

Travaux dirigés

Exercice 1: Calculer l'intégrale $\int_C z^2 dz$ prise le long des lignes qui relient les points $z_0 = 0$ et $z_1 = 2 + i$ suivant une ligne.

Exercice 2: Calculer les intégrales suivantes:

$$1. \int_{|z|} z\bar{z} dz.$$

$$2. \int_{1+i}^{-1-i} (2z + 1) dz.$$

$$3. \int_0^{1+i} z^3 dz.$$

$$4. \int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}, \text{ où}$$

(a) C est la demi-circonférence supérieure $|z| = 1$, on choisit la branche de la fonction \sqrt{z} pour laquelle $\sqrt{z} = 1$.

(b) $|z| = 1$, $\Re z > 0$ et $\sqrt{-1} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

Exercice 3:

$$1. \int_{|z-i|=1} \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz.$$

$$2. \int_{|z-1|=2} \frac{\sin(\frac{\pi z}{2})}{z^2 + 2z - 3} dz$$

$$3. \int_{|z|=2} \frac{\cosh z}{(z+1)^2(z-1)} dz$$

$$4. \int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz$$

Exercice 4: Montrer que $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 + 2 \sin \theta} = 2\pi \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Indication: Utiliser le paramétrage $z = e^{i\theta}$.