4 + 10{,}5 \times (300-20)\right) = 284{,}241$ W

Pel $= \frac{284{,}241}{0{,}9} = 315{,}823\, W$

Exercice 6 :

On considère deux disques coaxiaux séparés par une hauteur de 20 cm. Les deux disques se comportent comme des corps noirs. Le disque inférieur de rayon 20 cm est maintenu à la température de 450 K. Le disque supérieur, de rayon 10 cm est maintenu à une température constante grâce à un apport de puissance électrique (chauffage par effet Joule) égal à 12,5 W. Quelle est la température du disque supérieur ? (On notera que le milieu ambiant est à la température de 300 K).





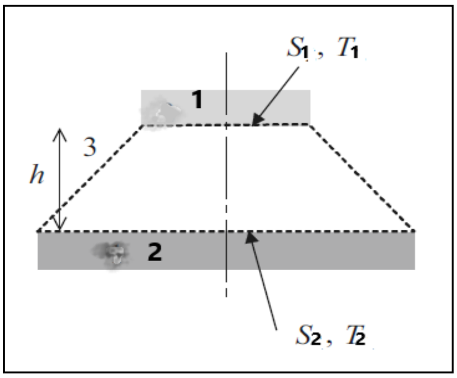
2 disques coaxiaux

$$F_{12} = \frac{1}{2}\left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2}\right)$$

$$\beta = 1 + \frac{1+\alpha_2^2}{\alpha_1^2}$$

$$\alpha_1 = \frac{r_1}{h},\ \alpha_2 = \frac{r_2}{h}$$

Solution :



Nous indiçons par 3, la surface qui réalise la cavité telle que représenté en traits pointillés sur la figure ci-dessus. Cette surface 3 est à la température ambiante de 300 K.

On a donc un échange de chaleur entre corps noirs dans une cavité. On utilise dans ce cas la formule suivante qui donne le flux issu de la surface i dans une cavité formée de N surfaces :

$$\phi_i = \sum_{j=1}^{N} S_i\, F_{iJ}\, \sigma_s\, (T_i^4 - T_j^4)$$

Dans notre cas, en écrit :

$$\boldsymbol{\phi_1 = \phi_{12} + \phi_{13}}$$

Avec :

$$\phi_{12} = S_1 F_{12} \sigma_s (T_1^4 - T_2^4)$$

Et

$$\phi_{13} = S_1 F_{13} \sigma_s (T_1^4 - T_3^4)$$

σ_s : Constante de Steffan Boltzman ;

$$\phi_1 = S_1 F_{12} \sigma_s (T_1^4 - T_2^4) + S_1 F_{13} \sigma_s (T_1^4 - T_3^4)$$

On obtient :

$$T_1 = \left[\frac{\phi_1 + S_1 \sigma_s (F_{12} T_2^4 + F_{13} T_3^4)}{S_1 \sigma_s (F_{12} + F_{13})}\right]^{1/4}$$

Détermination des facteurs de forme :

Dans une cavité on a :

$$\sum_{i=1}^{N} F_{ji} = 1,$$

$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

$F_{11} = 0$

F_{12} est déterminé par la formule des deux disques coaxiaux :

$$F_{12} = \frac{1}{2}\left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2}\right)$$

Avec :

$$\beta = 1 + \frac{1 + \alpha_2^2}{\alpha_1^2}$$

$$\alpha_1 = \frac{r_1}{h} = \frac{0{,}1}{0{,}2} = \frac{1}{2} = \mathbf{0{,}5};\ \alpha_2 = \frac{r_2}{h} = \frac{0{,}2}{0{,}2} = \mathbf{1}$$

β=**9 ;** F_{12} = **0,47**

$F_{13} = 1 - F_{12} = 1 - 0{,}47 = \mathbf{0{,}53}$

Calcul de la surface S_1 :

$S_1 = \pi . r_1^2 = \pi .(0{,}1)^2 =$ **0,0314 m²**

$$T_1 = \left[\frac{\phi_1 + S_1 \sigma_s (F_{12} T_2^4 + F_{13} T_3^4)}{S_1 \sigma_s (F_{12} + F_{13})}\right]^{1/4} ;$$

$$T_1 = \left[\frac{12 + 0{,}0314.5{,}67.10^{-8}(0{,}47.(450)^4 + 0{,}53.(300)^4)}{0{,}0314.5{,}67.10^{-8}(0{,}47 + 0{,}53)}\right]^{1/4}$$

T_1 = 417,23 K

La température du disque supérieur est : T_1 = 417,23 K