

Corrigé Travaux dirigés N°1

Exercice 01

• Les pertes de chaleur correspondent au flux de chaleur de la surface intérieure (chaude) à $T_1 = 22\text{ °C}$ vers la surface extérieure (froide) à $T_2 = 7\text{ °C}$: $\Phi = (T_1 - T_2) / R$

• R est la résistance thermique du mur de pierre définie par : $R = e / \lambda S$ avec e épaisseur constante du mur, S surface des faces du mur et λ conductivité thermique de la pierre. Le flux thermique se déplace perpendiculairement le long d'un axe perpendiculaire aux surfaces.

• Dans cette expression λ doit être exprimée dans le S.I:

$$\lambda = (0,8 \cdot 10^3 \text{ cal}) / (1\text{h} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{°C}) = (0,8 \cdot 10^3 \cdot 4,18 \text{ J}) / (3600\text{s} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{°C}) = (0,8 \cdot 10^3 \cdot 4,18) / 3600 = 0,93 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad \lambda = 0,93 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\bullet \quad R = e / \lambda S = 0,35 / (0,93 \cdot 3,5 \cdot 5,7) = 0,019 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$\bullet \quad \Phi = (T_1 - T_2) / R = (22 - 7) / 0,019 = 794,2 \text{ W} \approx 794 \text{ W}$$

Exercice 02

1) Les résistances thermiques sont :

$$\text{Pour la convection interne : } r_i = 0,11 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$\text{Pour la convection externe : } r_e = 0,06 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$\text{Pour la conduction } R = \frac{e}{\lambda} = \frac{0,1}{1,1} = 0,091 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$$

2) Le flux par mètre carré de surface: $\phi = K \cdot (T_A - T_B)$

K , le coefficient global de transmission. Son inverse est égal à la somme des résistances thermiques :

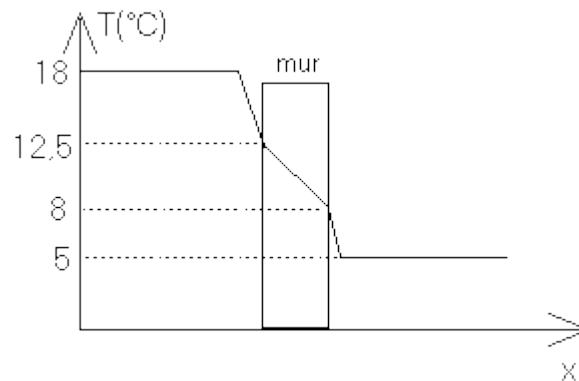
$$1/K = r_i + r_e + R = 0,261 \quad \text{d'où} \quad K = 3,83 \text{ W}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1} \quad \phi = 49,8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$3) \quad \phi \cdot S = h_i S (T_A - T_{AP}) = S (T_A - T_{AP}) / r_i$$

d'où :

$$T_{AP} = T_A - R_i \cdot \phi \quad T_{AP} = 18 - 0,11 \cdot 49,8 \quad T_{AP} = 12,5\text{ °C}$$

$$\text{De la même façon : } T_{BP} = T_B + R_e \cdot \phi \quad T = 8\text{ °C}$$



Exercice 03

- La résistance pour la cavité d'air est égale à :

$$\frac{1}{R_{air}} = (h_r + \frac{\lambda_{air}}{e_2}) L_2 H$$

- La résistance pour la partie centrale sera:

$$R(L_2) = R_{air} + \frac{2e_1}{\lambda_b L_2 H} = \frac{1}{L_2 H} (\frac{e_2}{h_r e_2 + \lambda_{air}} + \frac{2e_1}{\lambda_b})$$

- La résistance pour les " parties pleines " est égale à :

$$R(2L_1) = \frac{2e_1 + e_2}{\lambda_b 2L_1 H}$$

- En introduisant une conductivité équivalente λ_{eq} pour le matériau composite considéré alors comme un matériau conducteur homogène, la résistance globale de la brique sera :

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R(L_2)} + \frac{1}{R(2L_1)} = \frac{\lambda_{eq}(2L_1 + L_2)H}{2e_1 + e_2}$$

A.N : $R(L_2) = 2.029 / H$; $R(2L_1) = 2 / H$; $\lambda_{eq} \approx 0,5 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$

Exercice 04

Un local de 10 m de long, 5 m de large, et 3 m de haut est conçu de la façon suivante :

➤ Pour les murs : 15 cm de béton doublé, d'une contre-cloison en briques de 4cm séparée du béton par 3 cm d'air.

- $\lambda_{béton} = 1,74 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$; $\lambda_{brique} = 0,2 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$; $R_{air} = 0,15 \text{ m}^2 . \text{K} . \text{W}^{-1}$.

- Pour le plafond : **10 cm** de béton recouvert de **5 cm** de polystyrène ;
 - $\lambda_{\text{poly}} = 0,036 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- Pour les baies vitrées : deux vitres de **4 mm** d'épaisseur séparées par une lame d'air de **6 mm** et de résistance **0,48 m².K.W⁻¹** ;
 - $\lambda_{\text{verre}} = 1,15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$; Surface totale : **8 m²**.

La température extérieure est **-5 °C**. On admet que la température à l'intérieur est uniforme et on néglige les déperditions par le sol.

1. Les coefficients de transmission du mur, du plafond et des vitrages :

Pour les murs :

$$S_{\text{mur}} = S_{\text{total}} - S_{\text{vitre}} = 2(10*3 + 5*3) - 8 = 82 \text{ m}^2$$

$$\text{Résistance globale : } R_m = 1/K_m = (1/S_{\text{mur}})(1/h_e + 2e_b/\lambda_{\text{béton}} + 2R_{\text{air}} + e_{\text{br}}/\lambda_{\text{brique}} + 1/h_i)$$

$$R_m = 7,392768.10^{-3} \text{ K.W}^{-1} \quad K_m = 135 \text{ W.K}^{-1}$$

Pour le plafond :

$$\text{Résistance globale : } R_p = 1/K_p = (1/S_p)(1/h_e + e_b/\lambda_{\text{béton}} + e_{\text{poly}}/\lambda_{\text{poly}} + 1/h_i)$$

$$R_p = 0,032327 \text{ K.W}^{-1} \quad K_p = 30,9 \text{ W.K}^{-1}$$

Pour les vitres :

$$\text{Résistance globale : } R_v = 1/K_v = (1/S)(1/h_e + 2e_v/\lambda_v + R_{\text{air}} + 1/h_i)$$

$$R_v = 0,0821195 \text{ K.W}^{-1} \quad K_v = 12,2 \text{ W.K}^{-1}$$

2. Les températures des faces internes du mur et des vitrages et du plafond :

$$\Phi_m = K_m(T_i - T_e) = 135*23 = 3105 \text{ W}$$

$$\text{Comme } \Phi = h_i S(T_i - T_{ip})$$

$$T_{im} = T_i - \Phi/h_i S = 18 - 3105*0,11/82$$

$$T_{im} = 13,8 \text{ °C}$$

De la même façon :

$$T_{iv} = T_i - \Phi/h_i S_v = 18 - 12,177*23*0,11/8$$

$$T_{iv} = 14,1 \text{ °C}$$

$$T_{ip} = T_i - \Phi/h_i S_p = 18 - 30,93*23*0,11/50$$

$$T_{ip} = 16,4 \text{ °C}$$

3. La puissance thermique

$$\Phi_T = (135 + 30,93 + 12,177)23$$

$$\Phi_T = 4096 \text{ W}$$

Exercice 05

$$1) R_T = R_a + R_{lv} + R_{br} + R_{bf} + 1/h_i + 1/h_e = e/\lambda_1 + e/\lambda_2 + e/\lambda_3 + e/\lambda_4 + 1/h_i + 1/h_e \quad R_T = 1,36 \text{ m}^2.\text{K.W}^{-1}$$

$$2) \varphi = (T_i - T_e)/R \quad \varphi = 779 \text{ W.m}^{-2}$$

$$3) \varphi = h_i(T_i - T_{si}) \quad T_{si} = T_i - \varphi/h_i = 1064 \text{ °C}$$

$$\varphi = \lambda_1(T_{si} - T_1)/e_1 \quad T_1 = T_{si} - \varphi.e_1/\lambda_1 = 892 \text{ °C}$$

$$\varphi = \lambda_2(T_1 - T_2)/e_2 \quad T_2 = T_1 - \varphi.e_2/\lambda_2 = 725 \text{ °C}$$

$$\varphi = \lambda_3(T_2 - T_3)/e_3 \quad T_3 = T_2 - \varphi.e_3/\lambda_3 = 169 \text{ °C}$$

$$\varphi = h_e(T_{se} - T_e) \quad T_{se} = T_e + \varphi/h_e = 168 \text{ °C}$$

$$4) \text{ Puissance : } P = \varphi.S = 6,23 \text{ Kw}$$

$$5) E = P.t$$

$$E = 149,6 \text{ kWh}$$

$$\text{coût} = 120 \text{ DA}$$

Exercice 06

➤ Dans le cas d'un mur cylindrique :

L'équation de la chaleur en coordonnées cylindriques s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{P}{\lambda} = \frac{\rho C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}$$

En régime permanent, sans source interne et en monodimensionnel :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

La distribution de la température :

$$\frac{T(r) - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Le flux thermique :

$$\phi = -\lambda 2\pi L r \frac{\partial T}{\partial r} \Rightarrow \phi = \frac{2\pi \lambda L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

La résistance thermique du mur cylindrique :

$$\phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \lambda L}$$

➤ Dans le cas d'un mur sphérique

L'équation de la chaleur en coordonnées sphériques s'écrit sous la forme :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r T)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{P}{\lambda} = \frac{\rho C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}$$

En régime permanent, sans source interne et en monodimensionnel :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r T)}{\partial r^2} = 0$$

La distribution de la température :

$$T(r) = T_1 + \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right]$$

Le flux thermique :

$$\phi = \lambda 4\pi \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}$$

La résistance thermique du mur cylindrique :

$$\phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi \lambda r_1 r_2}$$