
TD 3 - corrigé

Exercice 1

Dans un pays, une enquête en vue de la réduction du montant des allocations familiales, a été réalisée auprès d'une population de femmes de 40 ans. Cette enquête a donné les résultats suivants :

Nombre d'enfants (x_i)	Nombre de femmes (n_i)
0	10
1	20
2	20
3	30
4	20

Exercice 1

1. Caractériser la distribution.

population : 100 femmes de 40 ans ; unité statistique : une femme ; caractère : le nombre d'enfants (caractère quantitatif discret) ; modalités : au nombre de 5 (0,1,2,3,4).

Exercice 1

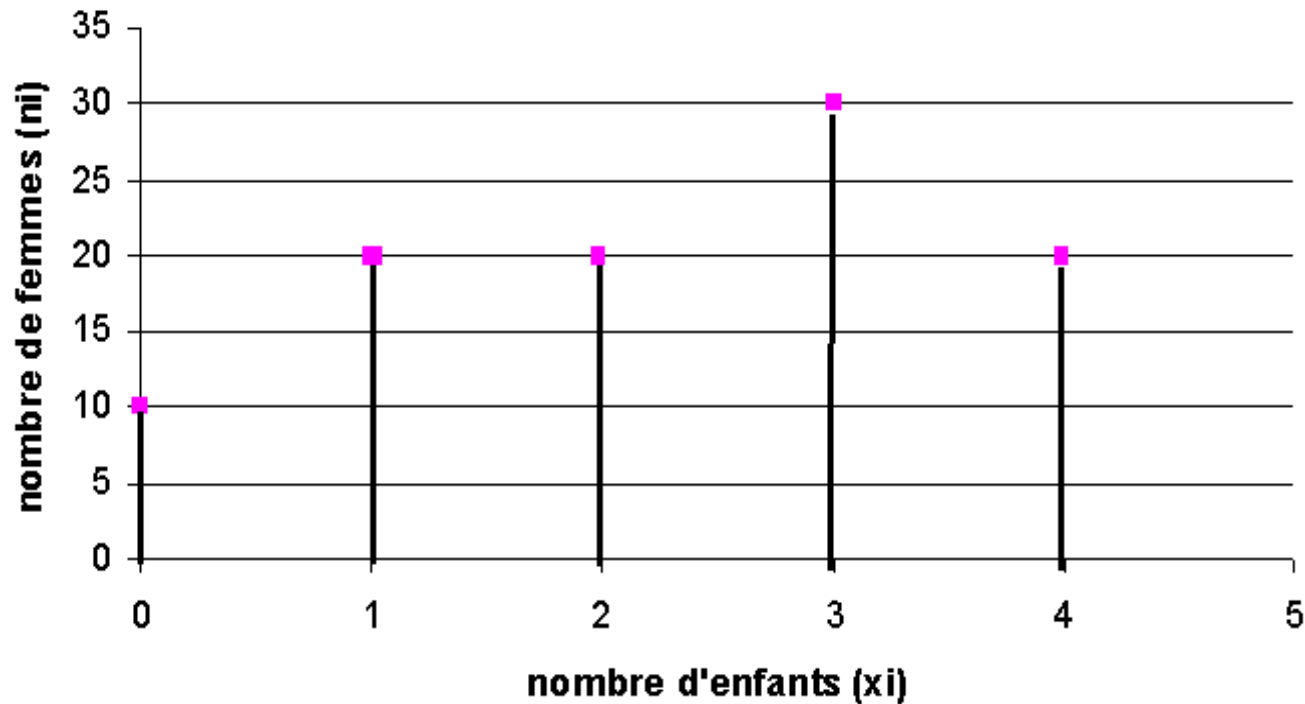
2. calculer les fréquences relatives (f_i).

La distribution statistique étant discrète, le diagramme différentiel est un diagramme en bâtons. Dans ce diagramme, on porte en abscisse les différentes modalités du caractère c'est à dire les différentes valeurs prises par la variable (0,1,2,3,4) ; en ordonnée seront indiqués soit les effectifs soit les fréquences relatives afférentes à chaque modalité

x_i (Nombre d'enfants)	n_i (effectif)	f_i (fréquence relative)
0	10	0,1
1	20	0,2
2	20	0,2
3	30	0,3
4	20	0,2
Total	100	1

Exercice 1

3. Tracer le diagramme différentiel (prendre les effectifs en ordonnée).



Exercice 2

On a mesuré la taille d'un groupe d'élèves en arrondissant les résultats à 5 cm:

Taille arrondie en [cm]	Nombre d'élèves
155	6
160	9
165	5
170	3
175	1

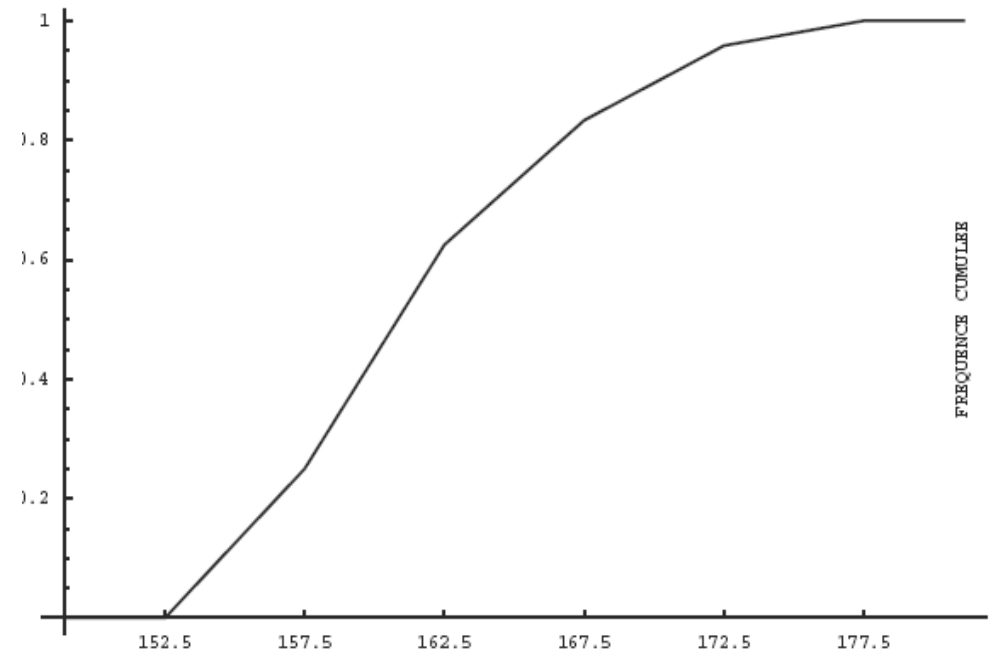
- Représentez graphiquement le diagramme des fréquences cumulées.
- Calculez la moyenne.
- Calculez la médiane.
- Calculez l'écart-type.

Exercice 2

a) Représentez graphiquement le diagramme des fréquences cumulées.

La variable statistique est continue.

Bornes des classes b_i	Effectifs cumulés N_i	Fréquence cumulée F_i
152.5	0	0
157.5	6	$\frac{1}{4}$
162.5	15	$\frac{5}{8}$
167.5	20	$\frac{5}{6}$
172.5	23	$\frac{23}{24}$
177.5	24	1



Exercice 2

b) Calculez la moyenne.

$$m = \frac{1}{24} (155 \times 6 + 160 \times 9 + 165 \times 5 + 170 \times 3 + 175) = \frac{485}{3} \approx 161.667$$

Exercice 2

c) Calculez la médiane.

$$\frac{\frac{15}{24} - \frac{6}{24}}{162.5 - 157.5} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{6}{24}}{M_e - 157.5}$$

$$\frac{15 - 6}{162.5 - 157.5} = \frac{12 - 6}{M_e - 157.5}$$

$$\frac{9}{5} = \frac{6}{M_e - 157.5}$$

$$M_e = 157.5 + 5 \frac{6}{9} \approx 160.833$$

Exercice 2

d) Calculez l'écart-type.

$$s = \sqrt{\left(\frac{1}{24} \left((155 - 161.667)^2 6 + (160 - 161.667)^2 9 + \right. \right. \\ \left. \left. (165 - 161.667)^2 5 + (170 - 161.667)^2 3 + (175 - 161.667)^2 1 \right) \right)} \approx 5.52771$$

Exercice 3

La prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la température, la pression, la pluviométrie etc... L'objectif du présent exercice est la recherche d'une corrélation entre deux paramètres à savoir la température (notée T et mesurée en degré Celsius) et la pluviométrie (notée P et mesurée en mm). Le tableau ci-dessous donne les moyennes par mois de ces deux paramètres.

Exercice 3

Mois	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août
Pluviométrie (mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Température (°C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

1. Identifier Population, individu, caractères et modalités
2. Calculer la moyenne et l'écart type de P et T
3. Calculer le coefficient de corrélation.

Exercice 3 - Solution

1. Identifier Population, individu, caractères et modalités

Population: Les 12 mois de l'année

Individu: Un mois parmi ces mois

Caractère: Il y a deux caractères : Pluviométrie (mesurée en mm et noté P) et la Température (mesurée en °C et noté T)

Modalités :

Pour le caractère Pluviométrie : Les modalités varient de 5 à 79 mm

Pour le caractère Température : Les modalités varient de 10 à 28°C

Exercice 3 - Solution

2. Calculer la moyenne et l'écart type de P et T
Les moyennes et écart types de P et T vont être directement calculés à partir de la série statistique

Individu	P (mm) (1)	T (°C) (2)	$(P_i - \bar{P})^2$ (3)	$(T_i - \bar{T})^2$ (4)
1	13	23	544,4444444	32,11111111
2	23	17	177,7777778	0,111111111
3	49	14	160,4444444	11,11111111
4	49	10	160,4444444	53,77777778
5	50	10	186,7777778	53,77777778
6	64	11	765,4444444	40,11111111
7	79	13	1820,444444	18,77777778
8	48	15	136,1111111	5,444444444
9	40	17	13,44444444	0,111111111
10	10	23	693,4444444	32,11111111
11	5	27	981,7777778	93,44444444
12	6	28	920,1111111	113,7777778
	$\bar{P} = 36,33$ mm	$\bar{T} = 17,33$ °C	546,7222222 (mm) ²	37,88888889 (°C) ²
			$\sigma_P = 23,38209191$ mm	$\sigma_T = 6,155395104$ °C

Exercice 3 - Solution

3. Calculer le coefficient de corrélation.

Individu	P (mm) (1)	T (°C) (2)	$(P_i - \bar{P})(T_i - \bar{T})$ (3)	$P_i T_i$ (4)
1	13	23	-132,22	299
2	23	17	4,44	391
3	49	14	-42,22	686
4	49	10	-92,89	490
5	50	10	-100,22	500
6	64	11	-175,22	704
7	79	13	-184,89	1027
8	48	15	-27,22	720
9	40	17	-1,22	680
10	10	23	-149,22	230
11	5	27	-302,89	135
12	6	28	-323,56	168
	$\bar{P} = 36,33$ mm	$\bar{T} = 17,33$ °C	$\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})(T_i - \bar{T}) = -1527,33$	$\sum_{i=1}^n P_i \cdot T_i = 60305$
			$\text{cov}(P, T) = -1527,33/12$ $\text{cov}(P, T) = -127,28$ mm.°C	$\text{cov}(P, T) = (1/12) * 60305 - 17,33 * 36,33$ $\text{cov}(P, T) = -127,28$ mm.°C

Exercice 3 - Solution

3. Calculer le coefficient de corrélation.

La covariance $\text{cov}(P, T)$ peut être calculée soit par

L'Equation
$$\text{cov}(P, T) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})(T_i - \bar{T})$$
 (Voir Colonne N°3 du tableau ci-dessus)

Ou bien par

L'Equation
$$\text{cov}(P, T) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \cdot T_i - \bar{T} \cdot \bar{P}$$
 (Voir Colonne N°4 du tableau ci-dessus)

$$T = \bar{T} - \frac{\text{cov}(P, T)}{\sigma_P^2} \bar{P} + \frac{\text{cov}(P, T)}{\sigma_P^2} P = 17.33 - \frac{(-127.28)}{546.73} 36.33 + \frac{(-127.28)}{546.73} P$$

Soit : $T = 25.78 - 0.23P$

En particulier lorsque pour $P = \bar{P} = 36.33$ mm on trouve $P=17.42^\circ\text{C}$ qui est très proche de 17.33°C