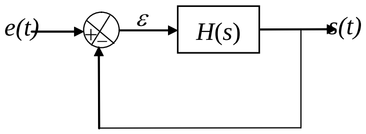
Exercice N°1 :

Soit la fonction de transfert en BO d'un système : $H(p) = H_{BO}(p) = \dfrac{10}{p(p^2 + p + 3)}$

Le système est bouclé par un retour unitaire comme suit:



Le système est il stable au sens de Routh ?

Solution:

On va tout d'abord calculer la FTBF du système à retour unitaire:

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{10}{p^3 + p^2 + 3p + 10} \quad ===> \quad D(p) = p^3 + p^2 + 3p + 10$$

La condition nécessaire est vérifiée, on passe au calcul des coefficients a_i du tableau de Routh :

Ligne 1	1	3
Ligne2	1	10
Ligne 3	-7	0
Ligne 4	10	0

Il y a **un changement de signe dans la première colonne** du tableau.
Donc, ce ***système en boucle fermé à retour unitaire est instable.***

Exercice N°2:

Soit la fonction de transfert en BF d'un système : $H_{BF}(p) = \dfrac{k(p+5)}{p^3 + 6p^2 + 5p + k}$

Etudier la stabilité en fonction des valeurs de K ?

Solution: ===> $D(p)=p^3+6p^2+5p+k$

Ligne 1	1	5
Ligne2	6	K
Ligne 3	$\frac{30-k}{6}$	0
Ligne 4	K	0

La condition nécessaire est vérifiée, on passe au calcul des coefficients a_i du tableau de Routh :

Le système est **stable** si $K>0$ et $\frac{30-K}{6}>0$ ===> $0<K<30$

Exercice N°3 :

Soit le polynôme caractéristique d'un système de 4éme ordre :

$D(p)=p^4+p^3+2p^2+2p+1$ Etudier la stabilité.

Solution:

Ligne 1	1	2	1
Ligne2	1	2	0
Ligne 3	0		

On note ici que le pivot devient nul, ce qui ne permet pas de poursuivre. **La méthode consiste** alors à remplacer le polynôme de départ par un polynôme «**à même stabilité**», par exemple en le multipliant par un polynôme dont on connaît les racines, choisies bien évidemment réelles et négatives. La solution la plus simple est donc ici de prendre comme nouveau polynôme Da(p)=(p+a).D(p), avec a réel positif (exemple : a= 1).

$Da(p)=(p+1)(p^4+p^3+2p^2+2p+1)=p^5+2p^4+3p^3+4p^2+3p+1$

Ligne 1	1	3	3
Ligne2	2	4	1
Ligne 3	1	2.5	0
Ligne 4	-1	1	0
Ligne 5	3.5	0	
Ligne 6	1		

Dans le nouveau tableau de Routh, on a trouvé **deux changements de signe** (1=>-1) et (-1=>3.5), donc deux pôles sont à partie réelle positive (**deux pôles instables**)=====>Système **instable**.

Exercice N°4:

Soit le polynôme caractéristique d'un système de 4éme ordre :

$D(p)=p^4+p^3+5p^2+4p+4$ **Etudier la stabilité.**

Solution:

Ligne 1	1	5	4
Ligne2	1	4	0
Ligne 3	1	4	0
Ligne 4	0	0	
Ligne 1	1	4	
Ligne 2	2	0	
Ligne 3	4		

On note ici que la ligne 4 devient nulle après son calcul.
Le polynôme reconstitué à partir de la ligne 3 est $\mathbf{p^2+4}$, qui admet $\mathbf{\pm 2j}$ pour racines et pour polynôme dérivé **2.p**. D'où la reconstitution du tableau pour poursuivre l'étude.

Les coefficients de la première colonne de Routh sont positifs (de même signe), donc ce système est **stable**, mais **oscillant**.

===> $\mathbf{p^2+4}$
===>**2.p**