



Aide Multicritère à la Décision (AMCD)



Séance du 11/10/2021

Chapitre 1 Introduction et Concepts fondamentaux

Octobre 2021

Introduction

L'**aide à la décision** est généralement sollicitée par des organisations dans le cas où elles sont confrontées à des **problèmes complexes** (*dont la résolution ne dépend pas du bon sens ou d'un calcul élémentaire*):

- **Gestion du personnel** : recrutement d'un ou de plusieurs candidats...
- **Gestion financière** : évaluation de projets d'investissement, octroi de crédits bancaires...
- **Recherche-développement** : sélection et évaluation de projets de recherche ...
- **Production** : ordonnancement de tâches dans un atelier, planification des opérations d'entretien, choix d'une technologie ...

Introduction

Les problèmes de décision confrontés **dans la pratique** sont de nature **multicritère** (Les actions doivent être comparées selon plusieurs critères ou objectifs). Ils partagent en général les caractéristiques suivantes:

1. Plusieurs objectifs **non compensatoires** doivent être atteints (non réductibles à un seul).
2. Les objectifs sont souvent **conflictuels ou contradictoires** (impossible de les atteindre tous à la fois) : en optimisant les performances d'une solution par rapport à un critère, sa qualité est forcément dégradée par rapport aux autres critères. On accepte plutôt une certaine forme **d'équilibre : un compromis**.
3. Critères **quantitatives** et critères **qualitatives**.
4. Les critères quantitatives avec des unités de mesure différentes (um, KM, KG, Litre ...etc.) Ils ne peuvent de ce fait être directement agrégés dans un même critère.

Introduction

Les problèmes de décision confrontés **dans la pratique** sont de nature **multicritère** (Les actions doivent être comparées selon plusieurs critères ou objectifs). Ils partagent en général les caractéristiques suivantes:

1. Plusieurs objectifs **non compensatoires** doivent être atteints (non réductibles à un seul).
2. Les objectifs sont souvent **conflictuels ou contradictoires** (impossible de les atteindre tous à la fois) : en optimisant les performances d'une solution par rapport à un critère, sa qualité est forcément dégradée par rapport aux autres critères. On accepte plutôt une certaine forme **d'équilibre : un compromis**.
3. Critères **quantitatives** et critères **qualitatives**.
4. Les critères quantitatives avec des unités de mesure différentes (um, KM, KG, Litre ...etc.) Ils ne peuvent de ce fait être directement agrégés dans un même critère.



Exemple

On veut classer les étudiants en M2 afin de leur affecter un sujet PFE de la catégorie « Sujet de Recherche» selon les critères:

- Connaissances Théoriques
- Compétence en programmation
- Niveau en anglais
- Créativité.

Introduction

Les problèmes de décision confrontés **dans la pratique** sont de nature **multicritère** (Les actions doivent être comparées selon plusieurs critères ou objectifs). Ils partagent en général les caractéristiques suivantes:

1. Plusieurs objectifs **non compensatoires** doivent être atteints (non réductibles à un seul).
2. Les objectifs sont souvent **conflictuels ou contradictoires** (impossible de les atteindre tous à la fois) : en optimisant les performances d'une solution par rapport à un critère, sa qualité est forcément dégradée par rapport aux autres critères. On accepte plutôt une certaine forme **d'équilibre : un compromis**.
3. Critères **quantitatives** et critères **qualitatives**.
4. Les critères quantitatives avec des unités de mesure différentes (um, KM, KG, Litre ...etc.) Ils ne peuvent de ce fait être directement agrégés dans un même critère.

Exemple

- Achat d'une voiture robuste mais économique.
- Fabriquer des produits de bonne qualité mais avec un coût de production minimal .

Introduction

Les problèmes de décision confrontés **dans la pratique** sont de nature **multicritère** (Les actions doivent être comparées selon plusieurs critères ou objectifs). Ils partagent en général les caractéristiques suivantes:

1. Plusieurs objectifs **non compensatoires** doivent être atteints (non réductibles à un seul).
2. Les objectifs sont souvent **conflictuels ou contradictoires** (impossible de les atteindre tous à la fois) : en optimisant les performances d'une solution par rapport à un critère, sa qualité est forcément dégradée par rapport aux autres critères. On accepte plutôt une certaine forme **d'équilibre : un compromis**.
3. Critères **quantitatives** et critères **qualitatives**.
4. Les critères quantitatifs avec des unités de mesure différentes (um, KM, KG, Litre ...etc.) Ils ne peuvent de ce fait être directement agrégés dans un même critère.

Passer du qualitatif au quantitatif

Si le critère est un **critère bénéfice** (c'est-à-dire à maximiser)

Performance	Valeur numérique
Très faible	1
Faible	3
Moyen	5
Élevé	7
Très élevé	9

Si le critère est un **critère coût** (c'est-à-dire à minimiser)

Performance	Valeur numérique
Très faible	9
Faible	7
Moyen	5
Élevé	3
Très élevé	1

Introduction

Les problèmes de décision confrontés **dans la pratique** sont de nature **multicritère** (Les actions doivent être comparées selon plusieurs critères ou objectifs). Ils partagent en général les caractéristiques suivantes:

1. Plusieurs objectifs **non compensatoires** doivent être atteints (non réductibles à un seul).
2. Les objectifs sont souvent **conflictuels ou contradictoires** (impossible de les atteindre tous à la fois) : en optimisant les performances d'une solution par rapport à un critère, sa qualité est forcément dégradée par rapport aux autres critères. On accepte plutôt une certaine forme **d'équilibre : un compromis**.
3. Critères **quantitatives** et critères **qualitatives**.
4. Les critères quantitatifs avec des unités de mesure différentes (um, KM, KG, Litre ...etc.) Ils ne peuvent de ce fait être directement agrégés dans un même critère.

Normalisation

Cette opération est nécessaire pour plusieurs méthodes d'AMCD :

- éliminer les unités
- avoir des évaluations de performances dans l'intervalle $[0,1]$.

Notions Préliminaires : Décision ? Aide à la décision

- Une définition informelle et provisoire [R. Howard] : « **Décider** c'est ce que l'on fait lorsqu'on ne sait pas quoi faire »
- [D. Bouyssou]: « On présente souvent la décision comme le fait d'un individu isolé (le **décideur**) exerçant **librement un choix** entre **plusieurs possibilités** à un moment donné dans le temps »
- [B. Roy , D. Boyssou] « **L'aide à la décision** est l'activité de **celui** qui en prenant appui sur des modèles aide à obtenir des éléments de réponse aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à **éclairer la décision** et à **recommander un comportement** ...»

Notions Préliminaires : Décision ? Aide à la décision

- Une définition informelle et provisoire [R. Howard] : « **Décider** c'est ce que l'on fait lorsqu'on ne sait pas quoi faire »
- [D. Bouyssou]: « On présente souvent la décision comme le fait d'un individu isolé (le **décideur**) exerçant librement un **choix** entre plusieurs possibilités à un moment donné dans le temps »
- [B. Roy , D. Boyssou] « **L'aide à la décision** est l'activité de **celui** qui en prenant appui sur des modèles aide à obtenir des éléments de réponse aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à **éclairer la décision** et à **recommander un comportement** ...»
 - A qui est destinée l'aide à la décision ?
 - Est-ce qu'on impose une décision ?

Réponses aux ?

- Aux intervenants au processus de décision.
- Non: il s'agit de partager des convictions ; la décision finale étant prise par le (les) décideurs **à la lumière** de l'analyse effectuée.

Notions Préliminaires : Les acteurs dans un processus de décision

On parle principalement (au minimum) des deux acteurs suivants :

- **Homme d'étude ou analyste** : expert ou spécialiste (ingénieur, spécialiste en statistique, économiste ...) qui prend en charge l'aide à la décision .
- **Décideur** est l'individu (ou la **collectivité** ...) pour le compte duquel l'aide à la décision s'exerce ; il assume la responsabilité de la mise en œuvre de la décision.
- Autres acteurs:
les agis, les acteurs latents, conseillers, négociateurs, médiateurs, etc.

Notions Préliminaires : Action

L'action représente **l'objet de la décision**. On appelle action **potentielle** ou **alternative** une **action réalisable**, c.-à-d. une action dont la mise en œuvre en pratique est envisageable. L'ensemble des alternatives est noté **A**.

Une entreprise cherche à recruter un nouvel employé. Cinq candidats ont présenté leurs dossiers au département des ressources humaines.

- A : Les cinq candidats
- Décideur : gestionnaire ou chef de l'entreprise
- Analyste : comité de sélection ou chef du département des ressources humaines ...

Notions Préliminaires : Critère

Fonction monotone (croissante ou décroissante) ayant un sens d'optimisation, exprimée sur une échelle de mesure permettant de baser des **jugements entre toutes les actions**. L'ensemble des critères est noté F .

Dans l'évaluation des candidats de l'exemple précédent, différents objectifs /critères d'évaluation sont considérés:

Objectif	Critère
Formation (max)	Nbr d'années d'étude après le bac (C1)
Expérience professionnelle (max)	Nbr d'année de travail dans le domaine (C2)
Personnalité/motivation (max)	Note de l'entretien (C3)
Maitrise d'anglais (max)	Note d'un test oral (C4)

Quatre Problématiques en AMCD

1. Problématiques de choix
2. Problématiques de Rangement
3. Problématiques de tri
4. Problématiques de Description

Problématiques de choix P.α

l'aide à la décision est orientée de telle sorte à ce que le résultat soit une **sélection d'un ensemble de « bonnes » alternatives** qui soit de plus petite cardinalité possible (des alternatives qui sont équivalentes ou incomparables entre elles).

(Procédure de Sélection)

Objectif	Critère
Formation (max)	Nbr d'années d'étude après le bac (C1)
Expérience professionnelle (max)	Nbr d'année de travail dans le domaine (C2)
Personnalité/motivation (max)	Note de l'entretien (C3)
Maitrise d'anglais (max)	Note d'un test oral (C4)

Sélection des candidats dans le problème de recrutement selon C1,C2

Problématiques de Rangement P.y

Dans ce type de problématique, l'aide à la décision est orientée de telle sorte à ce que l'on ait un **ordre partiel ou total** sur l'ensemble A ; où un rang est affecté à chaque action

(Procédure de classement)

Objectif	Critère
Formation (max)	Nbr d'années d'étude après le bac (C1)
Expérience professionnelle (max)	Nbr d'année de travail dans le domaine (C2)
Personnalité/motivation (max)	Note de l'entretien (C3)
Maitrise d'anglais (max)	Note d'un test oral (C4)

Classer des candidats dans le problème de recrutement selon C3,C4

Problématiques de Tri P.β

Dans ce type de problématique, l'aide à la décision est orientée de telle sorte que chaque alternative soit placée dans une catégorie parmi des catégories prédéfinies. **(Procédure d'affectation)**

Exemple:

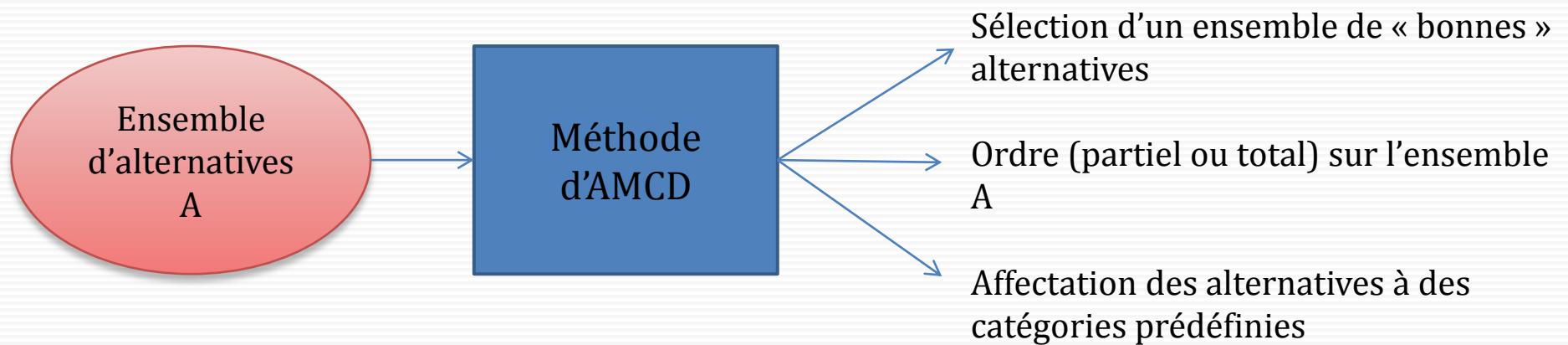
Trier des projets de recherche dans les catégories (Très Intéressant, Intéressant, Moins Intéressant)

Problématiques de description P.δ

Ce type de problématique est approprié lorsque le décideur rencontre des difficultés à définir le problème, à exprimer ses points de vue ou le type de résultat qu'il souhaiterait obtenir.

- L'analyste doit juste déterminer : l'ensemble des actions potentielles A, une famille de critères F ... **(Procédure cognitive)**
- Ici aucune recommandation n'est faite juste une description.

Récapitulons :



Processus d'AMCD

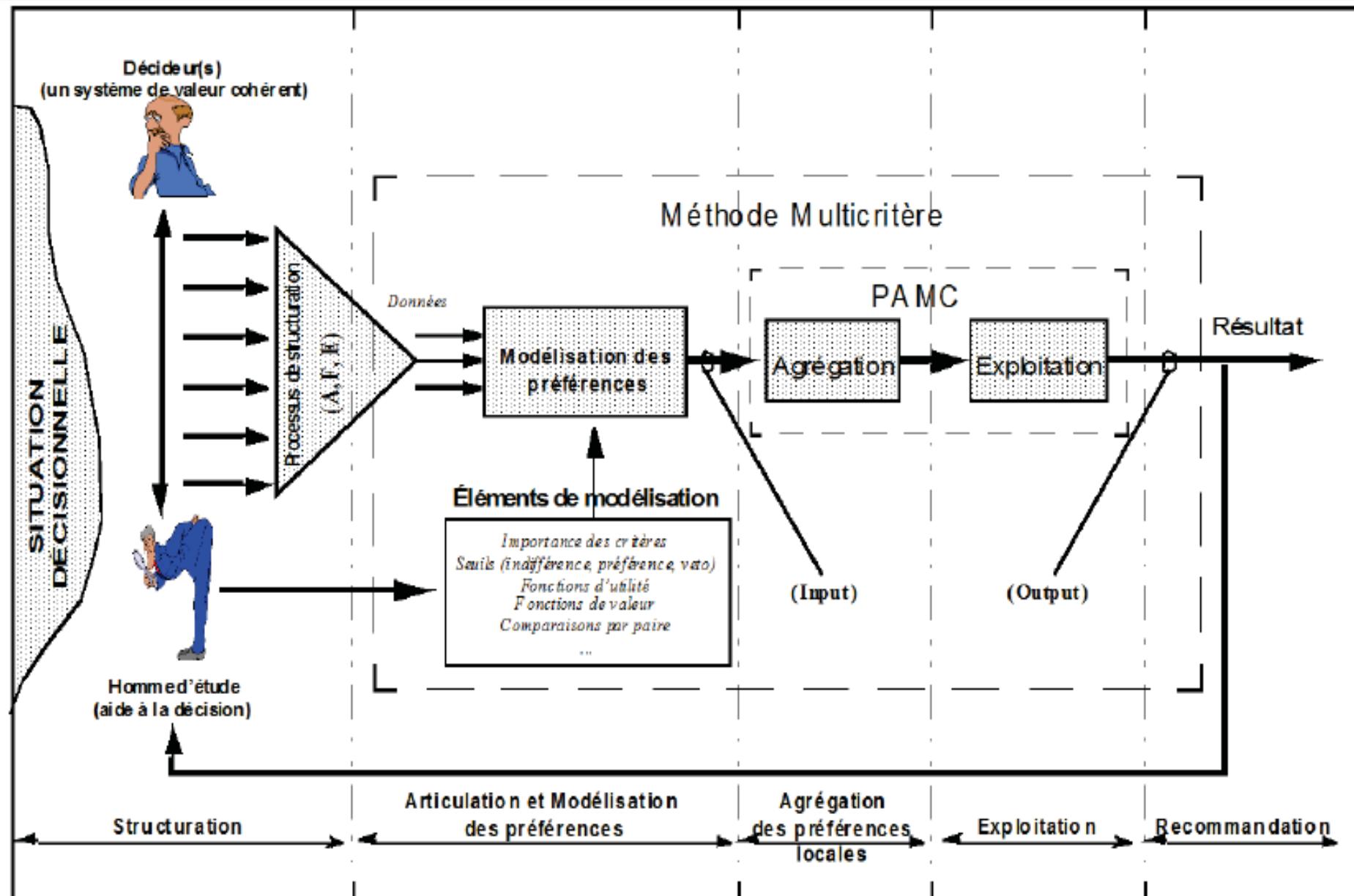
Lorsqu'on pose un problème multicritère, il s'agit d'en trouver la “solution **la plus adéquate**”. Cette solution pouvant prendre diverses formes (choix, affectation, classement=rangement).

Pour ce faire, il faut tout d'abord:

1. Dresser la liste des actions potentielles **A**
2. Dresser la liste des critères à prendre en considération **F**
3. Établir la matrice des **performances partielles E**

Le modèle (A,F,E) est le résultat de la **phase de structuration** où l'homme d'étude analyse la situation décisionnelle confrontée.

- Phase de **modélisation des préférences** du (des) décideur(s) (poids, seuils de préférence, véto, ...)
- Phase d'**Agrégation** dont l'objectif est de dégager des préférences globales à partir des préférences partielles (c'est là que diffèrent les méthodes d'AMCD)
- Ensuite, il faut mener une **analyse de sensibilité/analyse** de robustesse avant d'établir une recommandation finale



Système de base des relations de préférence (I, P, Q, R)

Afin de prendre une décision, il est nécessaire que le décideur soit capable de comparer les différentes alternatives disponibles en utilisant une **relation de préférence** qui est mathématiquement **une relation binaire**.

En comparant deux actions potentielles, le décideur se trouve dans une des situations suivantes :

Situation	Définition	Propriété de la relation binaire
Indifférence	Les deux actions sont équivalentes	I : réflexive et symétrique
Préférence stricte	Préférence significative en faveur d'une action	P : asymétrique (irréflexive)
Préférence faible	Entre les deux précédentes	Q : asymétrique (irréflexive)
incomparabilité	Aucun des cas précédents	R : symétrique et irreflexive

Rappel sur les relations binaires

- Une relation binaire R **de E dans F** est une partie du produit cartésien $E \times F : R \subseteq E \times F$.
- Pour tout couple (e, f) de R : e est en relation avec f et on écrit : $e R f$
- Si **$E=F$** on parle de relation sur E .

Propriétés des relations binaires

Soit R une relation sur un ensemble E . on dit que :

- R est **Réflexive** lorsque $\forall x \in E : x R x$
- R est **Irréflexive** lorsque $\forall (x, y) \in E \times E : x R y \rightarrow x \neq y$
- R est **Symétrique** lorsque $\forall (x, y) \in E \times E : x R y \rightarrow y R x$
- R est **Antisymétrique** lorsque $\forall (x, y) \in E \times E : x R y \text{ et } y R x \rightarrow x = y$
- R est **Asymétrique** lorsque $\forall (x, y) \in E \times E : x R y \rightarrow y \bar{R} x$
- R est **Transitive** lorsque $\forall (x, y, z) \in E \times E \times E : x R y \text{ et } y R z \rightarrow x R z$
- R est **Complète** lorsque $\forall (x, y) \in E \times E : x \neq y \rightarrow x R y \text{ ou } y R x$

Relation d'ordre

- On appelle **préordre** toute relation binaire **réflexive et transitive**
- On appelle **ordre** toute relation binaire **réflexive, transitive et antisymétrique**
- Une relation d'ordre est dite **d'ordre total** si elle est **complète**, sinon elle est dite **d'ordre partiel**.
- On appelle **ordre strict** toute relation binaire **transitive et asymétrique**
-

- **Quelques notations**
- **Dominance au sens de Pareto**
- **Exercice 1 TD**

TD- Exercice 1

- Est ce que la relation de dominance de Pareto est:
réflexive , transitive, asymétrique, complète ??
- Quel type de relation d'ordre définit-elle ?
- Utiliser la relation de dominance de Pareto pour trouver le meilleur plan (ou les plans) de production parmi les plans p1, p2, p3, p4 :

	Gain espéré	Coût de production	Nombre des ouvriers
p1	8	5	8
p2	12	1	4
p3	11	2	8
p4	16	2	4

Exercice 4

Dans le problème d'embauche d'un nouvel employé, l'analyste décide de sélectionner les meilleurs dossiers en exploitant la relation de dominance de Pareto. Considérons la matrice des performances suivante:

	Critère de Formation	Critère d'expérience	Critère d'âge
Candidat a	3	8	29
Candidat b	3	7	29
Candidat c	5	5	30
Candidat d	8	4	33
Candidat e	8	5	32
Candidat f	8	5	32

1. Quel type de problématique AMCD se pose ici ?
2. Le choix de la dominance de Pareto pour établir un ordre de préférence est-il adéquat ici?
3. Donner la liste des candidats admis pour l'entretien et l'examen d'anglais.