

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Jijel
Faculté des Sciences exactes et de l'informatique
Département d'informatique



– Module – **Systèmes Experts**

Master 1 : SIAD

Enseignant du module : Dr. Hemza FICEL

Contact: hemza.ficel@univ-jijel.dz

Chapitre 4 – L'incertitude dans les systèmes experts

Traitemen~~t~~ l'incertitude : la logique floue

La logique floue

La logique floue : Au-delà du vrai et du faux

La logique floue

Principe de base

Décrire les concepts du monde réel **de manière plus naturelle et intuitive ...**

Base de règles (logique classique - binaire)	Base de faits
R1: SI la température < 20 degrés Celsius ET le taux d'humidité < 30% ALORS augmenter la puissance du chauffage.	Température = 11°C Taux d'humidité = 28%



Base de règles (logique floue - incertaine)	Base de faits
R1: SI la température est froide ET le taux d'humidité est faible ALORS la puissance de chauffage est maximale	Température = 11°C Taux d'humidité = 28%

La logique floue

Principe de base

- Contrairement à la logique classique, où une proposition est soit vraie (1), soit fausse (0), **la logique floue (fuzzy logic)** permet d'attribuer un degré de vérité à une proposition, qui peut varier entre 0 et 1.

Exemple : Au lieu de dire qu'une personne est « **grande** » ou « **petite** », on peut lui attribuer un degré de « grandeur » de **80%** qui exprime qu'elle est plus ou moins grande.

- Pour parvenir à ce but, plusieurs notions ont été introduites : **variable linguistique, ensemble flou, fonction d'appartenance, règle floue, raisonnement flou**, ...

Concepts fondamentaux:
1. les variables linguistiques

La logique floue

Les expressions floues et incertaines sont courantes dans la réalité :

« **quelque, beaucoup, souvent, chaud, froid, rapide, lent, grand,
petit, jeune, âgé ...** »

La logique floue

Variable linguistique

■ **Variable linguistique** : est une variable qui utilise des termes du langage naturel (**expressions floues**) plutôt que des nombres pour **décrire des concepts incertains de manière plus naturelle et intuitive**. La portée de ces variables (la plage de valeurs qu'une variable peut prendre) est appelée « **Univers de discours** ».

Exemple : la variable « température »

Univers de discours : l'ensemble des températures mesurées en degrés Celsius allant de 0 à 50.

Variable numérique

{ « 10°C », « 25°C », « 40°C », ... }

Variable linguistique

{ « froide », « confortable », « chaude », ... }

Ensemble de valeurs

La logique floue

Qu'est-ce qu'un **ensemble** ?

La logique floue

Ensemble classique

Un ensemble est une collection d'éléments qui partagent une ou plusieurs propriétés communes. Les éléments d'un ensemble sont souvent représentés entre accolades, séparés par des virgules.

$A = \{2, 3, 9, 14, 25\}$ est un ensemble de nombres entiers positifs

$B = \{\text{« Jijel », « Algérie », « Afrique »}\}$ est un ensemble de mots

$C = \{\text{« Ali », « Mohammed », « Salim »}\}$ est un ensemble de personnes

Chaque élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble donné (variable binaire). Par exemple, le nombre 9 appartient à l'ensemble A et il n'appartient pas à l'ensemble B et C.

La logique floue

Mais comment représenter l'ensemble des **expressions floues**,
qui ne peuvent pas être définis en termes de valeurs binaires
(vrai ou faux) ?

Température = { « froide », « confortable » , « chaude » , ... }

La logique floue

Le flou **n'est pas imprécis !**

Si une expression n'est pas connue précisément (incertaine, floue), on peut la définir par **un ensemble de valeurs précises**

Concepts fondamentaux: **2. les ensembles floues**

La logique floue

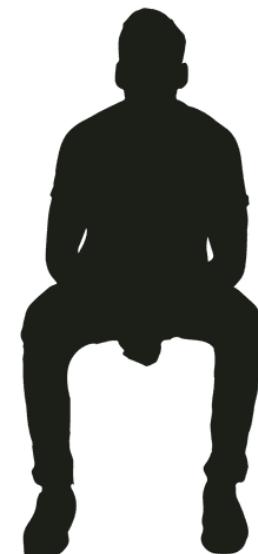
Ensemble flou

Un ensemble flou est un ensemble qui ne possède pas de frontière entre ses éléments. Cela signifie qu'un élément donné peut appartenir à plusieurs ensembles à la fois avec un degré d'appartenance graduel ou partiel (entre 0 et 1).

A = L'ensemble des personnes « âgées »



B = L'ensemble des personnes « jeunes adultes »



La logique floue

Ensemble flou

Un ensemble flou est un ensemble qui ne possède pas de frontière entre ses éléments. Cela signifie qu'un élément donné peut appartenir à plusieurs ensembles à la fois avec un degré d'appartenance graduel ou partiel (entre 0 et 1).

A = L'ensemble des personnes « âgées »

Une personne de **92 ans**
(un degré d'appartenance **élevé = 1**)

Une personne de **48 ans**
(un degré d'appartenance **moyen = 0,55**)

Une personne de **34 ans**
(un degré d'appartenance **faible = 0,2**)

B = L'ensemble des personnes « jeunes adultes »

Une personne de **34 ans**
(un degré d'appartenance **élevé = 0,8**)

Une personne de **48 ans**
(un degré d'appartenance **moyen = 0,35**)

Une personne de **92 ans**
(un degré d'appartenance **faible = 0**)

La logique floue

L'ensemble de valeurs possibles peut être **précisément défini**.

Cependant, **l'incertitude** (le flou) réside maintenant dans le fait qu'**on ne sait pas exactement** que la **valeur x appartient** à l'ensemble A **ou** à l'ensemble B.

La logique floue

En logique classique **c'est simple !**

La logique floue

Fonction d'appartenance

- Le concept d'appartenance est indispensable dans la théorie des ensembles. Ainsi, pour définir un ensemble, il est nécessaire de définir **une fonction caractéristique** : une fonction indicatrice qui prend la valeur **1** si l'élément appartient à l'ensemble et **0** sinon (**fonction binaire**).

$$A = \{2, 3, 9, 14, 25\}$$

X est un entier quelconque

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

$$F(1) = 0$$

$$F(2) = 1$$

$$F(5) = 0$$

$$F(14) = 1$$

$$F(50) = 0$$

La logique floue

Cependant, ce mécanisme binaire ne permet pas de traiter l'incertitude dans notre situation précédente.

Concepts fondamentaux: **3. les fonctions d'appartenance**

La logique floue

Fonction d'appartenance

- Pour définir **un ensemble flou**, il est nécessaire de définir **une fonction d'appartenance floue**. Au lieu de simplement attribuer des valeurs binaires (0 ou 1) comme dans la théorie des ensembles classiques, cette fonction indicatrice attribue à chaque élément **un degré d'appartenance compris entre 0 et 1**.

A = L'ensemble des personnes « âgées »

X est l'âge d'une personne

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 50 \\ \frac{(x - 50)}{(100 - 50)} & \text{si } 50 \leq x \leq 100 \\ 1 & \text{si } x > 100 \end{cases}$$

$$F(20) = 0$$

$$F(65) = 0,3$$

$$F(72) = 0,44$$

$$F(85) = 0,7$$

$$F(95) = 0,9$$

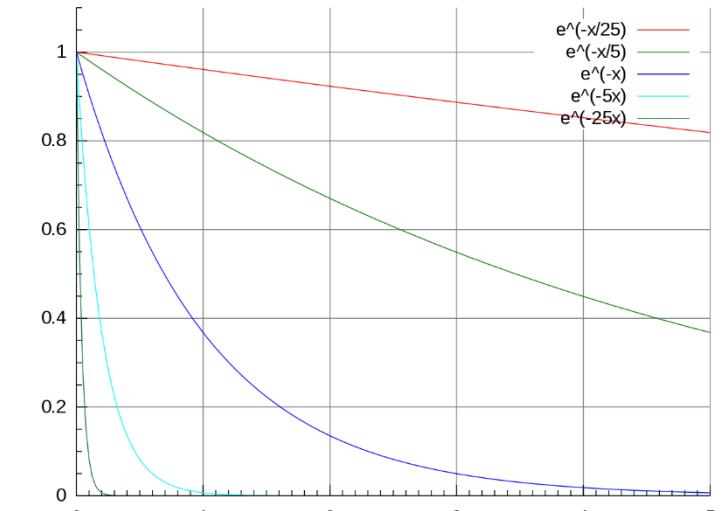
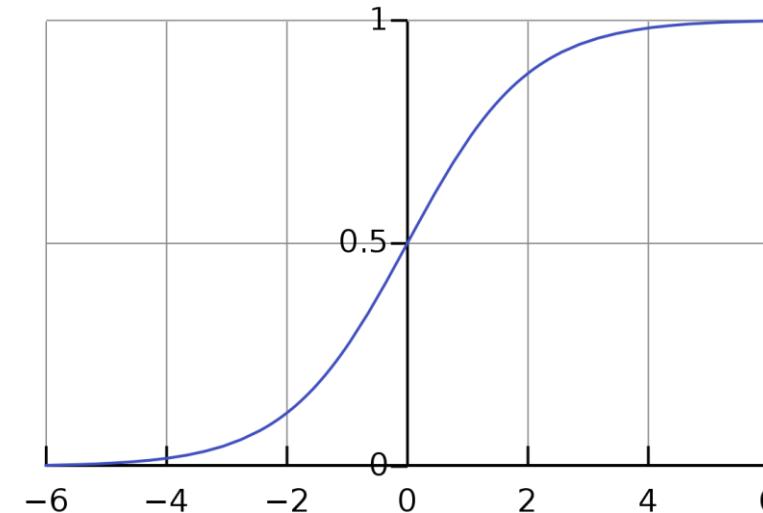
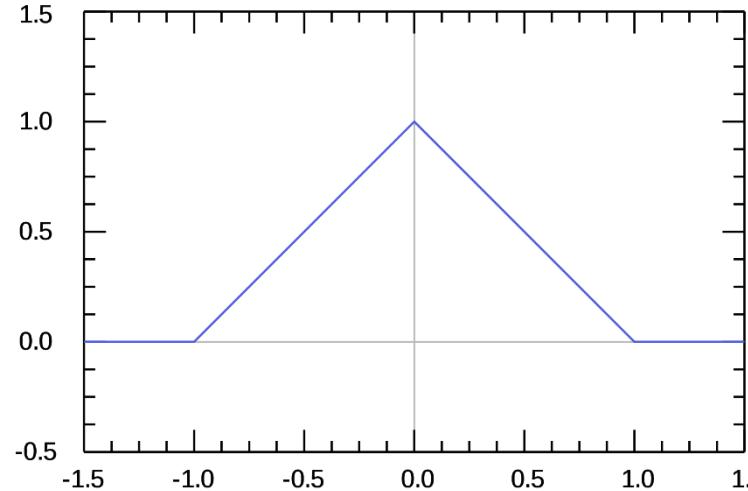
$$F(110) = 1$$

La logique floue

Fonction d'appartenance

Il existe plusieurs types de fonctions d'appartenance :

triangulaire, sigmoïde, exponentielle, ...



La logique floue

Fonction d'appartenance

Le choix de la fonction d'appartenance peut être basé sur des études statistiques ou en suivant les conseils d'un expert du domaine.

La logique floue

Fonction d'appartenance

Une fonction triangulaire est une fonction mathématique dont la représentation graphique est un triangle. Elle est définie par trois paramètres : les limites inférieure (**limInf**) et supérieure (**limSup**) de l'ensemble flou, et le point maximum de l'appartenance **max** (le point où l'élément appartient le plus à l'ensemble).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq \text{limInf} \\ \frac{(x - \text{limInf})}{(\text{max} - \text{limInf})} & \text{si } \text{limInf} < x \leq \text{max} \\ \frac{(\text{limSup} - x)}{(\text{limSup} - \text{max})} & \text{si } \text{max} < x \leq \text{limSup} \\ 0 & \text{si } x > \text{limSup} \end{cases}$$

La logique floue

Fonction d'appartenance

Exemple : un système de contrôle de climatisation qui utilise **la variable linguistique "Température"** pour décrire la température de la pièce.

Comment définir le valeur linguistique « **froide** » ?

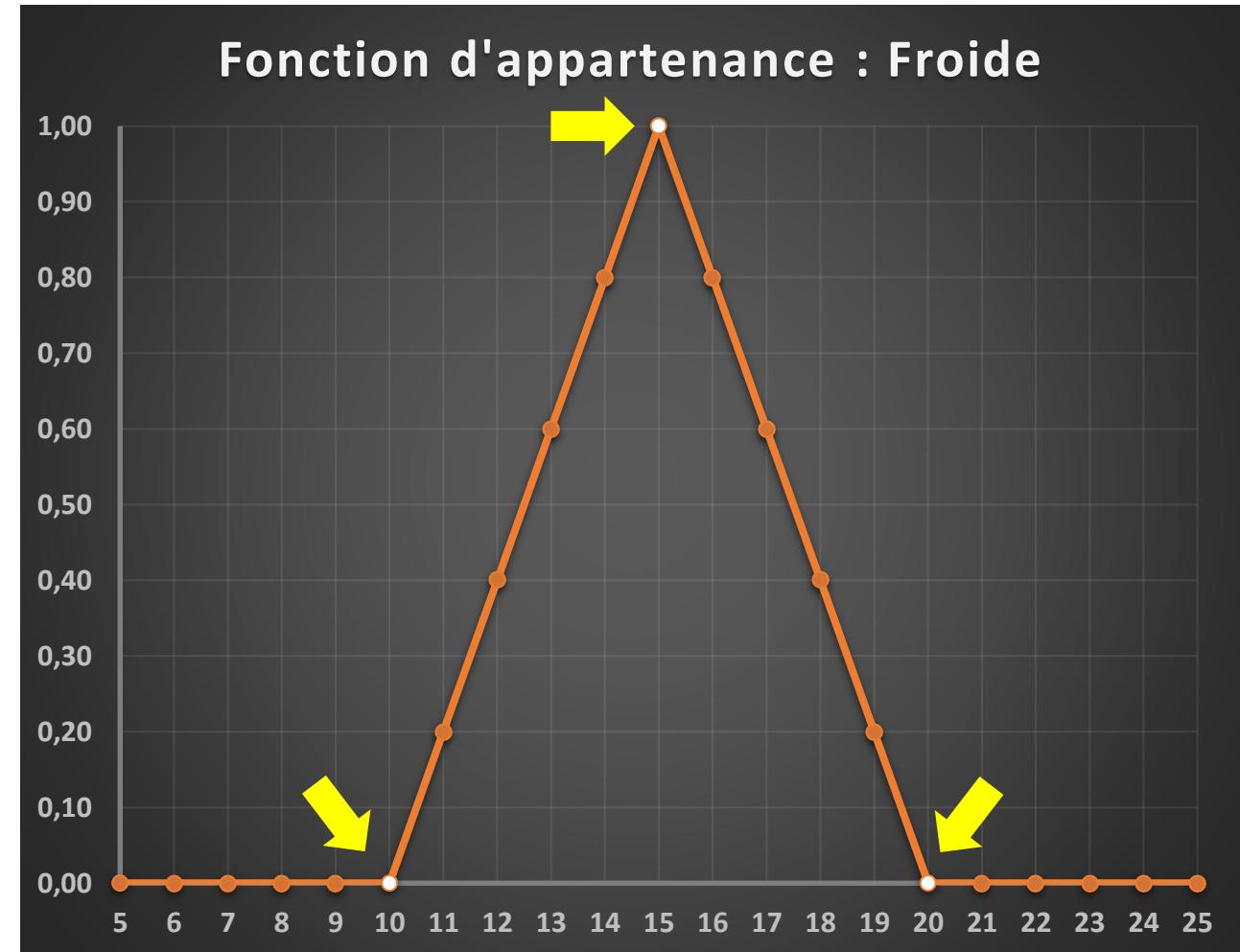
La logique floue

Fonction d'appartenance

Froide : une fonction d'appartenance triangulaire, avec une largeur de 5°C et une valeur centrale de 15°C :

- une limite inférieure de 10°C,
- un maximum de 15°C (**valeur centrale**)
- une limite supérieure de 20°C.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{(x - 10)}{(15 - 10)} & \text{si } 10 < x \leq 15 \\ \frac{(20 - x)}{(20 - 15)} & \text{si } 15 < x \leq 20 \\ 0 & \text{si } x > 20 \end{cases}$$



La logique floue

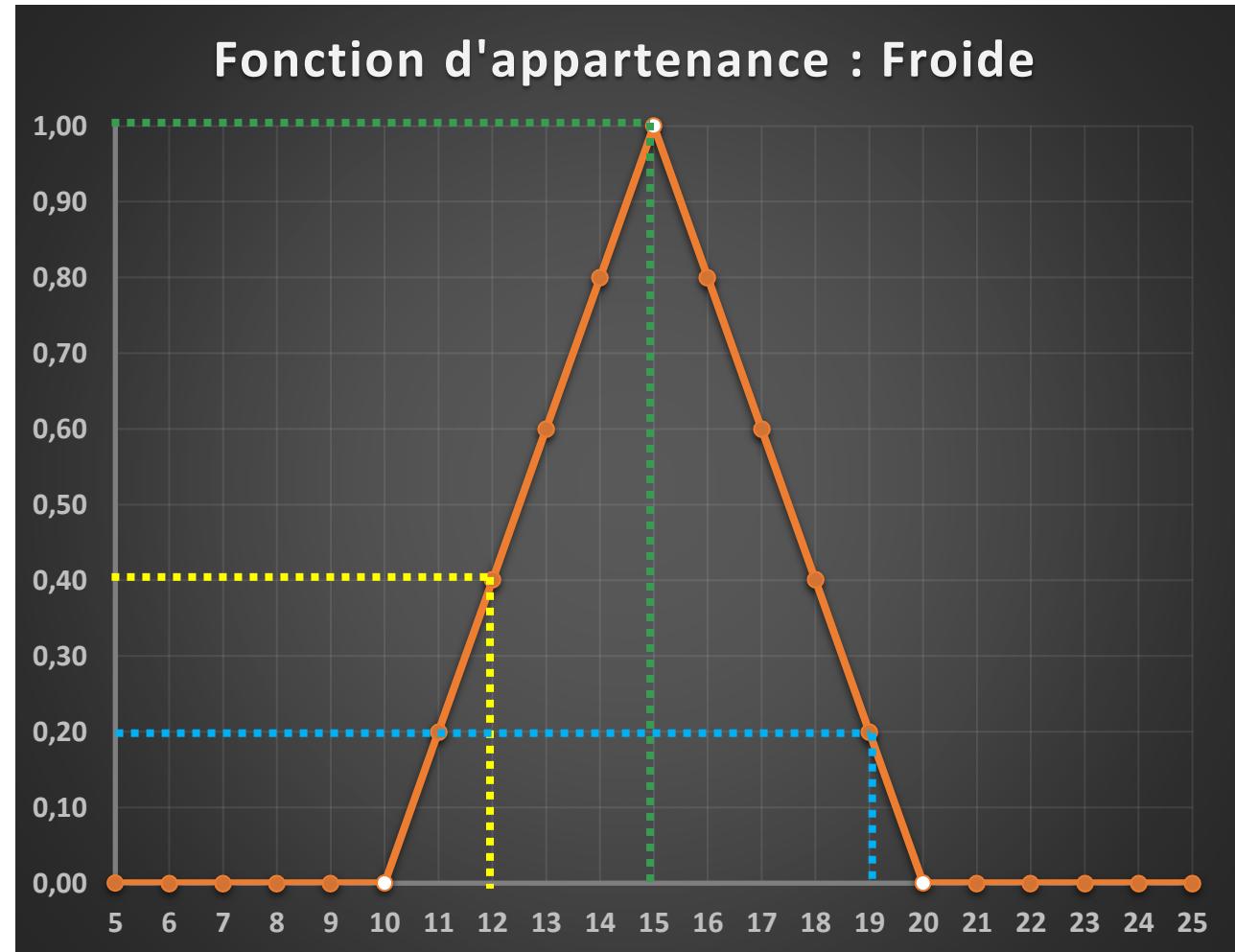
Fonction d'appartenance

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{(x - 10)}{(15 - 10)} & \text{si } 10 < x \leq 15 \\ \frac{(20 - x)}{(20 - 15)} & \text{si } 15 < x \leq 20 \\ 0 & \text{si } x > 20 \end{cases}$$

$$F(15) = \frac{(15 - 10)}{(15 - 10)} = 1$$

$$F(12) = \frac{(12 - 10)}{(15 - 10)} = 0,40$$

$$F(19) = \frac{(20 - 19)}{(20 - 15)} = 0,20$$



La logique floue

Fonction d'appartenance

Et si on ajoute la valeur linguistique « confortable »

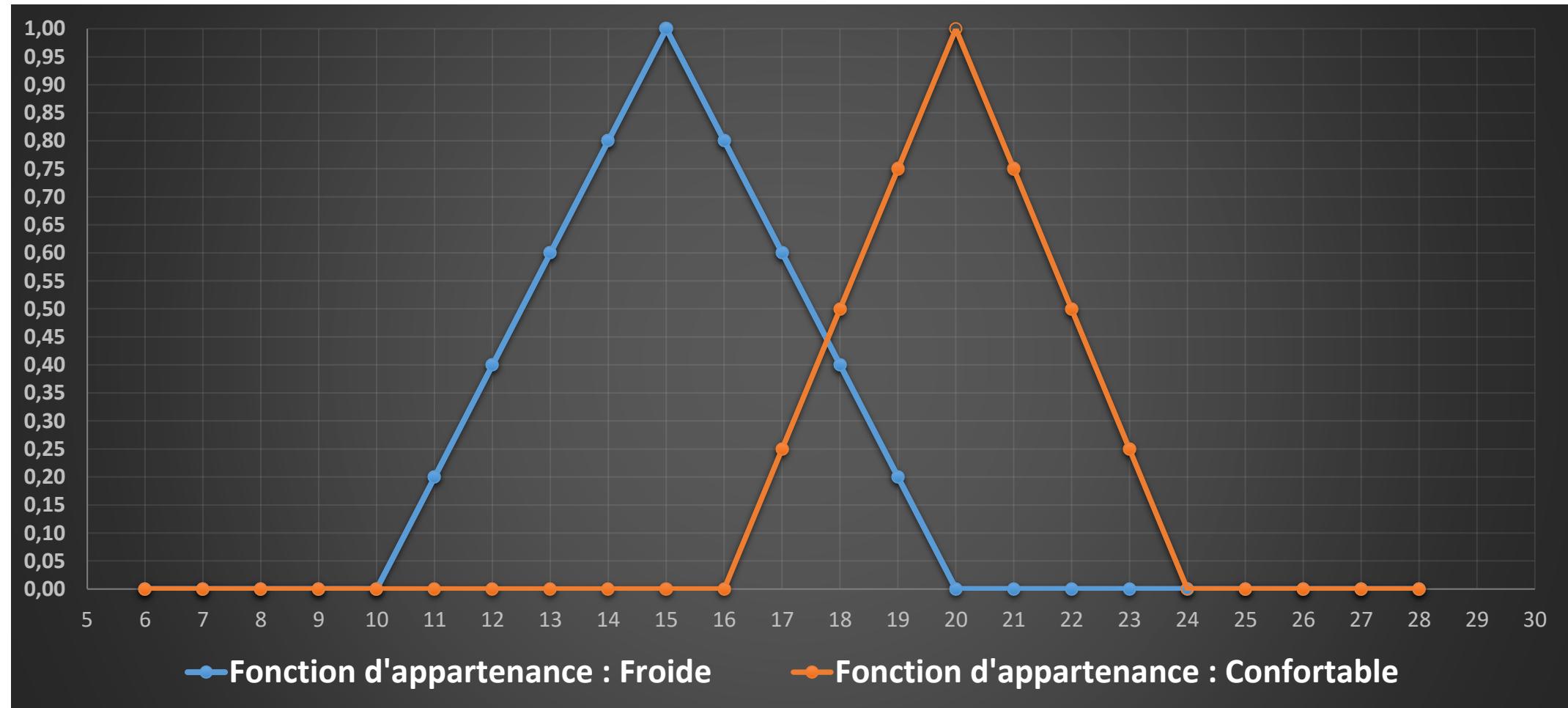
Confortable : une fonction d'appartenance triangulaire, avec une largeur de 4°C et une valeur centrale de 20°C :

- une limite inférieure de **16°C**,
- un maximum de **20°C** (**valeur centrale**)
- une limite supérieure de **24°C**.

$$C(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 16 \\ \frac{(x - 16)}{(20 - 16)} & \text{si } 16 < x \leq 20 \\ \frac{(24 - x)}{(24 - 20)} & \text{si } 20 < x \leq 24 \\ 0 & \text{si } x > 24 \end{cases}$$

La logique floue

Fonction d'appartenance



La logique floue

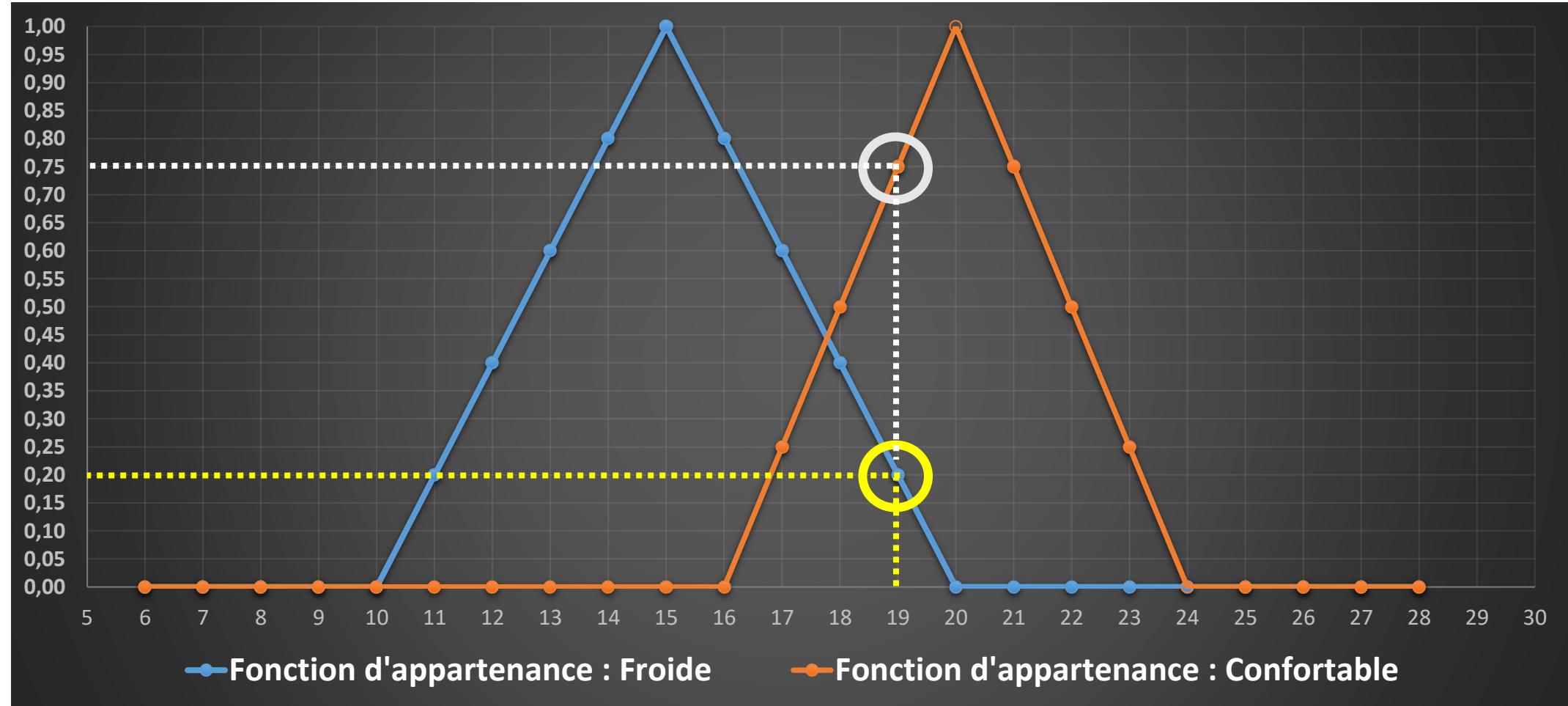
Fonction d'appartenance

Supposons que la température de la pièce soit de

19 degrés Celsius ...

La logique floue

Fonction d'appartenance



La logique floue

Fonction d'appartenance

- Les deux fonctions d'appartenance sont définies sur des ensembles différents, avec **des chevauchements possibles**. Par exemple, la température 19°C appartient en même temps : **partiellement** à la valeur linguistique « froide », et **partiellement** à la valeur linguistique « confortable ».

La température 19°C **appartient partiellement** à la l'ensemble flou « **Froide** », avec un degré d'appartenance de **0,2**.

La température 19°C **appartient partiellement** à la l'ensemble flou « **Confortable** », avec un degré d'appartenance de **0,75**.

La logique floue

On peut ainsi construire **nos règles** de la manière suivante ...

Concepts fondamentaux: **4. les règles floues**

La logique floue

Règle floue

■ **Règles floues** : sont des règles de décision formulées en utilisant **des variables linguistiques** et des fonctions d'appartenance floues. Une règle floue est généralement exprimée sous la forme : SI [condition] ALORS [action].

SI x est A ALORS z est C

variable linguistique est **valeur linguistique**

La condition et l'action d'une règle floue est généralement exprimée sous la forme « **x est A** ». A est une **variable linguistique floue** généralement exprimée à l'aide d'un ensemble de **valeurs linguistiques** tels que « très froide », « froide », « chaude », « Maximale », « Modérée », « Maximale », etc.

La logique floue

Règle floue

- **Règles floues :** sont des règles de décision formulées en utilisant **des variables linguistiques** et des fonctions d'appartenance floues. Une règle floue est généralement exprimée sous la forme : SI [condition] ALORS [action].

SI la température(x) est chaude(A) **ALORS** la puissance de chauffage(z) est maximale(C)

la variable linguistique floue x
appartient à l'ensemble flou « froide »
avec un degré de d'appartenance $f_A(x)$
(f_A est la fonction d'appartenance de A).

la variable linguistique floue z appartient à
l'ensemble flou « maximale » avec un degré
d'appartenance $f_C(z)$
(f_C est la fonction d'appartenance de C).

La logique floue

Règle floue

■ **Règles floues** : sont des règles de décision formulées en utilisant **des variables linguistiques** et des fonctions d'appartenance floues. Une règle floue est généralement exprimée sous la forme : SI [condition] ALORS [action].

SI la température *est froide* **ET** le taux d'humidité *est faible*
ALORS la puissance de chauffage *est maximale*



Comme pour les règles classiques, les règles floues peuvent **utiliser des opérateurs logiques** :
conjonctions (ET), disjonctions (OU), Négation (Non).

La logique floue

Nous avons enfin atteint **notre objectif** ...



Base de règles (logique classique - binaire)	Base de faits
R1: SI la température < 20 degrés Celsius ET le taux d'humidité < 30% ALORS augmenter la puissance du chauffage.	Température = 11°C Taux d'humidité = 28%



Base de règles (logique floue - incertaine)	Base de faits
R1: SI la température est froide ET le taux d'humidité est faible ALORS la puissance de chauffage est maximale	Température = 11°C Taux d'humidité = 28%

La logique floue



**Comment faire l'inférence *si les valeurs de vérités ne
sont pas clairement 0 ou 1 ?***

Vous voyez le genre de problèmes auxquels nous
allons faire face ...

Concepts fondamentaux: **5. L'inférence floue**

La logique floue

Inférence floue

Dans un raisonnement classique ...

La logique floue

Inférence floue

Base de règles (logique classique - binaire)	Base de faits
R1: SI la température > 30 degrés Celsius ET le taux d'humidité > 70% ALORS il fait chaud.	Température = 32°C Taux d'humidité = 75%

R1, est-elle applicable ? / Tous les faits de R1 sont-ils dans la base des faits ?



Par ce que



f1: Est-ce que 32°C > 30 ? => (Vrai/1)

f2: Est-ce que 75% > 70% ? => (Vrai/1)

La logique floue

Inférence floue

Ce raisonnement est basé sur **la logique**

classique (binaire 0 ou 1) ...

La logique floue

Inférence floue

- Le modus Ponens (raisonnement direct) : SI (**P est vrai** et **$P \rightarrow Q$**) alors **Q est vrai**
- Le modus Tollens (raisonnement indirect) : SI (**Q est faux** et **$P \rightarrow Q$**) alors **P est faux.**

La conjonction : **$P \wedge Q$ (P et Q)**

La disjonction : **$P \vee Q$ (P ou Q)**

La négation: **$\neg P$**

P	$\neg P$
0	1
1	0

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

La logique floue

Inférence floue

Comment faire si **les valeurs de vérités sont incertaines (logique floue) ?**

La logique floue

Inférence floue

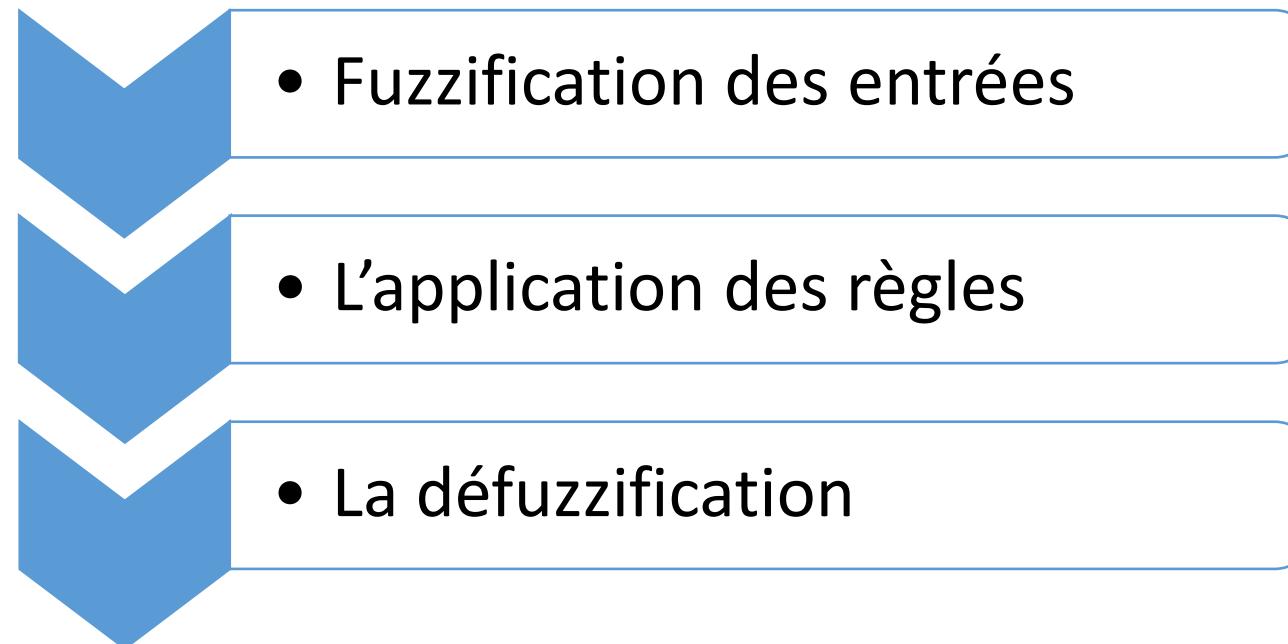
Plusieurs méthodes d'inférence ont été proposées. Les plus utilisées sont : MAX-MIN (inférence de Mamdani), Max-Produit (inférence de Larsen) et Somme-Produit. La méthode la plus utilisée est celle de **Mamdani**.

L'inférence de Mamdani consiste à : utiliser (le **MIN** pour la conjonction et l'implication) et (le **MAX** pour la disjonction).

La logique floue

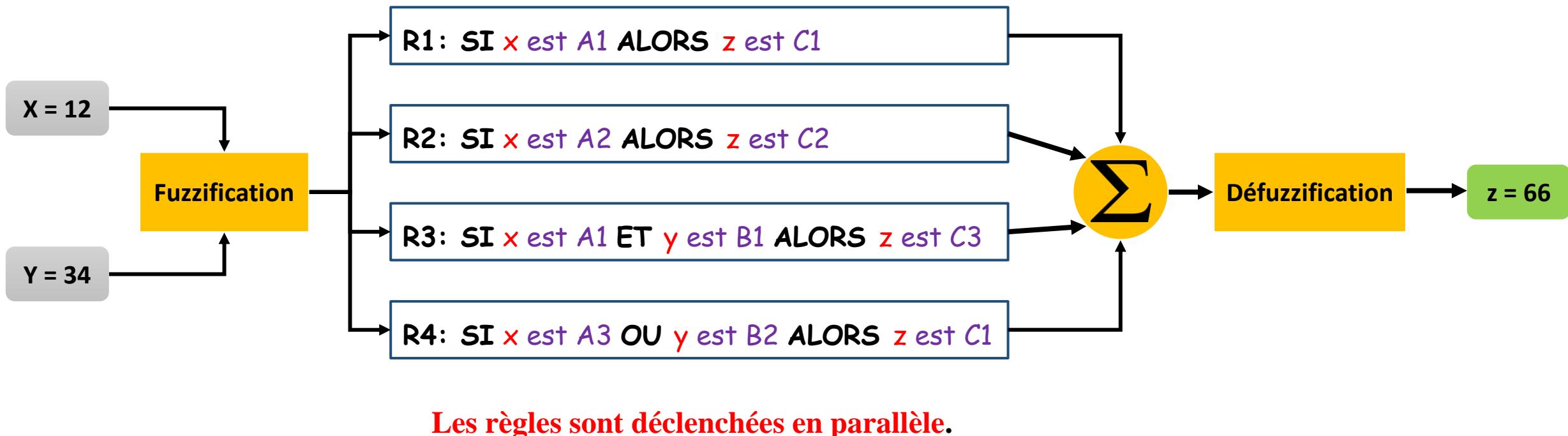
Inférence floue

■ **L'inférence floue** est le processus d'application des règles floues pour obtenir une conclusion à partir de données d'entrée incertaines ou imprécises. L'inférence floue se déroule généralement **en 3 étapes** : la fuzzification, l'application des règles et la défuzzification (le mécanisme d'inférence détaillé dans la suite est **de type Mamdani**).



La logique floue

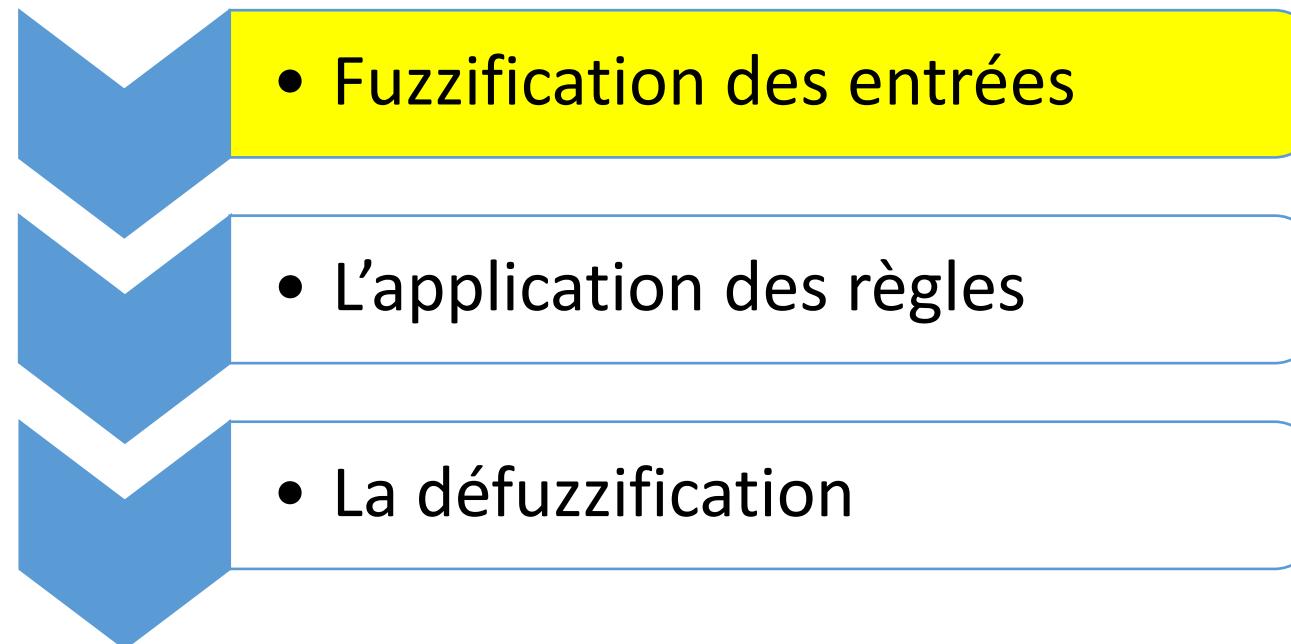
Inférence floue



La logique floue

Inférence floue

■ **L'inférence floue** est le processus d'application des règles floues pour obtenir une conclusion à partir de données d'entrée incertaines ou imprécises. L'inférence floue se déroule généralement en **3 étapes** : la fuzzification, l'application des règles et la défuzzification (le mécanisme d'inférence détaillé dans la suite est **de type Mamdani**).



La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits
R1: SI la température est froide ALORS la puissance de chauffage est maximale	Température = 19 degrés Celsius

La valeur précise « 19 °C » ne peut pas être directement manipulée par notre règle floue **R1**.

La logique floue

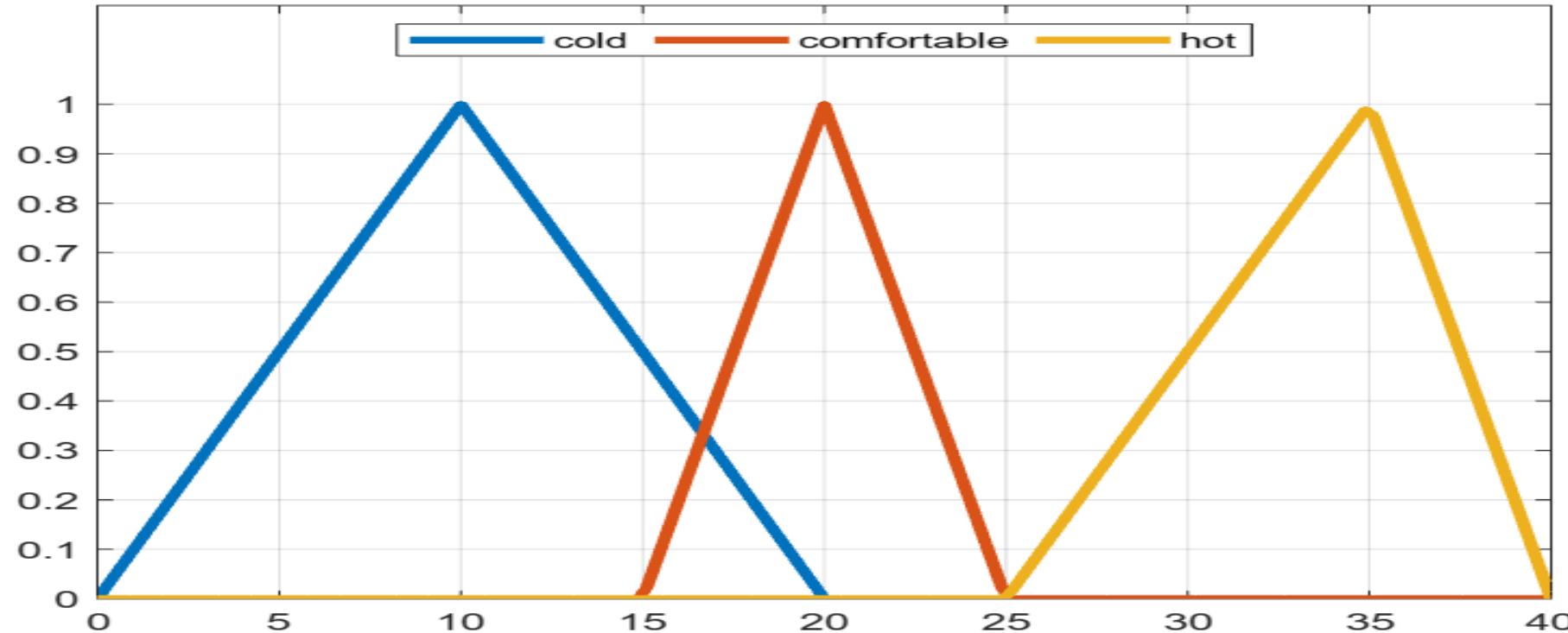
Inférence floue

- La **fuzzification** est l'étape qui consiste à transformer les données d'entrée (souvent des **valeurs numériques précises**) en degrés d'appartenance à **des valeurs linguistiques floues** (ensembles flous). Ces valeurs peuvent être ensuite manipulées par les règles floues.

- Les informations nécessaires pour faire la **fuzzification** :
 - **Univers de discours** : ensemble des températures entre **[0, 50]** degrés Celsius.
 - **Valeurs linguistiques de la variable « température »** : « **froide** », « **confortable** », « **chaude** », etc
 - **Fonctions d'appartenances** : **fA(x)** pour « froide », **fB(x)** pour « confortable », **fC(x)** pour « chaude ». etc.

La logique floue

Inférence floue

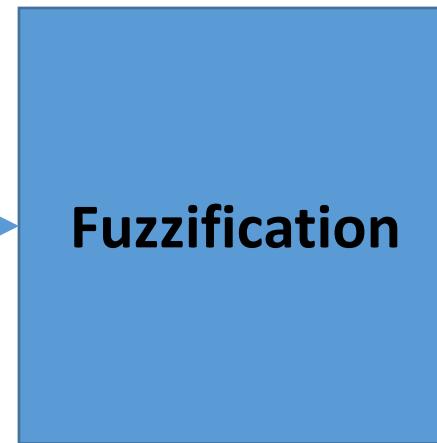


La fuzzification consiste à traduire la valeur précise « 19° C » en des valeurs linguistiques floues
« froide », « confortable », ...

La logique floue

Inférence floue

La température est **19°C**
X = 19°C



La température est froide à un degré de 20 %
 $fA(x) = 0,2$

La température est confortable à un degré de 80 %
 $fB(x) = 0,8$

La fuzzification consiste à traduire la valeur précise « **19° C** » en des valeurs linguistiques floues « froide », « confortable », ...

La logique floue

Inférence floue

La base de faits devient alors ...

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température est froide ALORS la puissance de chauffage est maximale	La température est froide à 0,2 La température est confortable à 0,8

↑

Des faits flous ayant des degrés
d'appartenance

La logique floue

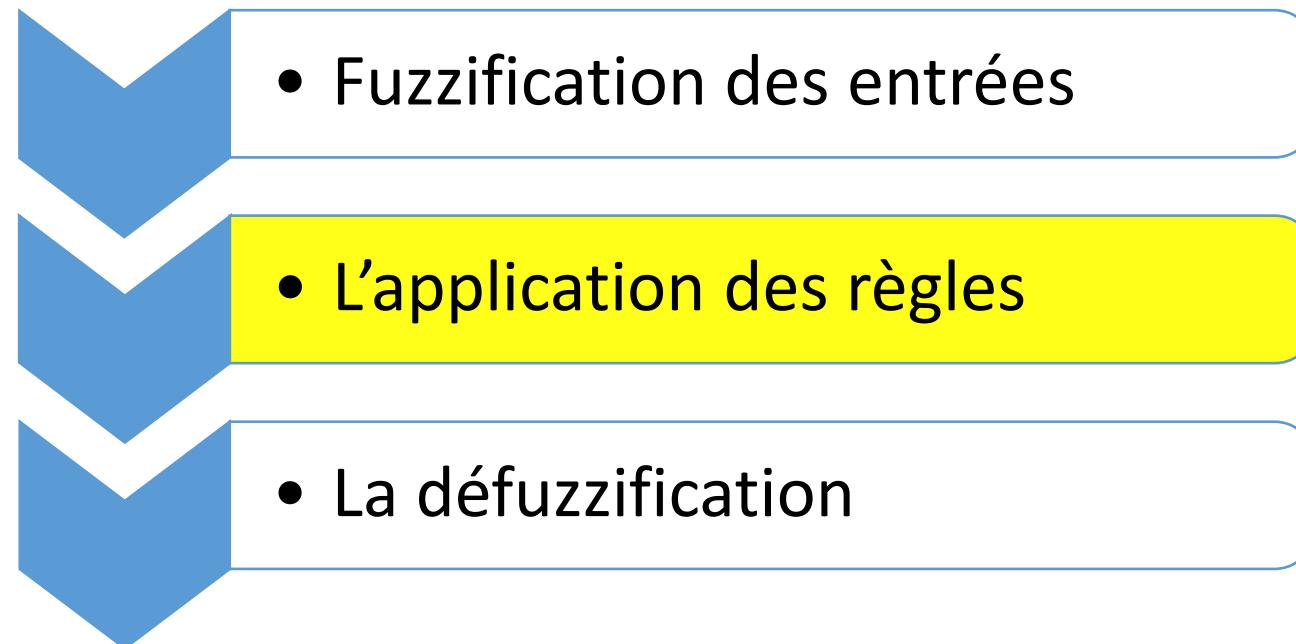
Inférence floue

On cherche maintenant à savoir quel sera le résultat de l'activation d'une règle.

La logique floue

Inférence floue

■ **L'inférence floue** est le processus d'application des règles floues pour obtenir une conclusion à partir de données d'entrée incertaines ou imprécises. L'inférence floue se déroule généralement en 3 étapes : la fuzzification, l'application des règles et la défuzzification (le mécanisme d'inférence détaillé dans la suite est **de type Mamdani**).



La logique floue

Inférence floue

- Application de la règle :** est l'étape qui consiste à évaluer et activer les règles pour **obtenir un ensemble flou de sortie (réponse floue)**. Dans un système expert flou, **les règles sont déclenchées en parallèle**.

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI x est A ALORS z est C	x est A à fA(x)

Evaluation des prémisses : les conditions des règles floues de la base de règles sont examinées pour calculer **la force d'activation de chaque règle** (à quel point la règle est vraie pour les données d'entrée).

Le niveau d'appartenance de la conclusion z $fC(z)$ (à quel point la conclusion est vraie) est déterminé à partir **de la force d'activation de la règle**.

La logique floue

Inférence floue

Les règles floues sont déclenchées différemment des règles classiques : une règle floue **est activée si sa force d'activation est strictement positive.**

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits
R1: SI la température (x) est froide (A) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C)	La température est froide à 0,2 La température est confortable à 0,8

$$\text{Force_d'activation(R1)} = f_A(x) = 0,2$$

La condition de la règle R1 est **partiellement satisfaite** par les faits disponibles (avec un degré de 0,2)

$$\text{Force_d'activation(R1)} > 0$$

Réponse floue : la puissance de chauffage est maximale à 0,2

La logique floue

Inférence floue

Comment mesurer **la force d'activation**
d'une règle floue avec une **condition
composée** ?

La logique floue

Inférence floue

Il faut redéfinir les opérateurs de la logique classique afin de les adapter aux fonctions d'appartenance de la logique floue
(Opérateurs flous de Lotfi A. Zadeh)

La logique floue

Inférence floue

La conjonction floue (ET)

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits
<p>R1: SI la température (x) est froide (A) ET taux d'humidité (y) est faible (B) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C)</p>	<p>La température est froide à 0,2 Le taux d'humidité est faible à 0,8</p>

$$\text{Force_d'activation(R1)} = \min(f_A(x); f_B(y)) = \min(0,2; 0,8) = 0,2$$

La condition de la règle R1 est **partiellement satisfaite** par les faits disponibles (avec un degré de **0,2**)

$$\text{Force_d'activation(R1)} > 0$$

Réponse floue : la puissance de chauffage est maximale à 0,2

La logique floue

Inférence floue

La disjonction floue (OU)

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits
<p>R1: SI la température (x) est froide (A) OU taux d'humidité (y) est faible (B) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C)</p>	<p>La température est froide à 0,2 Le taux d'humidité est faible à 0,8</p>

$$\text{Force_d'activation(R1)} = \max(f_A(x); f_B(y)) = \max(0,2; 0,8) = 0,8$$

La condition de la règle R1 est **partiellement satisfaite** par les faits disponibles (avec un degré de **0,8**)

$$\text{Force_d'activation(R1)} > 0$$

Réponse floue : la puissance de chauffage est maximale à 0,8

La logique floue

Inférence floue

La négation floue (Non)

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits
R1: SI la température (x) est NON confortable (A) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C)	La température est confortable à 0,8

$$\text{Force_d'activation(R1)} = 1 - f_A(x) = 1 - 0,8 = 0,2$$

La condition de la règle R1 est **partiellement satisfaite** par les faits disponibles (avec un degré de **0,2**)

$$\text{Force_d'activation(R1)} > 0$$

Réponse floue : la puissance de chauffage est maximale à 0,2

La logique floue

Inférence floue

Rien de tel qu'un exemple complet pour
tout rendre claire

La logique floue

Inférence floue

Un système expert de contrôle de température

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température (x) est froide (A1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	La température est froide (A1) à 0,2 .
R2: SI la température (x) est confortable (A2) ALORS la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2)	La température est confortable (A2) à 0,8 .
R3: SI la température (x) est chaude (A3) ALORS la puissance de chauffage (z) est minimale (C3)	La température est chaude (A3) à 0 .
R4: SI la température (x) est froide (A1) ET taux d'humidité (y) est faible (B1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	Le taux d'humidité est faible (B1) à 0,3 . Le taux d'humidité est modéré (B2) à 0,4 . Le taux d'humidité est élevé (B3) à 0,1 .

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température (x) est froide (A1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	La température est froide (A1) à 0,2.
R2: SI la température (x) est confortable (A2) ALORS la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2)	La température est confortable (A2) à 0,8.
R3: SI la température (x) est chaude (A3) ALORS la puissance de chauffage (z) est minimale (C3)	La température est chaude (A3) à 0.
R4: SI la température (x) est froide (A1) ET taux d'humidité (y) est faible (B1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	Le taux d'humidité est faible (B1) à 0,3. Le taux d'humidité est modéré (B2) à 0,4. Le taux d'humidité est élevé (B3) à 0,1.

Force_d'activation(R1) = fA1(x) = 0,2 > 0



Réponse floue R1 : la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température (x) est froide (A1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	La température est froide (A1) à 0,2.
R2: SI la température (x) est confortable (A2) ALORS la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2)	La température est confortable (A2) à 0,8.
R3: SI la température (x) est chaude (A3) ALORS la puissance de chauffage (z) est minimale (C3)	La température est chaude (A3) à 0.
R4: SI la température (x) est froide (A1) ET taux d'humidité (y) est faible (B1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	Le taux d'humidité est faible (B1) à 0,3. Le taux d'humidité est modéré (B2) à 0,4. Le taux d'humidité est élevé (B3) à 0,1.

Force_d'activation(R2) = fA2(x) = 0,8 > 0



Réponse floue R2 : la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8

La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température (x) est froide (A1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	La température est froide (A1) à 0,2.
R2: SI la température (x) est confortable (A2) ALORS la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2)	La température est confortable (A2) à 0,8.
R3: SI la température (x) est chaude (A3) ALORS la puissance de chauffage (z) est minimale (C3)	La température est chaude (A3) à 0.
R4: SI la température (x) est froide (A1) ET taux d'humidité (y) est faible (B1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	Le taux d'humidité est faible (B1) à 0,3. Le taux d'humidité est modéré (B2) à 0,4. Le taux d'humidité est élevé (B3) à 0,1.

Force_d'activation(R3) = fA3(x) = 0 <= 0



La logique floue

Inférence floue

Base de règles	Base de faits (Fuzzifiée)
R1: SI la température (x) est froide (A1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	La température est froide (A1) à 0,2.
R2: SI la température (x) est confortable (A2) ALORS la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2)	La température est confortable (A2) à 0,8.
R3: SI la température (x) est chaude (A3) ALORS la puissance de chauffage (z) est minimale (C3)	La température est chaude (A3) à 0.
R4: SI la température (x) est froide (A1) ET taux d'humidité (y) est faible (B1) ALORS la puissance de chauffage (z) est maximale (C1)	Le taux d'humidité est faible (B1) à 0,1. Le taux d'humidité est modéré (B2) à 0,4. Le taux d'humidité est élevé (B3) à 0,3.

Force_d'activation(R4) = min(fA1(x); fB1(y)) = min(0,2; 0,1) = 0,1 > 0



Réponse floue R4 : la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,1

La logique floue

Inférence floue

On combine toutes les sorties floues
obtenues

La logique floue

Inférence floue

Réponse floue R1 : la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2

Réponse floue R2 : la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8

Réponse floue R4 : la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,1



Ensemble de sortie = { z est C1 à 0,2 ; z est C2 à 0,8 ; z est C1 à 0,1 }

Mais il y a plusieurs conclusions floues pour une **même valeur linguistique** de sortie (**C1 = maximale**) !

La logique floue

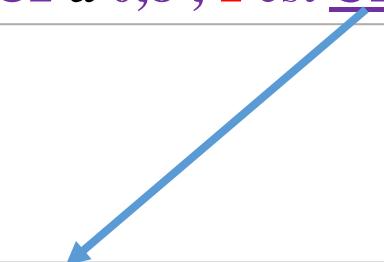
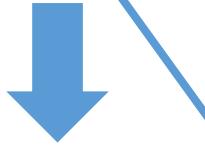
Inférence floue

On va prendre **la valeur maximale pour chaque** valeur linguistique :
on considère que les deux sorties sont liées par une **disjonction floue (OU/Max)**

La logique floue

Inférence floue

Ensemble de sortie = { z est C1 à 0,2 ; z est C2 à 0,8 ; z est C1 à 0,1 }



Ensemble de sortie = { z est C1 à Max (0,2 ; 0,1) ; z est C2 à 0,8 ; }



Ensemble de sortie final = { z est C1 à 0,2 ; z est C2 à 0,8 }

ESF = { la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.

La logique floue

Inférence floue

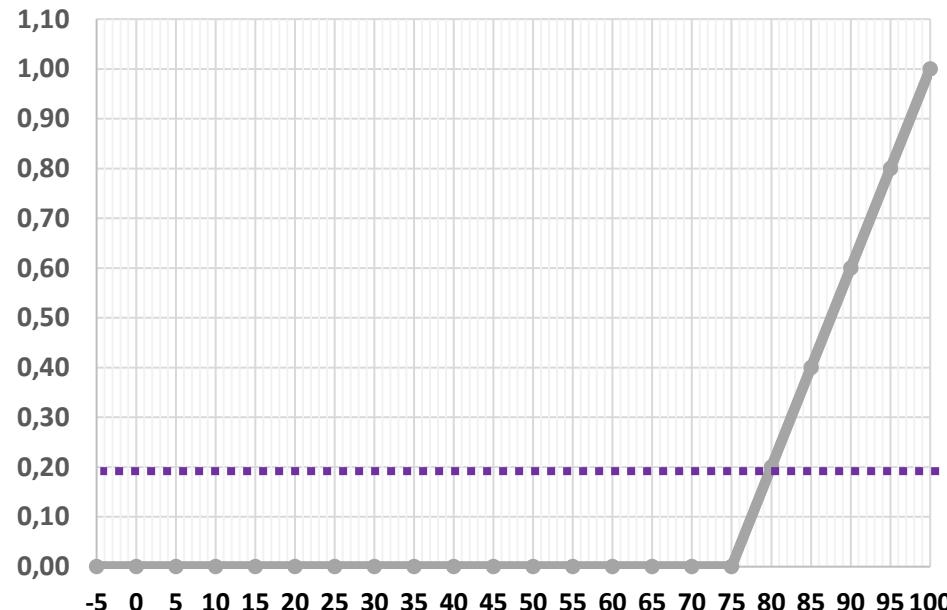
Comment représenter graphiquement cet ensemble de sortie ?

La logique floue

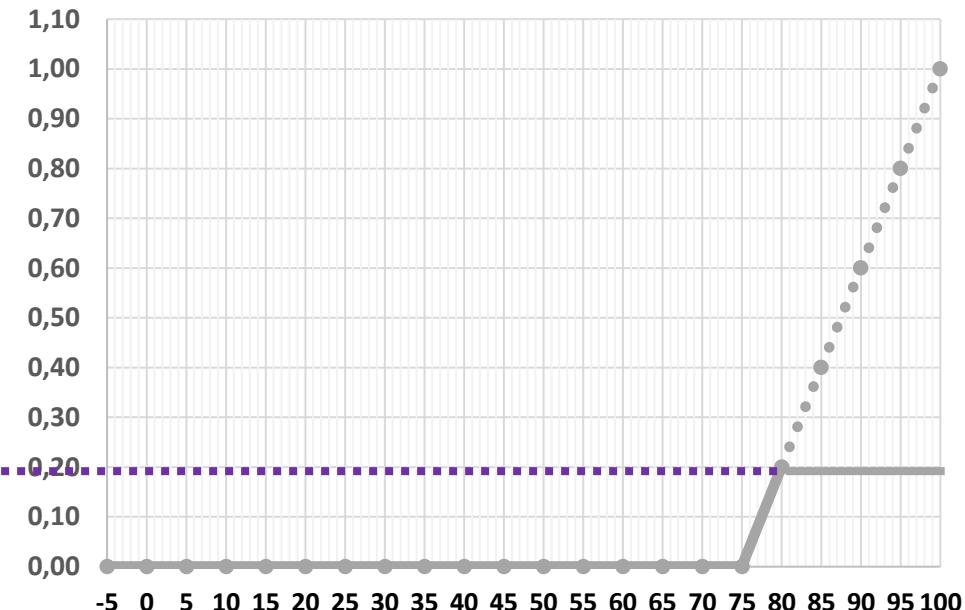
Inférence floue

**ESF = {la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.**

la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2



Fonction d'appartenance de fC1 (entrée)



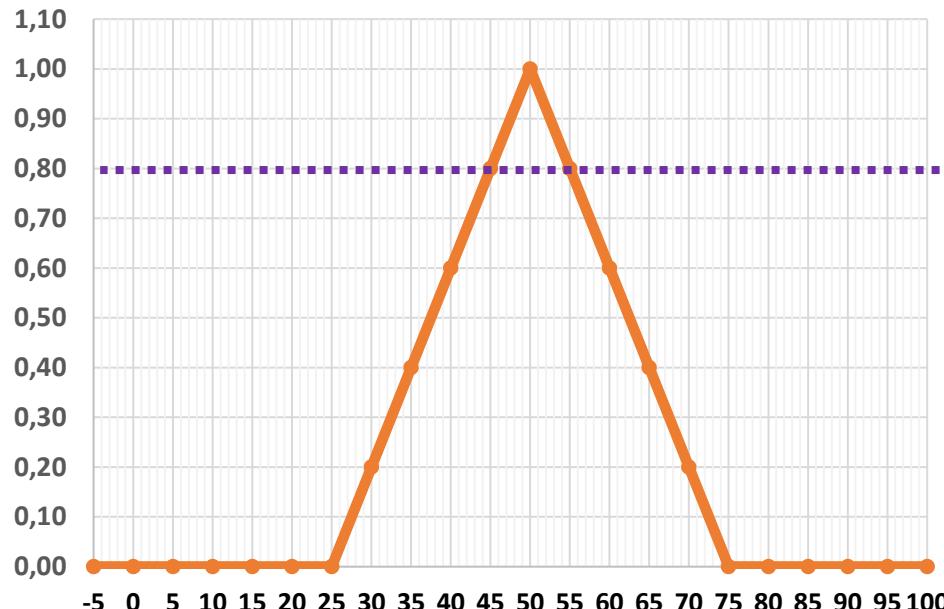
Fonction d'appartenance de fC1 (sortie)

La logique floue

Inférence floue

**ESF = {la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.**

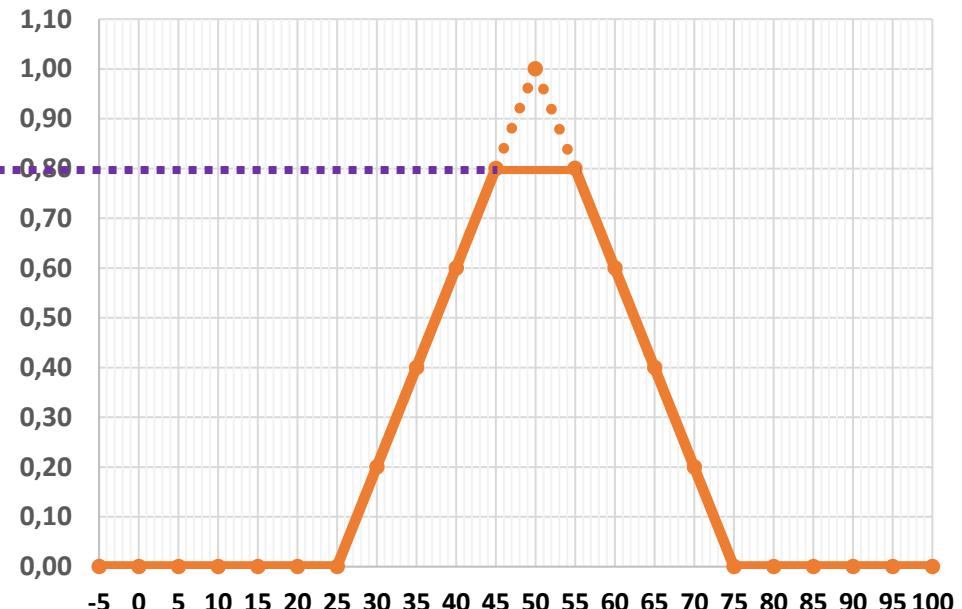
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8



Fonction d'appartenance de f_{C2} (entrée)



Min



Fonction d'appartenance de f_{C2} (sortie)

La logique floue

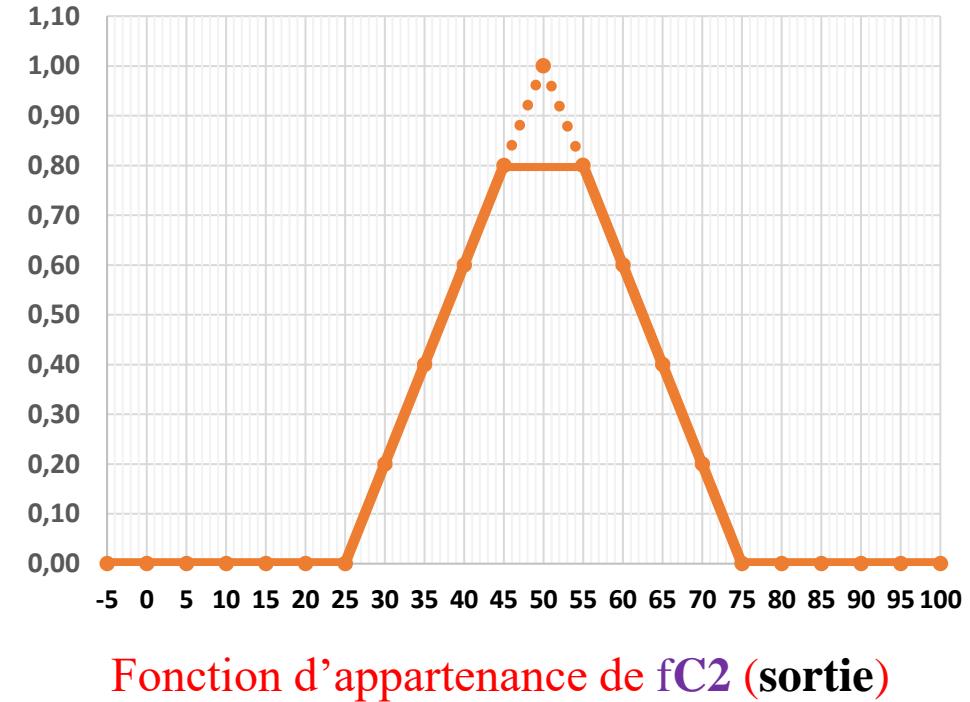
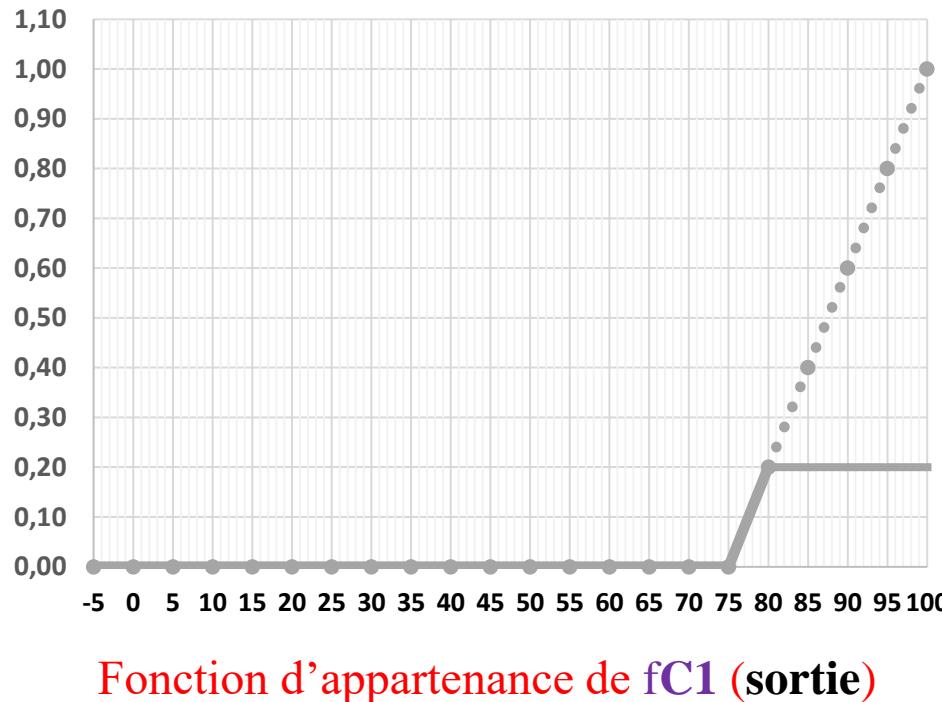
Inférence floue

L'ensemble de sortie flou devient ...

La logique floue

Inférence floue

ESF = {la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.



La logique floue

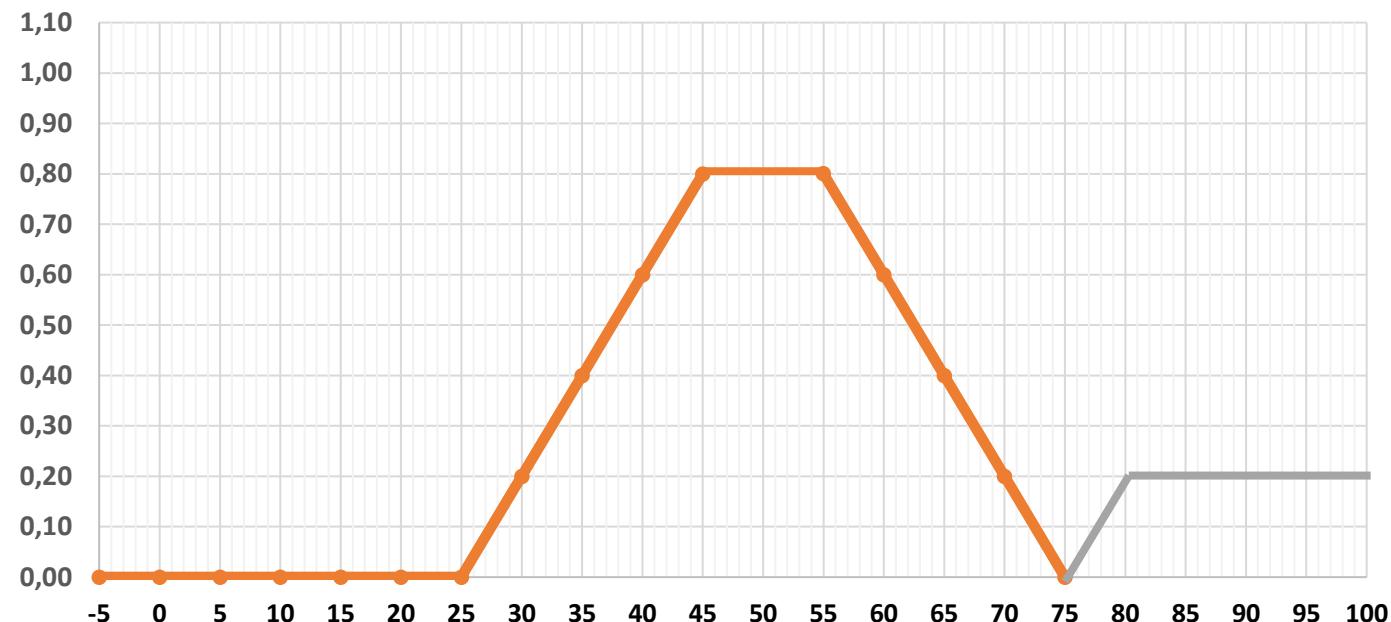
Inférence floue

Il faut donc agréger les résultats de ces sorties
pour obtenir un résultat final ...

La logique floue

Inférence floue

ESF = { la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.



Fonction d'appartenance résultante f_C

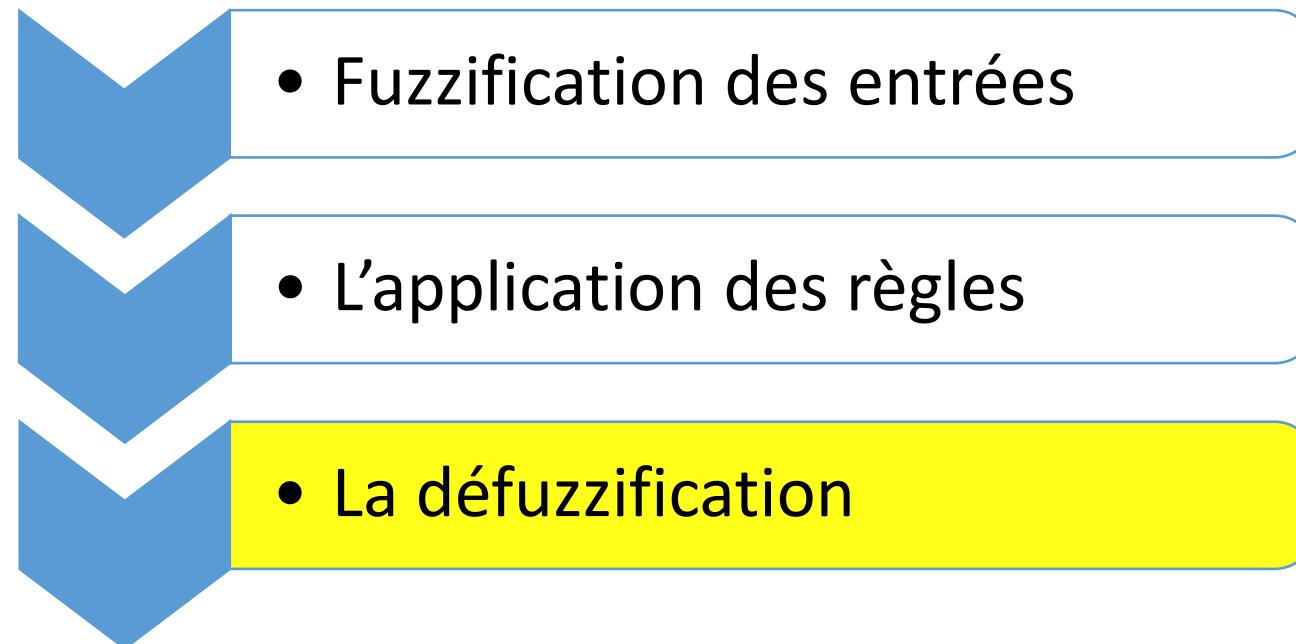
La logique floue

Inférence floue

Comment transformer cette réponse floue en une
décision concrète (**une valeur numérique**) ?

Inférence floue

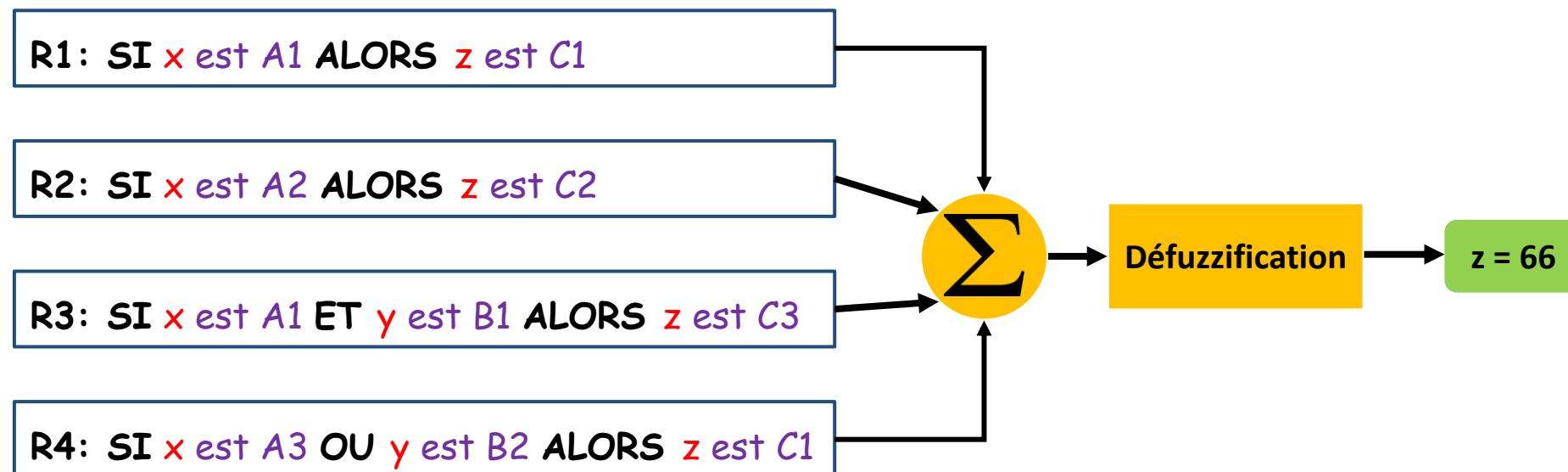
■ **L'inférence floue** est le processus d'application des règles floues pour obtenir une conclusion à partir de données d'entrée incertaines ou imprécises. L'inférence floue se déroule généralement en 3 étapes : la fuzzification, l'application des règles et la défuzzification (le mécanisme d'inférence détaillé dans la suite est **de type Mamdani**).



La logique floue

Inférence floue

■ **Défuzzification:** est la dernière étape de l'inférence floue. Elle consiste à transformer l'ensemble flou de sortie en une valeur numérique (**une valeur précise**) qui représente la décision à prendre. Il existe plusieurs méthodes de défuzzification, dont la méthode **du centre de gravité (centroid)** est la plus utilisée.



La logique floue

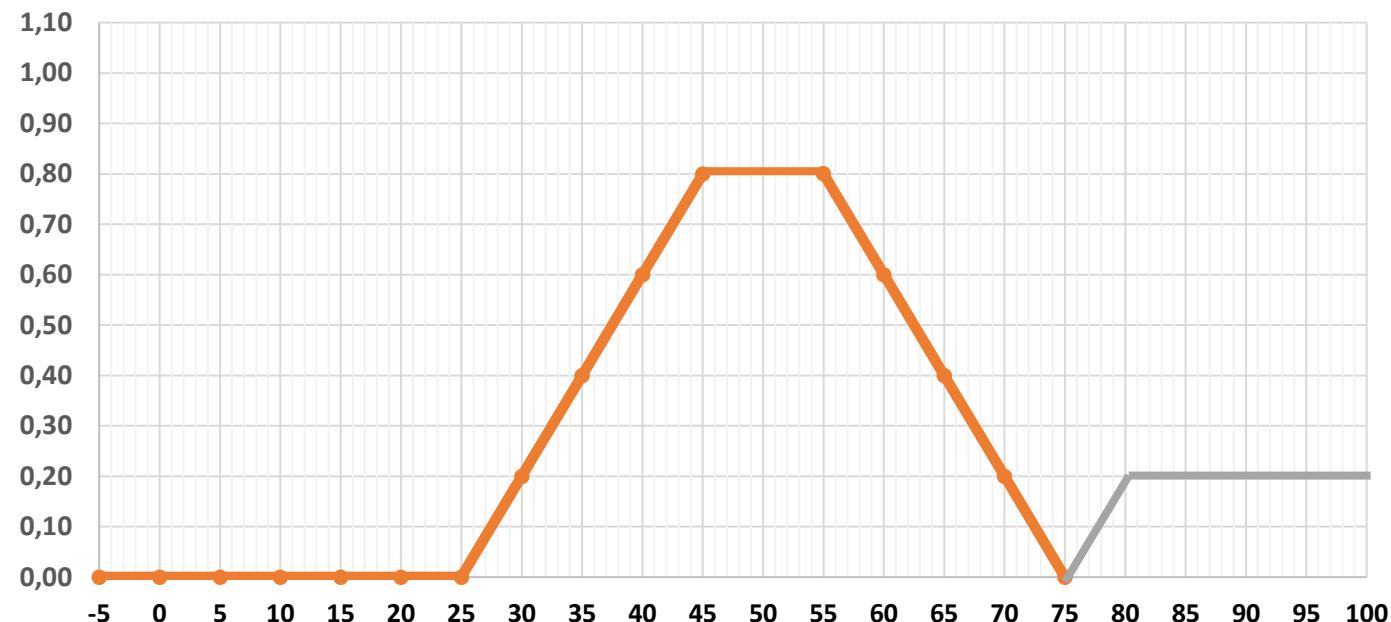
Inférence floue

Pour faire **la défuzzification** nous avons besoin
de la fonction d'appartenance de sorite $f_C \dots$

La logique floue

Inférence floue

ESF = { la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.



Fonction d'appartenance résultante f_C

La logique floue

Inférence floue

- Le centre de gravité (COG) est défini comme étant la moyenne pondérée des valeurs de la variable de sortie (z). La formule mathématique pour calculer le centre de gravité est la suivante :

$$\text{COG} = \frac{\sum(z_i * fC_i(z))}{\sum fC_i(z_i)}$$

- COG : centre de gravité (exemple COG = 77,6% => la puissance de chauffage optimale est 77,6%).
- z_i : la valeur numérique de la variable z (par exemple, la puissance de chauffage = 60%).
- $fC_i(z_i)$: le degré d'appartenance flou de la valeur z_i (par exemple, $fC_i(60\%) = 0,8$);

La logique floue

Inférence floue

**ESF = { la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.**

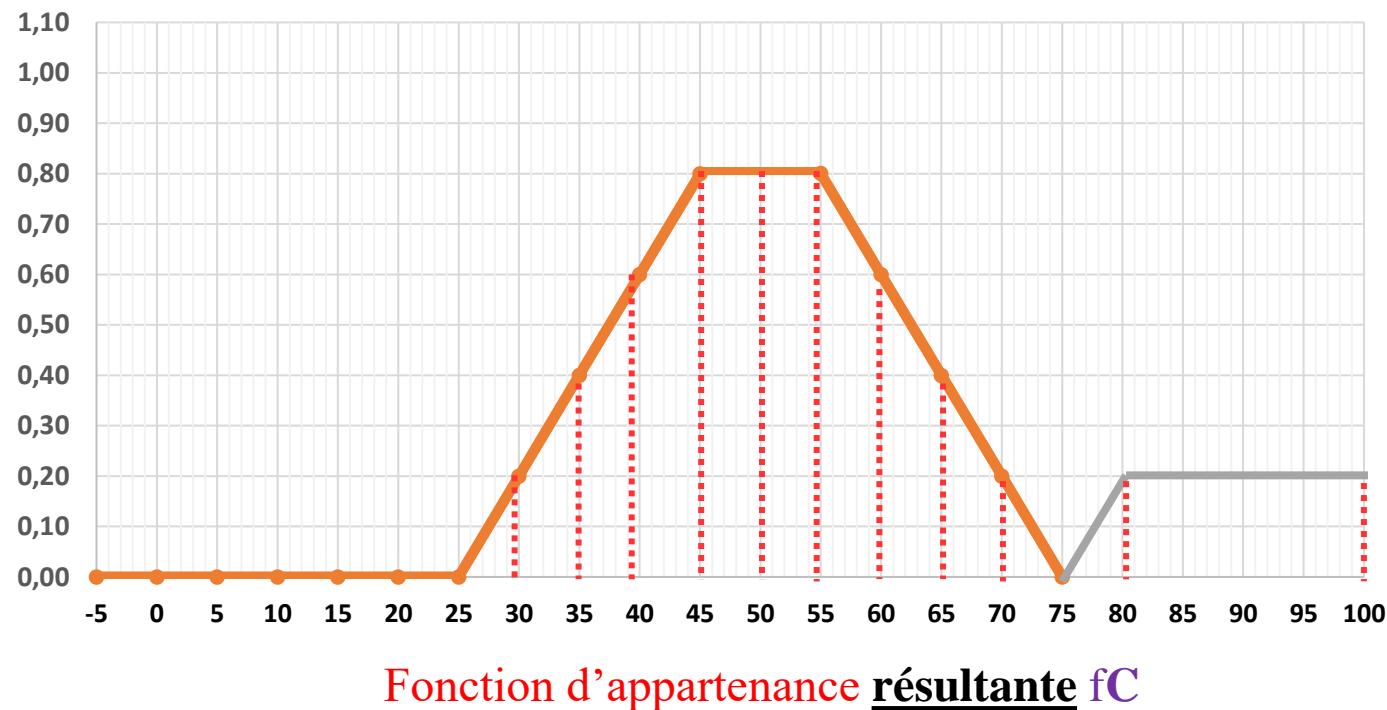
$$\text{COG} = \frac{\sum(z_i * fC_i(z))}{\sum fC_i(z)}$$

$$\text{COG} =$$

$$\frac{(30 * 0,2) + \dots + (55 * 0,8) + \dots + (80 * 0,2) + (100 * 0,2)}{0,2 + \dots + 0,8 + \dots + 0,2 + 0,2}$$

$$\text{COG} = 58$$

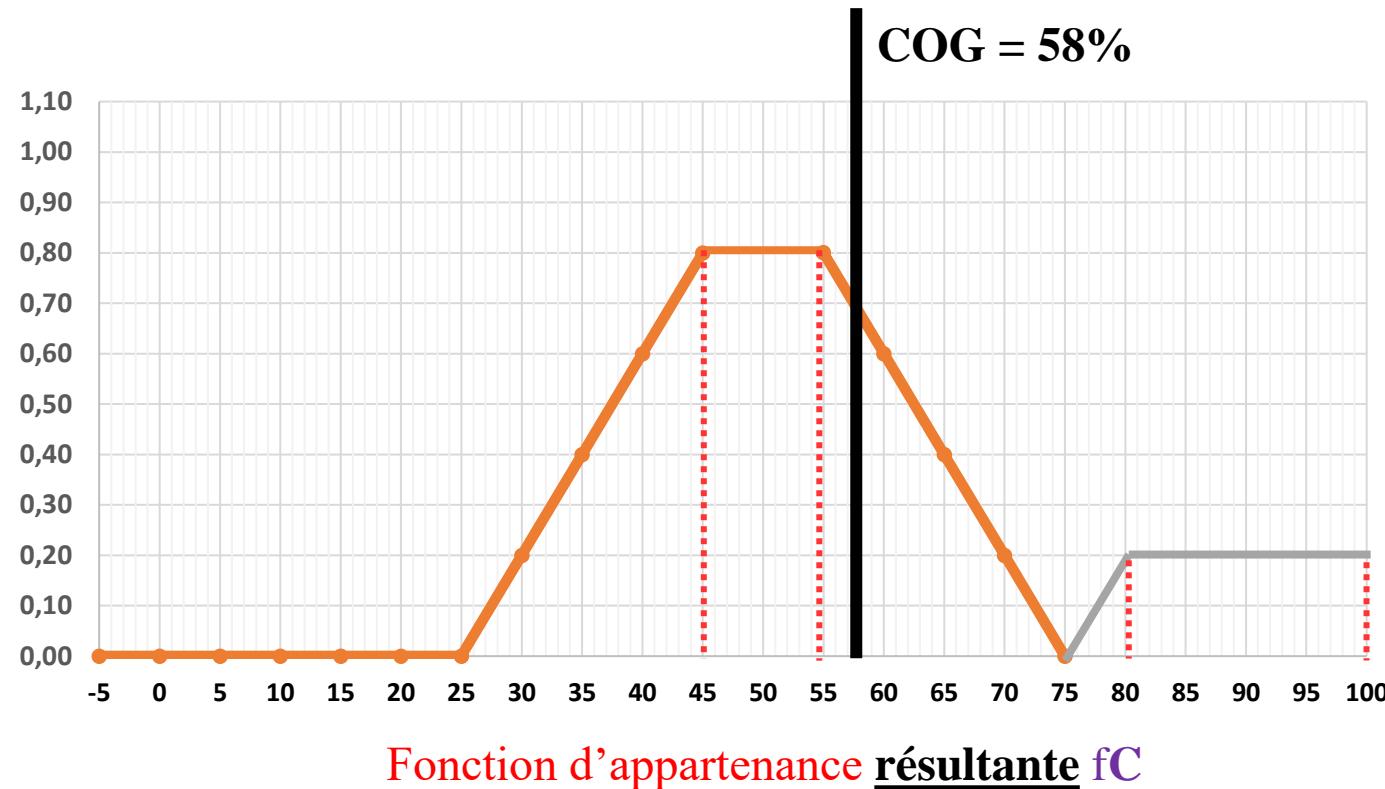
La puissance de chauffage optimale est : **58%**



La logique floue

Inférence floue

ESF = { la puissance de chauffage (z) est maximale (C1) à 0,2 ;
la puissance de chauffage (z) est moyenne (C2) à 0,8 }.



La logique floue

La logique floue permet de modéliser des systèmes complexes avec des connaissances limitées ou imprécises et de prendre des décisions en présence d'incertitude. En quoi elle se distingue des facteurs de certitudes ?

La logique floue

Logique floue VS Facteurs de certitude

- ⊕ Les facteurs de certitude modélise l'incertitude est modélisée par des valeurs numériques (CF) qui mesurent la force de la croyance de l'expert dans un fait ou une conclusion/règle donnée
- ⊕ La logique floue modélise l'incertitude à l'aide d'ensembles flous, qui permettent de travailler directement avec des concepts flous tels que « chaud », « froid », « confortable », sans avoir besoin de les quantifier numériquement.
- ⊕ Les facteurs de certitude offrent une modélisation simple de l'incertitude fondée sur la logique booléenne classique.
- ⊕ La logique floue étend la logique booléenne classique par des mécanismes plus élaborés qui permettent de raisonner avec incertitude.

La logique floue

Logique floue VS Facteurs de certitude



Pour résumer, la principale différence réside dans la manière dont ils modélisent l'incertitude.

On peut dire aussi que la logique floue propose une alternative plus expressive et flexible pour modéliser l'incertitude dans les systèmes experts.

La logique floue

Quelques ressources utiles pour pratiquer et approfondir vos compétences en matière de logique floue

<https://www.mathworks.com/help/fuzzy/working-from-the-command-line.html>

<https://www.mathworks.com/help/fuzzy/get-started-using-fuzzy-logic-designer.html>

<https://www.mathworks.com/help/fuzzy/defuzzification-methods.html>

<https://jfuzzylogic.sourceforge.net/html/manual.html>