

Chapitre I

I.1 - Introduction:

La théorie du signal intéresse tous les secteurs techniques et scientifiques dans lesquels l'information est perçue par l'intermédiaire d'observations expérimentales des grandeurs mesurables.

La météorologie fournit des capteurs qui traduisent pratiquement n'importe quel phénomène physique en une grandeur électrique facilement amplifiée, filtrée, conditionnée, codée ... etc. par des dispositifs électroniques appropriés. Les circuits de télécommunications acheminent le signal électrique ainsi créé vers son destinataire.

L'informatique grâce à son énorme puissance de calcul, permet d'effectuer des tâches complexes de manipulations et d'interprétation de l'information véhiculée par le signal.

I.2 - Définition d'un signal :

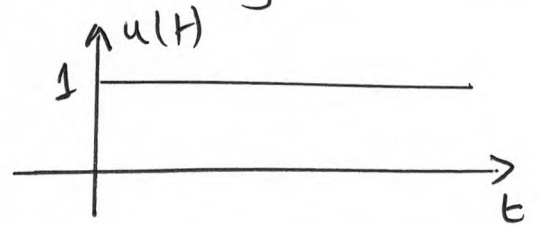
Dans le langage de l'électronicien, un signal est défini comme un phénomène électromagnétique qui constitue le support d'un message: Ex : tension modulée en amplitude. L'automaticien le définit comme tout phénomène variable dans le temps (pression, température ...). La notion générale considère un signal comme étant une représentation physique de l'information.

I.3. Notation usuelle des signaux types

3.1. Signal échelon unité

La fct $u(t)$ ou échelon unitaire est définie comme suit :

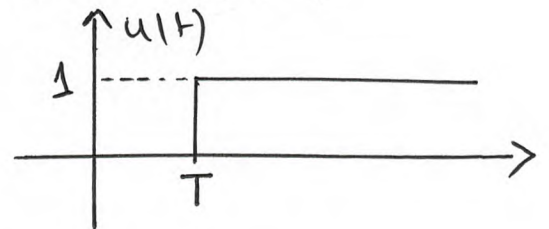
$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



à $t=0$ $u(t)$ n'est pas définie.

$u(t)$ retardée de T est définie comme suit :

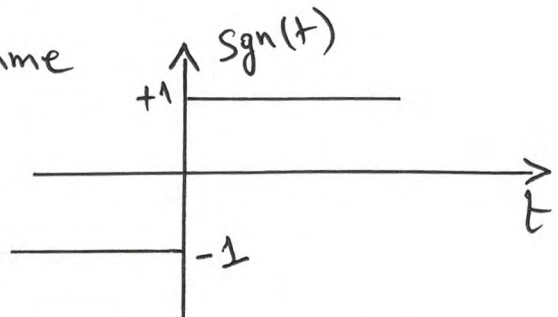
$$\begin{cases} u(t-T) = 0 & t < T \\ u(t-T) = 1 & t > T \end{cases}$$



3.2. Fonction signe $\text{sgn}(t)$

La fct $\text{sgn}(t)$ est définie comme

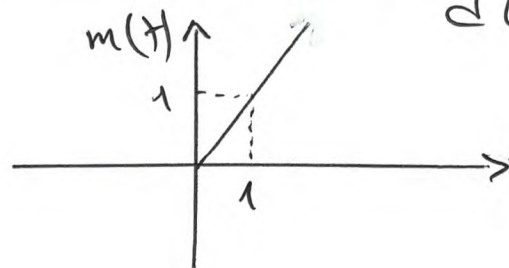
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ +1 & t > 0 \end{cases}$$



3.3. Fonction rampe :

La fct rampe est définie à partir de l'intégrale d'un échelon unité :

$$m(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau = t \Rightarrow u(t) = \frac{dm(t)}{dt}$$

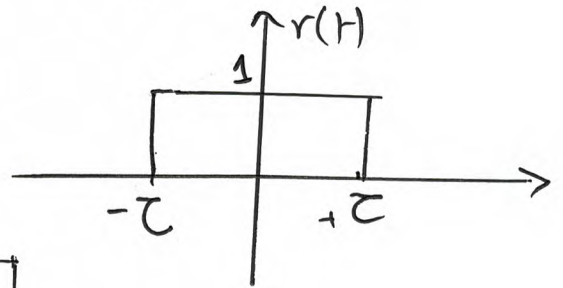
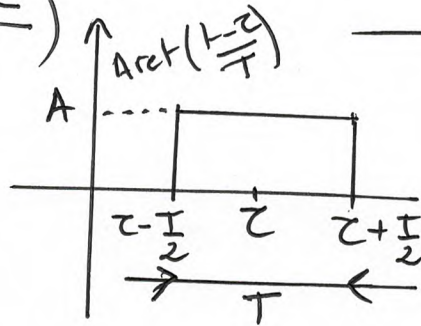


3-4. Fonction rectangulaire $\text{rect}(t)$:

La fct rectangulaire (fct porte) est définie comme :

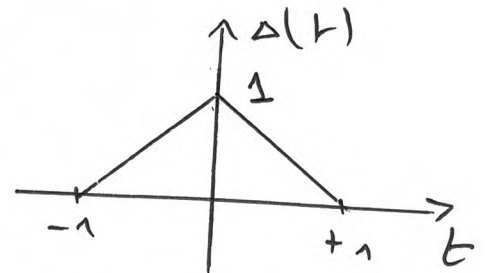
$$r(t) = [u(t+\tau) - u(t-\tau)]$$

$$r(t) = A \text{ rect}\left(\frac{t-\tau}{T}\right)$$

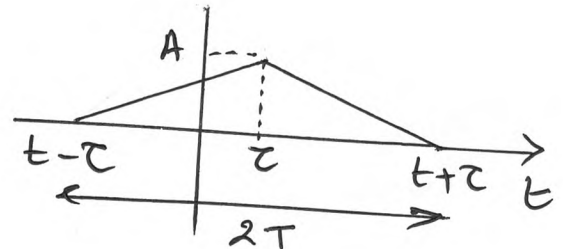


3-5. Fonction triangle

$$\Delta(t) = \begin{cases} 1 - |t| & |t| \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$



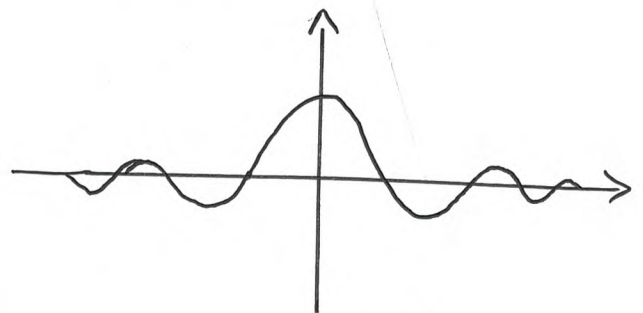
$$\Delta(t) = A \text{ tri}\left(\frac{t-\tau}{T}\right)$$



3-6. Fonction Sinus Cardinal :

elle est définie comme

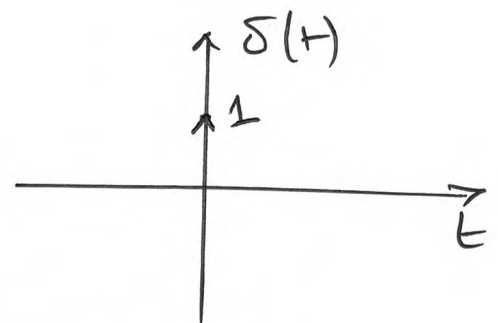
$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$



3-7. Fonction impulsion $\delta(t)$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{et } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$



4- Puissance et énergie d'un signal

On pourra considérer que tout transfert d'un message ou d'une information implique une transmission d'énergie.

On peut considérer 2 classes de signaux.

- Signaux à énergie finie.
- " " puissance moyenne finie non nulle

4-1- Signaux à énergie finie:

soit $x(t)$ un signal qq représenté par une fct réelle, l'énergie est obtenue sur tout l'axe réel:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$$

si $x(t)$ est une fct complexe:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) x^*(t) dt; \quad x^*(t) \text{ le complexe conjugué de } x(t)$$

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

si W est fini, dans ce cas le signal possède une énergie finie ($W < \infty$).

4-2- Signaux à puissance moyenne finie:

des signaux à puissance moyenne finie sont ceux définis par la relation:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^2(t) dt \quad 0 < P < +\infty$$

T : la période
 $x(t)$: fct réelle.

Si $x(t)$ est fct complexe,

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt.$$