جامعة جيجل

كلية العلوم الدقيقة و الاعلام / قسم الرياضيات **السنة الجامعية 2020-2021**

السنـــة الثـــــانية: L.M.D

السلسلة الخامسة

التمرين الأول:

ليكن المتغير العشوائي X الدي يتبع القانون المنتظم على المجال $[-5,15]$.

1- اوجد عبارة دالة الكثافة الاحتمالية ثم دالة التوزيع.

2- احسب التوقع الرياضي ثم التباين.

3- احسب الاحتمالات التالية

$$\mathbb{P}(X \leq 2), \mathbb{P}(-1 \leq X \leq 1)., \mathbb{P}(-1 \leq X \leq 2 \mid X \geq 0).$$

4- ليكن المتغير العشوائي Y المعرف كما يلي

$$Y = \frac{X+5}{10}$$

- احسب $\mathbb{P}(Y \geq 1 \mid X \leq 10)$

التمرين الثاني:

ليكن المتغير العشوائي X الدي يتبع القانون الاسي دي الوسيط $\lambda = 3$.

1-احسب التوقع الرياضي والتباين.

2- احسب الاحتمالات

$$\mathbb{P}(X \leq 3), \mathbb{P}(4 \leq X), \mathbb{P}(2 \leq X \leq 4)., \mathbb{P}(X \geq 4 \mid X \geq 2).$$

3- ليكن العددان الحقيقان الموجبان تماما a و h.

بين ان الاحتمال $\mathbb{P}(X \geq a+h \mid X \geq a)$ لا يتعلق ب a.

التمرين الثالث:

1 - اثبت ان الدالة المعرفة ب

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2.$$

هي كثافة احتمال بحيث $\sigma^2 \geq 0$ و $\mu \in \mathbb{R}$

2-ليكن X المتغير العشوائي الدي كثافة احتماله f_X

2-1- احسب التوقع الرياضي و التباين للمتغير X .

2-2- اوجد قانون احتمال المتغير العشوائي

$$Z = \frac{X-\mathbb{E}(X)}{\sqrt{var(X)}}$$

ثم استنتج توقعه الرياضي و تباينه.

التمرين الرابع:

1-ليكن المتغير العشوائي X الدي يتبع القانون الطبيعي الممركز المختزل. احسب الاحتمالات التالية

$$\mathbb{P}(X \geq 1.35), \mathbb{P}(X \leq -0.56), \mathbb{P}(-0.56 \leq X \leq 1.35), \mathbb{P}(-0.56 \geq X \text{ ou } X \geq 1.35).$$

2-نعتبر المتغير العشوائي X الدي يتبع القانون الطبيعي $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ بحيث $\mu = 12, \sigma = 2$.

- احسب ما يلي $\mathbb{P}(X \leq 13), \mathbb{P}(X \geq 11), \mathbb{P}(11 \leq X \leq 13).$

- اوجد قيمة n في كل حالة بحيث $\mathbb{P}(X \leq n) = 0.95, \mathbb{P}(X \geq n) = 0.95.$

التمرين الخامس:

1-نعتبر المتغير العشوائي Xالدي يتبع القانون الطبيعي $\mathcal{N}(200, 15^2)$

3- اوجد قيمة $\alpha > 0$ بحيث $\mathbb{P}(200 - 2\alpha \leq X \leq 200 + 2\alpha) = 0.9.$

2- ليكن $X \sim \mathcal{N}(120, \sigma^2)$

اوجد قيمة σ ادا علمت ان $\mathbb{P}(100 \leq X \leq 140) = 0.92.$

التمرين السادس:

لتكن الدالة كاما المعرفة كما يلي

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-x) dx, \alpha > 0.$$

1- تاكد من ان

$$\Gamma(1) = 1, \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \Gamma(1+\alpha) = \alpha\Gamma(\alpha), \Gamma(n) = (n-1)\ |$$

2- اثبت انه

ا- ادا كان $X \sim \mathcal{X}^2(n)$ فان $X \sim \Gamma\left(\frac{n}{2}, 2\right)$.

ب- ادا كان $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$ فان $X \sim \Gamma(1, \frac{1}{\lambda})$.

3- نعتبر الدالة

$$\beta(\alpha, \lambda) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\lambda-1} dx$$

-اثبت ان $\beta(\alpha, \lambda) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\lambda)}{\Gamma(\alpha+\lambda)}$.