

Série N°03 : Variables aléatoire discrètes

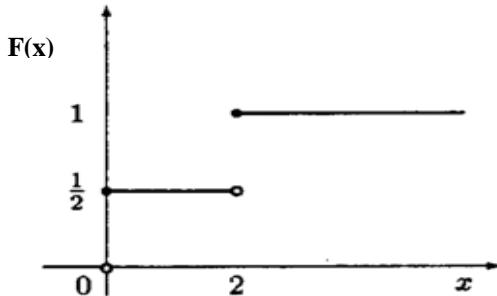
Exercice 1

Soit X une *v. a. r. discrète* prenant les valeurs 3, 4, 5 et 6. Déterminer la loi de probabilité de X sachant que:

$$P([X < 5]) = \frac{1}{3}, P([X > 5]) = \frac{1}{2}, P([X = 3]) = P([X = 4]).$$

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire, dont la fonction de répartition a le graphique donné par la figure suivante :



- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Exercice 3

Un sac contient 6 jetons numérotés 2, 4, 6, 8, 10, 12. Au tirage d'un jeton on associe la variable aléatoire X qui prend comme valeur le nombre inscrit sur le jeton.

1. Donner la fonction de répartition de la variable aléatoire X , et sa représentation graphique.
2. Calculer $F(9)$.
3. Calculer $F(13)$.

Exercice 4

Un joueur lance deux pièces de monnaie parfaitement équilibrées. Il gagne 5 *Euros* s'il obtient 2 *faces*, 2 *Euros* s'il obtient 1 *fois face* et 1 *Euro* s'il n'obtient aucune *face*.

1. Calculer l'espérance de ses gains.
2. Combien doit-il payer pour jouer si le jeu doit être équitable ?

Exercice 5

L'oral d'un examen comporte 20 *sujets possibles*. Le candidat tire 3 *sujets* au hasard. Ce candidat a révisé seulement 12 *sujets*. On considère la variable X égale au nombre de sujets révisés parmi les 3 tirés. Quelle est la loi de probabilité de X ?

Exercice 6

Soit X le nombre de points donnés par un dé mal équilibré dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant:

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|-----|
| $P([X = x])$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{12}$ | p |

1. Trouver la valeur de p ?
2. Calculer la probabilité $P(2 \leq X \leq 4)$.
3. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X donnant le nombre de points.

Exercice 7

Un article en stock fait l'objet d'une demande journalière X dont la loi de probabilité est donnée par le tableau

| | | | | | | | |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $P([X = x])$ | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,15 | 0,10 | 0,05 |

1. Déterminer la fonction de masse et représenter graphiquement cette fonction.
2. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X .
3. Trouver la probabilité qu'une demande dépasse 4.
4. Trouver la probabilité qu'une demande soit inférieure à 2.
5. Pour quelles valeurs de x peut-on écrire $P(X \leq x) = 0,85$?
6. Pour quelles valeurs de x peut-on écrire $P(X > x) = 0,55$?

Exercice 8

On propose à un joueur de choisir parmi les deux jeux suivants :

- a) On lance un dé bien équilibré. Si le dé montre la face "1" ou "6", le joueur gagne 12 points, sinon il perd 6 points.
 - b) On lance le dé. S'il montre 6, le joueur gagne 120 points, sinon, il perd 25 points.
- Quel jeu est plus intéressant et selon quel critère ?

Exercice 9

Un trader a analysé plusieurs scénarios quant à l'évolution de deux actions notées A et B . On note X la variable aléatoire donnant l'évolution en euros de l'action A et Y celle donnant l'évolution en euros de l'action B . Voici les lois de probabilités de X et de Y .

| | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|
| Valeur de X | -50 | 0 | 10 | 40 |
| Probabilité | 0,1 | 0,3 | 0,5 | 0,1 |

| | | | |
|-------------|-----|-----|-----|
| Valeur de Y | -30 | 10 | 30 |
| Probabilité | 0,3 | 0,4 | 0,3 |

- 1) Vérifier $E(X) = E(Y)$. Interpréter.
- 2) Calculer $V(X)$ et $V(Y)$.
- 3) Le trader ne souhaite pas prendre trop de risques et décide d'investir sur l'action la moins volatile. Quelle action lui conseillez-vous? Justifier.