

Travaux dirigés

**Exercice 1:** Calculer l'intégrale  $\int_C z^2 dz$  prise le long des lignes qui relient les points  $z_0 = 0$  et  $z_1 = 2 + i$  suivant une ligne.

**Exercice 2:** Calculer les intégrales suivantes:

1.  $\int_{|z|} z \bar{z} dz.$

2.  $\int_{1+i}^{-1-i} (2z + 1) dz.$

3.  $\int_0^{1+i} z^3 dz.$

4.  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , où

(a)  $C$  est la demi-circonférence supérieure  $|z| = 1$ , on choisit la branche de la fonction  $\sqrt{z}$  pour laquelle  $\sqrt{z} = 1$ .

(b)  $|z| = 1$ ,  $\Re z > 0$  et  $\sqrt{-1} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$ .

**Exercice 3:**

1.  $\int_{|z-i|=1} \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz.$

2.  $\int_{|z-1|=2} \frac{\sin(\frac{\pi z}{2})}{z^2 + 2z - 3} dz$

3.  $\int_{|z|=2} \frac{\cosh z}{(z+1)^2(z-1)}$

4.  $\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3}$

**Exercice 4:** Montrer que  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 + 2 \sin \theta} = 2\pi \frac{\sqrt{5}}{5}.$

**Indication:** Utiliser le paramétrage  $z = e^{i\theta}$ .