Serie de TD N°1

Exercice 1

Séparer les racines des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 2\tan x - x - 1$ avec $x\epsilon[-\pi, \pi]$ b. $f(x) = x + e^{-x}$ c. $f(x) = x^4 - 4x - 1$

Exercice 2

1. Démontrer que le nombre d'itération de la méthode de la Bissection est donné par la relation suivante : $n \geq \frac{\ln(\frac{L}{\varepsilon})}{\ln(2)}$. Avec : L : Longueur de l'intervalle de départ $[a, b]$. $(L = b - a)$ et ε : Précision de calcul de la racine rapprochée.

2. Soit la fonction $(x) = x^2e^x - 1$. Calculer le nombre d'itération puis calculer la racine reprochée par la méthode de Bissection dans l'intervalle [0,1] et $\varepsilon = 10^{-2}$.

Exercice 3

Soit la fonction $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6 = 0$.on veut calculer la racine de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle [3,4]

a. Vérifier les conditions de la méthode du point fixes pour toutes les fonctions $g(x)$.

1. $g_1(x) = \frac{1}{4}(x^2 + \frac{6}{x})$ 2. $g_2(x) = 6 - \frac{4}{x^2}$ 3. $g_3(x) = 4 - \frac{6}{x^2}$

b. Calculer le nombre d'itération nécessaire pour trouver la racine rapprochée avec $x_0 = 3$ et $\varepsilon = 10^{-3}$.

c. Calculer trois itérations.

Exercice 4

La méthode de newton pour résoudre une équation du type $f(x) = 0$ est donnée par l'algorithme suivant :

$$\begin{cases} x_0 \in [a, b] donnée \\ x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Donner une interprétation géométrique de cette méthode.

2. Vérifier les conditions d'applications de la méthode de newton pour la fonction

$$f(x) = x^3 - 0.165x^2 + 3.993 * 10^{-4}$$

3. Résoudre l'équation avec : $\varepsilon = 10^{-5}$ et $x_0 = 0.05$.

M.KEMIHA