Chapitre 3

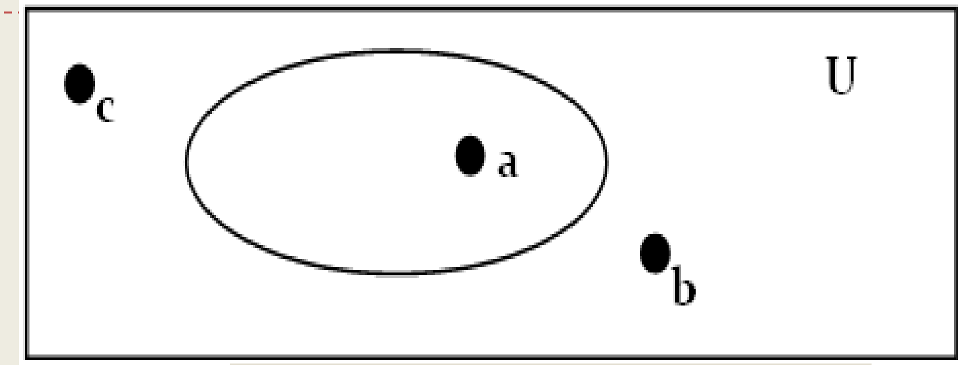
Systèmes d'Inférence Floue (SIF)

Motivation

- Les connaissances issues du **monde réel** sont typiquement *imparfaites* *(incertaines et/ou imprécises)* ***= floues***
- L'être humain est capable de mener un ***raisonnement approximatif :***

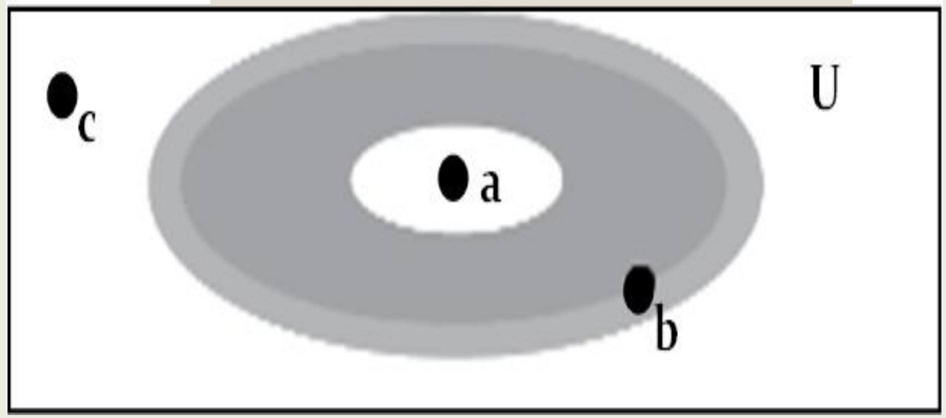
  «*Production de nouvelles connaissances à partir de **connaissances floues***»
- Système d'inférence floue / Logique Floue / Ensemble Floues

Frontières d'un ensemble : Classique vs Flou



$$\mu_A(x): U \longrightarrow \{0,1\}$$

« Un ensemble flou peut être simplement défini comme un ensemble avec des ***frontières floues*** »



$$\mu_A(x): U \longrightarrow [0, 1]$$

NB. U: univers de discours (*domaine de variation des variables*)

Degré d'appartenance vs Probabilité

- Univers de discours soit **l'ensemble de tous les liquides**.
- **L** : l'ensemble flou des **liquides potables**.
- Imaginons que vous êtes dans un désert sans rien à boire; vous tombez sur deux bouteilles:
- Bouteille A avec l'indication :

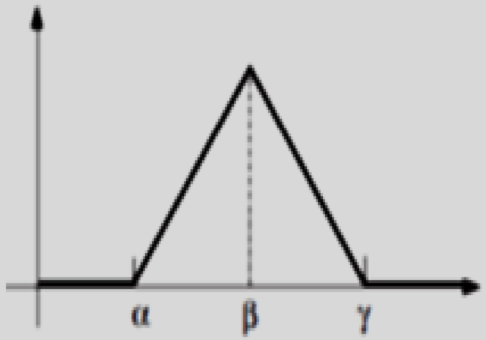
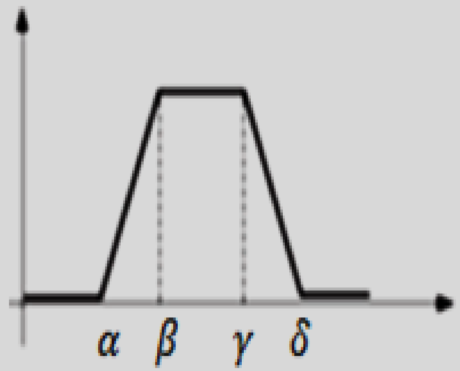
Degré d'appartenance de A à L = 0.9

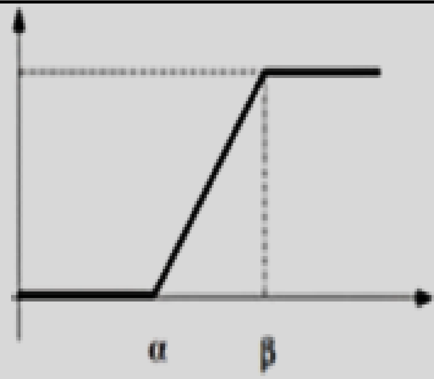
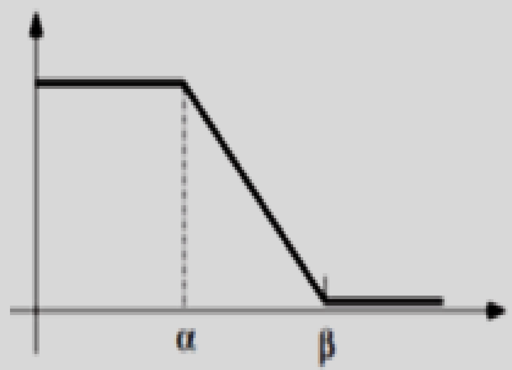
- Bouteille B avec l'indication :

Probabilité que B appartienne à L=0.9

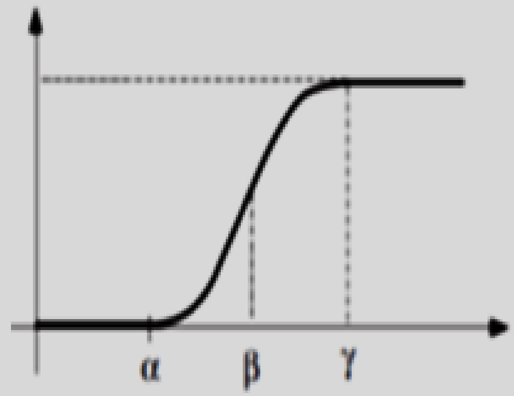
Quelle bouteille allez-vous choisir ?

Fonctions d’appartenance usuelles

Fonction d’appartenance	Représentation graphique	Définition
Λ –fonction ou fonction Triangulaire		$\Lambda : U \longrightarrow [0,1]$ $\Lambda(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ \dfrac{x-\gamma}{\beta-\gamma} & \beta \leq x < \gamma \\ 0 & x \geq \gamma \end{cases}$
Π –fonction ou fonction Trapézoïdal		$\Pi : U \longrightarrow [0,1]$ $\Pi(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x < \beta \\ 1 & \beta \leq x < \gamma \\ \dfrac{x-\delta}{\gamma-\delta} & \gamma \leq x < \delta \\ 0 & x \geq \delta \end{cases}$

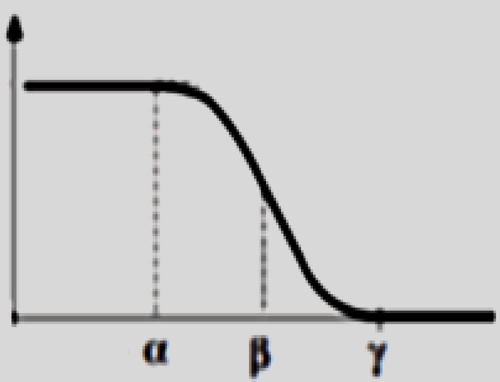
Fonction d'appartenance	Représentation graphique	Définition
Γ –fonction Gamma fonction		$\Gamma: U \rightarrow [0,1]$ $\Gamma(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \le x \le \beta \\ 1 & x > \beta \end{cases}$
L –fonction		$L: U \rightarrow [0,1]$ $L(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} 1 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\beta}{\alpha-\beta} & \alpha \le x \le \beta \\ 0 & x > \beta \end{cases}$

S –fonction croissante ou fonction *sigmoïdal croissante*



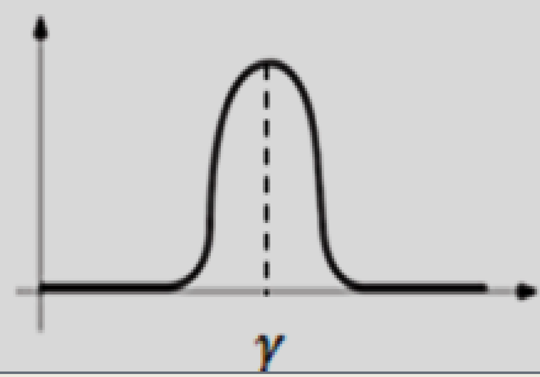
$$S: U \longrightarrow [0,1]$$
$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & x > \gamma \end{cases}$$

S –fonction décroissante ou fonction *sigmoïdal décroissante*



$$S: U \longrightarrow [0,1]$$
$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 & x < \alpha \\ 1 - 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \beta \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & x > \gamma \end{cases}$$

Fonction gaussienne



$$G: U \longrightarrow [0,1]$$
$$G(x; \gamma, \sigma) = \exp\left(-\frac{(\gamma - x)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Où σ est l'écart type

Logique Booléenne vs Logique Floue

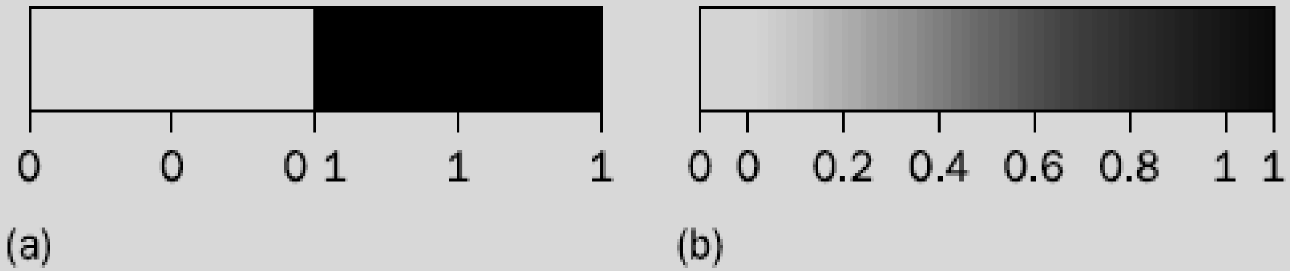


Figure 4.1 Range of logical values in Boolean and fuzzy logic: (a) Boolean logic; (b) multi-valued logic

- La logique floue est une logique multi-valuée qui permet d'attribuer un **degré de vérité** à un énoncé.

"Fuzzy logic is determined as a set of mathematical principles for *knowledge representation* based on *degrees of membership* rather than on crisp membership of classical binary logic" **(Lotfi Zadeh, 1965)**

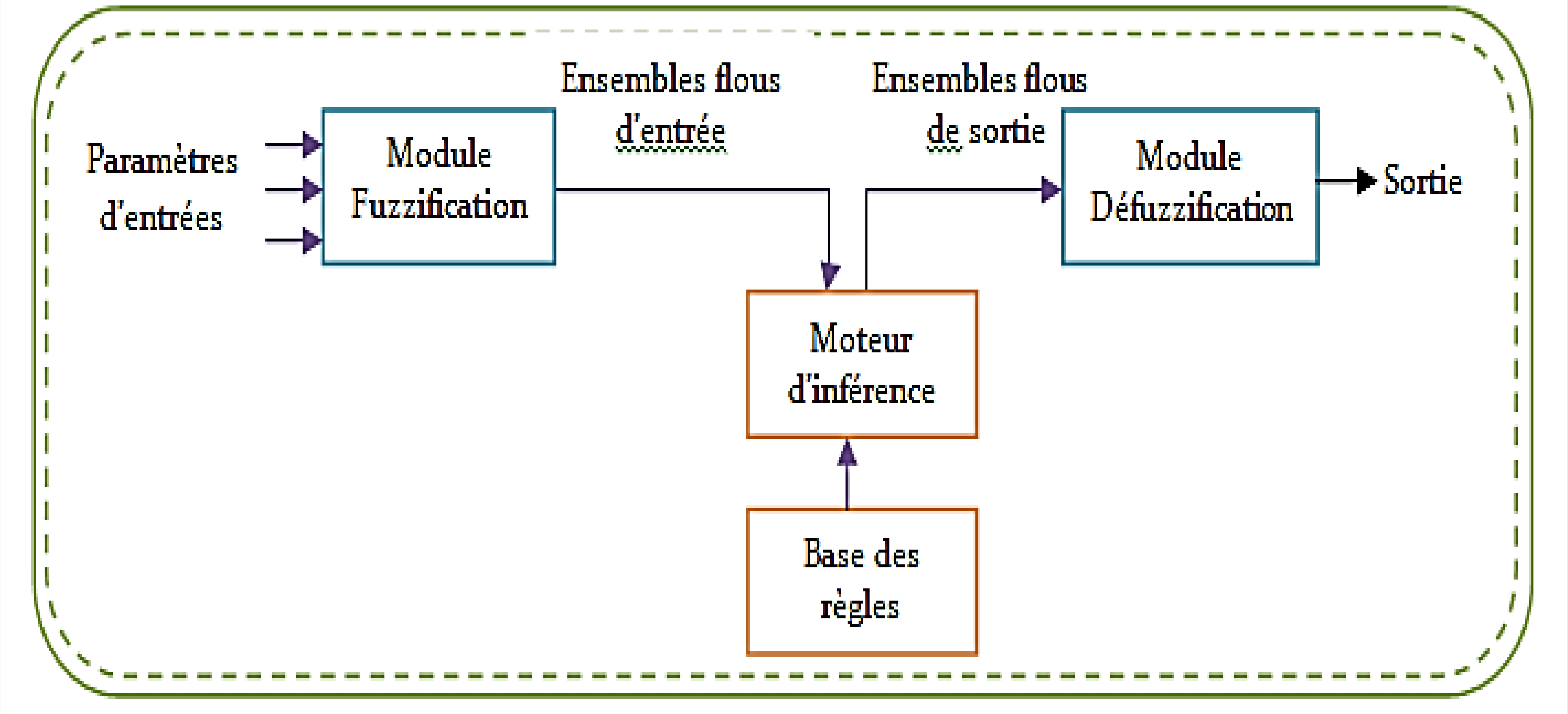
Historique

- 1965, Lotfi **Zadeh** (Université de Berkeley, Californie)- Théorie des ensembles flous & Logique floue
- 1973, Lotfi Zadeh-**Représentation de connaissance humaine** sous forme de **Règles d'inférence floue**
- 1974, Ebrahim **Mamdani** (Queen Mary College, **Londre**) a construit le premier contrôleur flou pour la commande d'une chaudière à vapeur.
- 1985,Travaux de Michio **Sugeno** (**Japon**)
- Produits grand publiques (appareils d'électroménager, systèmes automobiles embarqués, les systèmes de conditionnement d'ambiance, etc.)

SIF de Type Mamdani

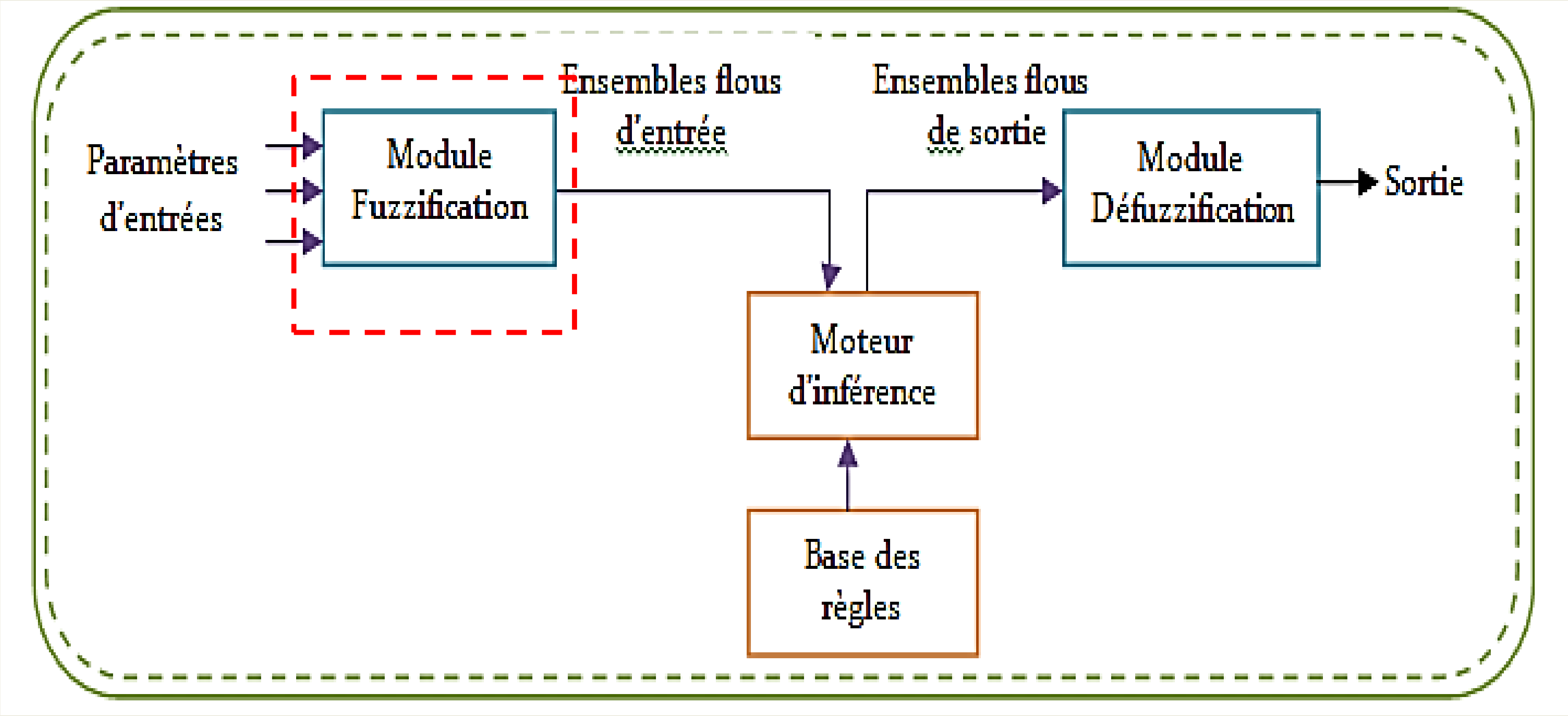
Modèle conventionnel

Un SIF permet un passage non linéaire d’un vecteur de variables numériques en entrée à une sortie scalaire également numérique.

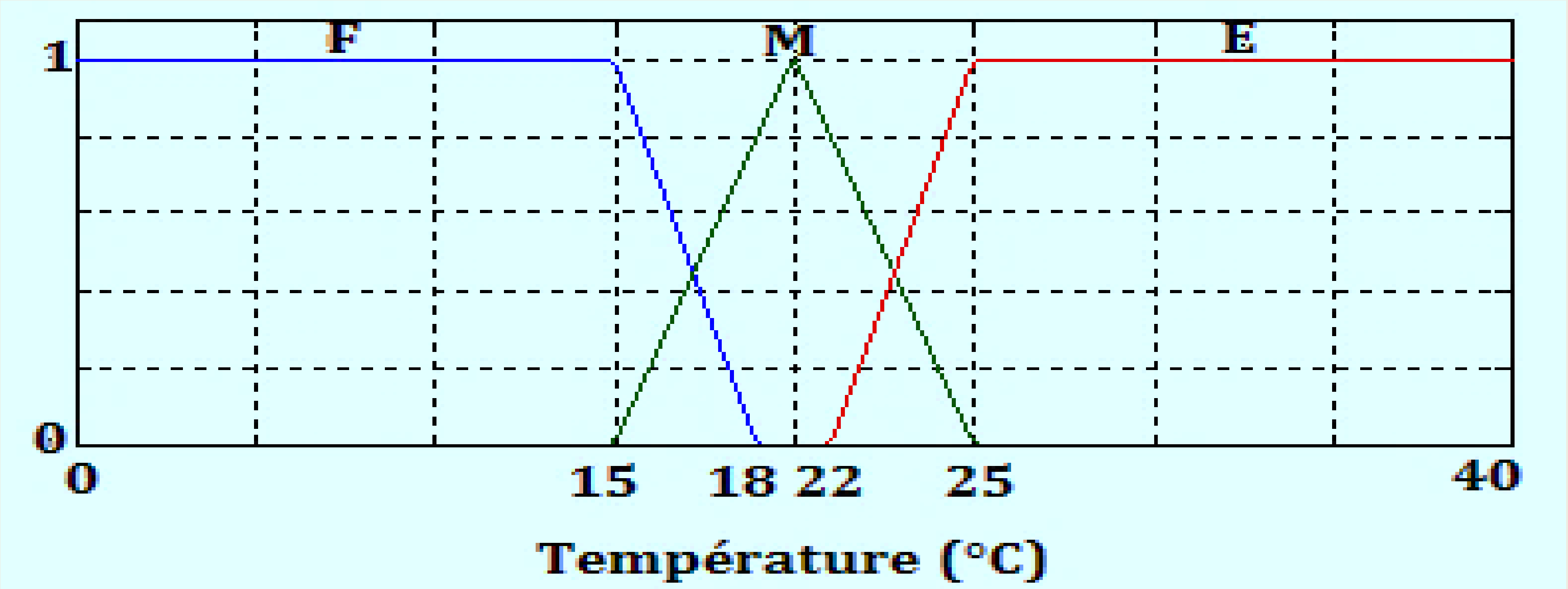


Module de Fuzzification

Associe aux paramètres d'entrée numériques des *ensembles flous d'entrée* tout en déterminant le degré d'appartenance à chacun de ces ensembles.

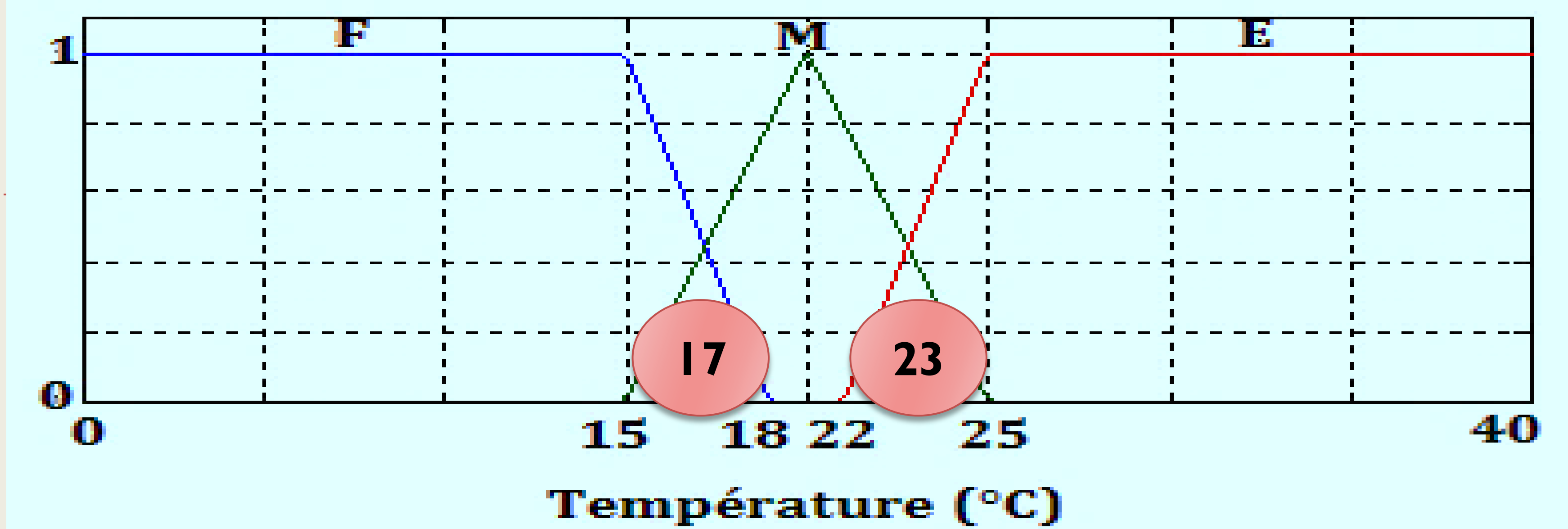


Les fonctions d'appartenance de la Température aux ensembles flous **F**aible , **M**oyen, **E**levé:



Questions:

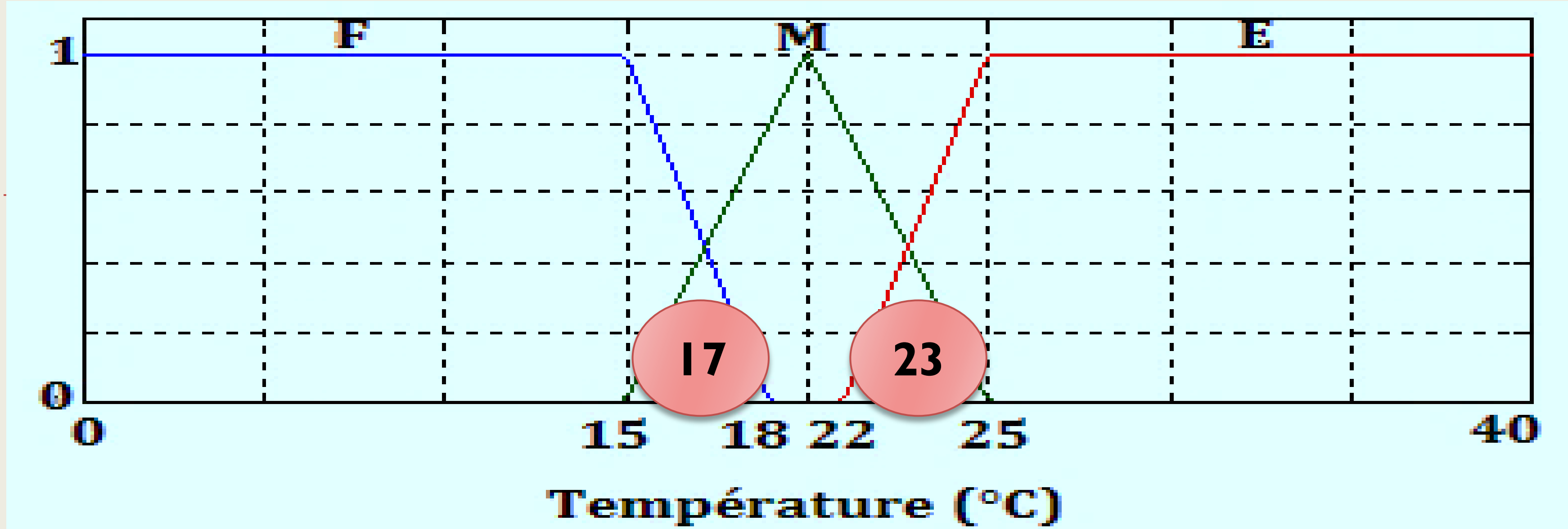
- ❑ Variable linguistique u? T(u) ? Univers de discours ?
- ❑ Auxquels ensembles flous appartiennent 17°C et 23°C et avec quel degré d'appartenance ?



$$\mu_F(x) = \begin{cases} 1 & x < 15 \\ \dfrac{x-18}{15-18} & 15 \le x \le 18 \\ 0 & x > 18 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & x < 15 \\ \dfrac{x-15}{20-15} & 15 \le x \le 20 \\ \dfrac{x-25}{20-25} & 20 \le x < 25 \\ 0 & x \ge 25 \end{cases}$$

$$\mu_E(x) = \begin{cases} 0 & x < 22 \\ \dfrac{x-22}{25-22} & 22 \le x \le 25 \\ 1 & x > 25 \end{cases}$$



$$\mu_F(x)=\begin{cases}1 & x<15\\ \dfrac{x-18}{15-18} & 15\le x\le 18\\ 0 & x>18\end{cases}$$

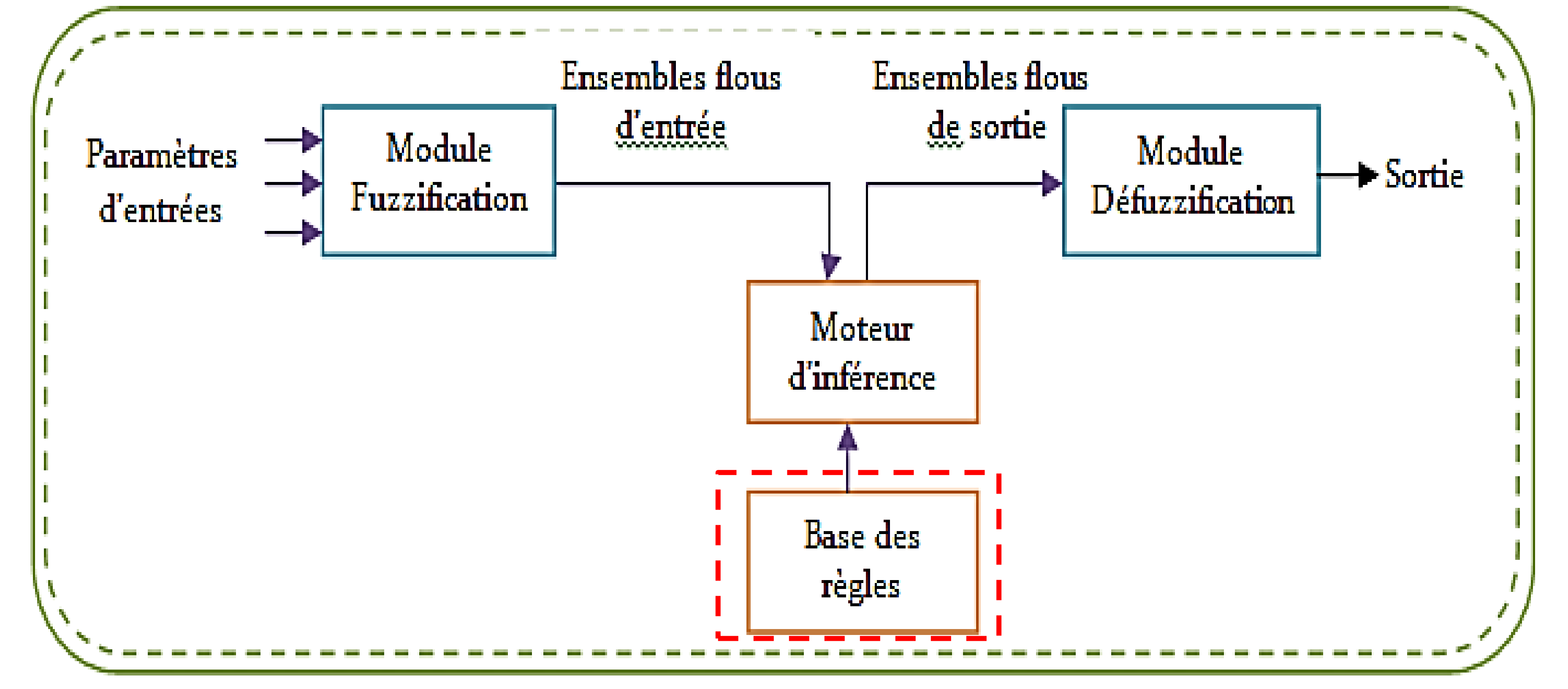
$$\mu_M(x)=\begin{cases}0 & x<15\\ \dfrac{x-15}{20-15} & 15\le x\le 20\\ \dfrac{x-25}{20-25} & 20\le x<25\\ 0 & x\ge 25\end{cases}$$

$$\mu_E(x)=\begin{cases}0 & x<22\\ \dfrac{x-22}{25-22} & 22\le x\le 25\\ 1 & x>25\end{cases}$$

Si x= 17 : $\mu_F(x)$ = 0.33 $\mu_M(x)$ = 0.4

Si x= 23 : $\mu_M(x)$ = 0.4 $\mu_E(x)$ = 0.33

Base des règles (stratégie de décision ou de contrôle)



- Les règles sont établies par les **experts du domaine** de l'application envisagée.
- Format de règles (***implication***): «SI **Antécédent** **ALORS** **Conséquent**».

SI Antécédent **ALORS** Conséquent

- Antécédent: une ou plusieurs **propositions floues** combinées par des **opérateurs flous (**de conjonction, de disjonction ou de négation.)

SI Antécédent **ALORS** Conséquent

- Antécédent: une ou plusieurs **propositions floues** combinées par des **opérateurs flous (**de conjonction, de disjonction ou de négation.)
- SIFs structurés selon le ***modèle de Mamdan*i** : la forme la plus commune est celle **conjonctive** :

$$\boldsymbol{SI}\ u_1 est\ F_1^l\ \boldsymbol{ET}\ u_2 est\ F_2^l\ \boldsymbol{ET}\ \ldots u_p est\ F_p^l\ \boldsymbol{ALORS}\ v\ est\ G^l$$

$(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ et v : **variables linguistiques /** F_i^l et G^l : **ensembles flous**

SI Antécédent **ALORS** Conséquent

- Antécédent: une ou plusieurs **propositions floues** combinées par des **opérateurs flous (**de conjonction, de disjonction ou de négation.)
- SIFs structurés selon le ***modèle de Mamdan*i** : la forme la plus commune est celle conjonctive :

$$\boldsymbol{SI}\ u_1 est\ F_1^l\ \boldsymbol{ET}\ u_2 est\ F_2^l\ \boldsymbol{ET}\ \ldots u_p est\ F_p^l\ \boldsymbol{ALORS}\ v\ est\ G^l$$

$(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ et v : **variables linguistiques / F_i^l** et G^l : **ensembles flous**

Exemple:

Si **Température** *est* ***Élevée*** ***ET*** **Humidité** *est* ***Humide*** *alors* **Vitesse** *est* ***Rapide***

Valeur de vérité = Degré d'appartenance de Température à l'ensemble floue élevée.

SI Antécédent **ALORS** Conséquent

- Antécédent: une ou plusieurs **propositions floues** combinées par des **opérateurs flous (**de conjonction, de disjonction ou de négation.)
- SIFs structurés selon le ***modèle de Mamdan*i** : la forme la plus commune est celle conjonctive :

$$\boldsymbol{SI}\ u_1 est\ F_1^l\ \boldsymbol{ET}\ u_2 est\ F_2^l\ \boldsymbol{ET}\ \ldots u_p est\ F_p^l\ \boldsymbol{ALORS}\ v\ est\ G^l$$

$(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ et v : **variables linguistiques /** F_i^l et G^l : **ensembles flous**

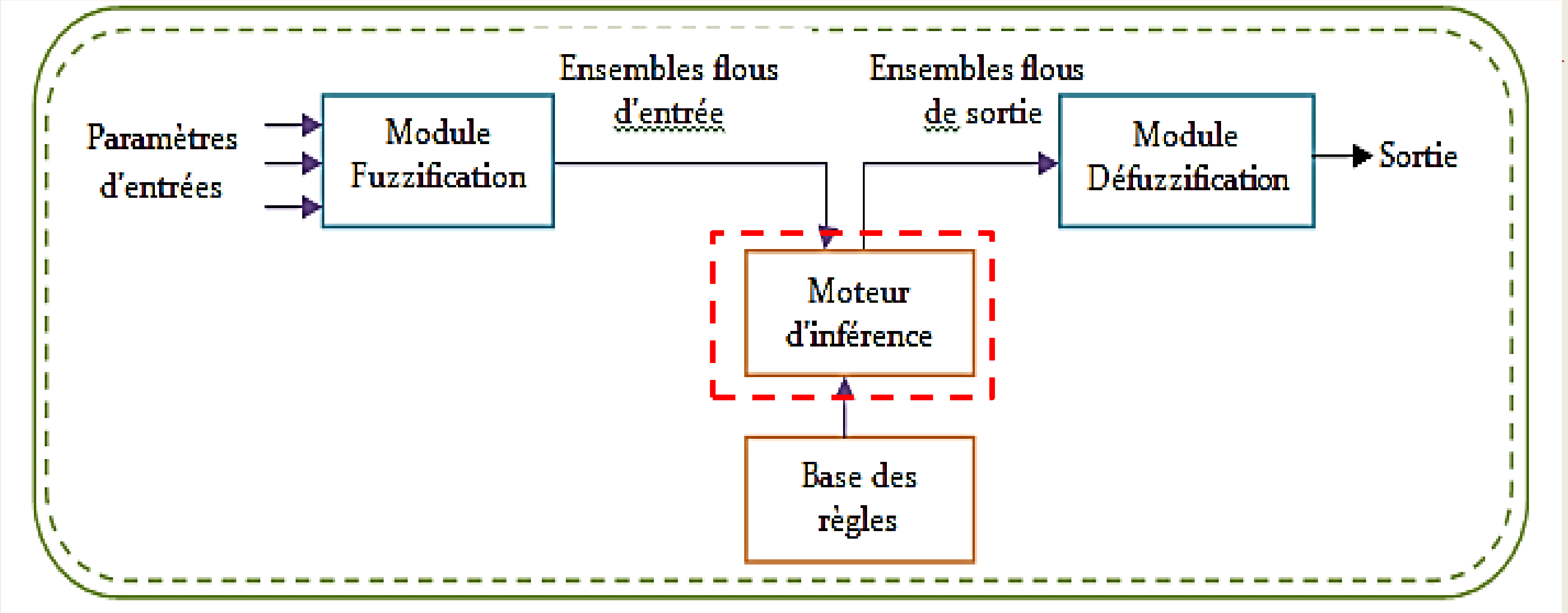
Exemple:

Si **Température** *est* ***Élevée*** ***ET*** **Humidité** *est* ***Humide*** *alors* **Vitesse** *est* ***Rapide***

Remarque importante

Les règles d'inférences sont reliées par un **« *OU* »**

Inférence floue



1. Calcul du **degré d'accomplissement** de chaque règle à partir des degrés d'appartenance des variables floues d'entrées.
2. Pour chaque règle activée, trouver la fonction d'appartenance de la conclusion.
3. Agrégation des conclusions inférées.

Méthodes d'inférence

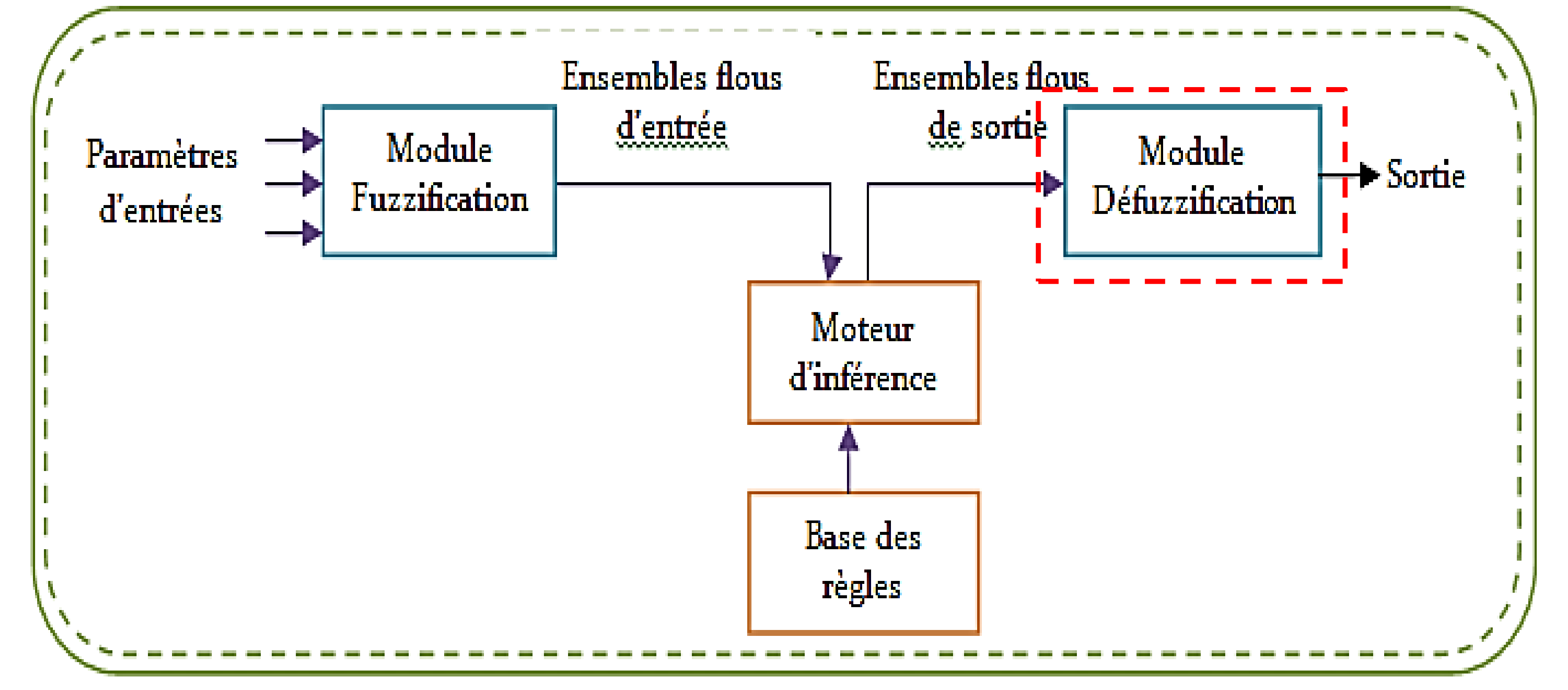
R	L'opération correspondante sur les ensembles flous	Fonctions d'appartenance à R
Non (x est A)	Complément	$\mu_R(x) = 1 - \mu_A(x).$
(x est A) ou (x est B)	Union	$\mu_R(x) = Max\ \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
(x est A) et (x est B)	Intersection	$\mu_R(x) = Min\ \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
(x est A) $\longrightarrow$ (x est B)		Ils existent plusieurs définitions mais les plus utilisées dans la pratique sont: Implication de Mamdani $\mu_R(x) = Min\ \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ Implication de Larsen $\mu_R(x) = \mu_A(x) . \mu_B(x)$

Méthodes d'inférence

- ❑ MAX-MIN (*inférence de Mamdani*)
- ❑ Max-Produit (*inférence de Larsen*)
- ❑ Somme-Produit

	Conjonction **et**	**Implication** **alors**	**Disjonction** **Ou**
MAX-MIN	MIN	MIN	MAX
Max-Produit	Produit	Produit	MAX
Somme-Produit	Produit	Produit	Somme

Defuzzification



Pourquoi ? La sortie d'un SIF est souvent orientée pour être utilisée par une machine.

Méthodes de Defuzzification

- **Le centre de gravité** (*Centroid en anglais*): cette méthode consiste à prendre comme sortie, **l'abscisse du centre de gravité** de la fonction d'appartenance de la sortie issue de l'inférence floue.
- **Méthode du maximum**: La sortie correspond **à l'abscisse du maximum** de la fonction d'appartenance résultante. Lorsqu'il existe plusieurs valeurs pour lesquelles la fonction d'appartenance résultante est maximale, on peut opter pour :
  - SOM (*Smallest Of Maximum*)
  - MOM (*Middle Of Maximum*)
  - LOM (*Largest Of Maximum*).

Exemple (SIF de type MAX-MIN)

Considérons un SIF de Mamdani avec deux entrées : X et Y et une sortie Z .

On se donne la base des règles suivante :

R1 : si X est A1 alors Z est C3

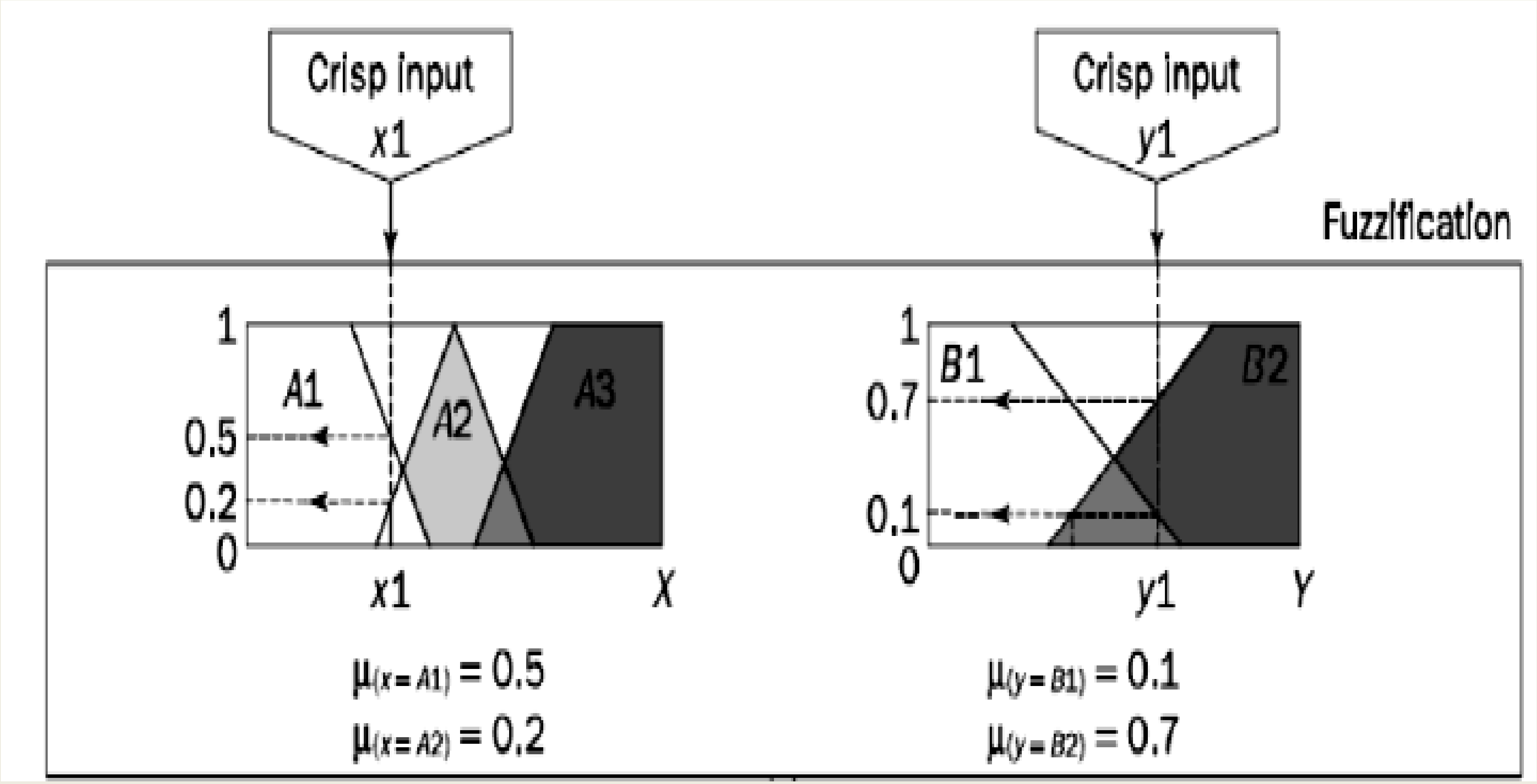
R2 : si X est A2 **ET** Y est B2 alors Z est C2

R3 : si X est A3 **OU** Y est B1 alors Z est C1

Considérons les entrées numériques

X= ? Y=?

1) Fuzzification



2) Calcul des Degrés d'activation des règles

$\mu_{A1}(X) = 0.5$

$\mu_{A2}(X) = 0.2$

$\mu_{A3}(X) = 0$

$\mu_{B1}(Y) = 0.1$

$\mu_{B2}(Y) = 0.7$

R1 : si X est A1 alors Z est C3

R2 : si X est A2 **ET** Y est B2 alors Z est C2

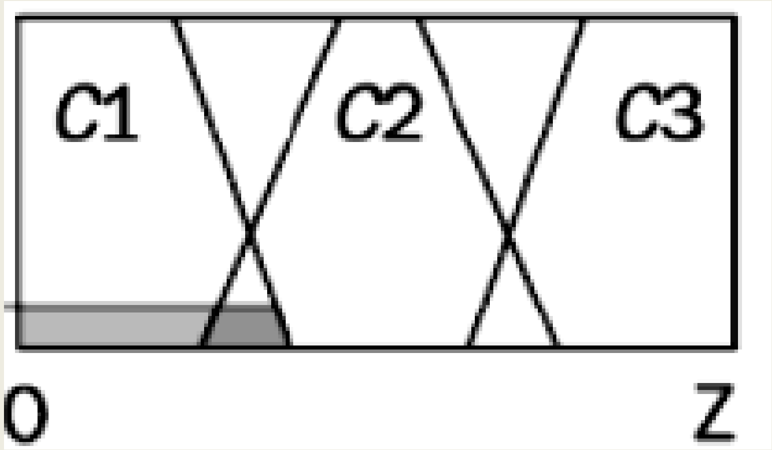
R3 : si X est A3 **OU** Y est B1 alors Z est C1

2) Pour chaque règle activée, trouver la fonction d'appartenance de la conclusion.(**Implication = Min**)

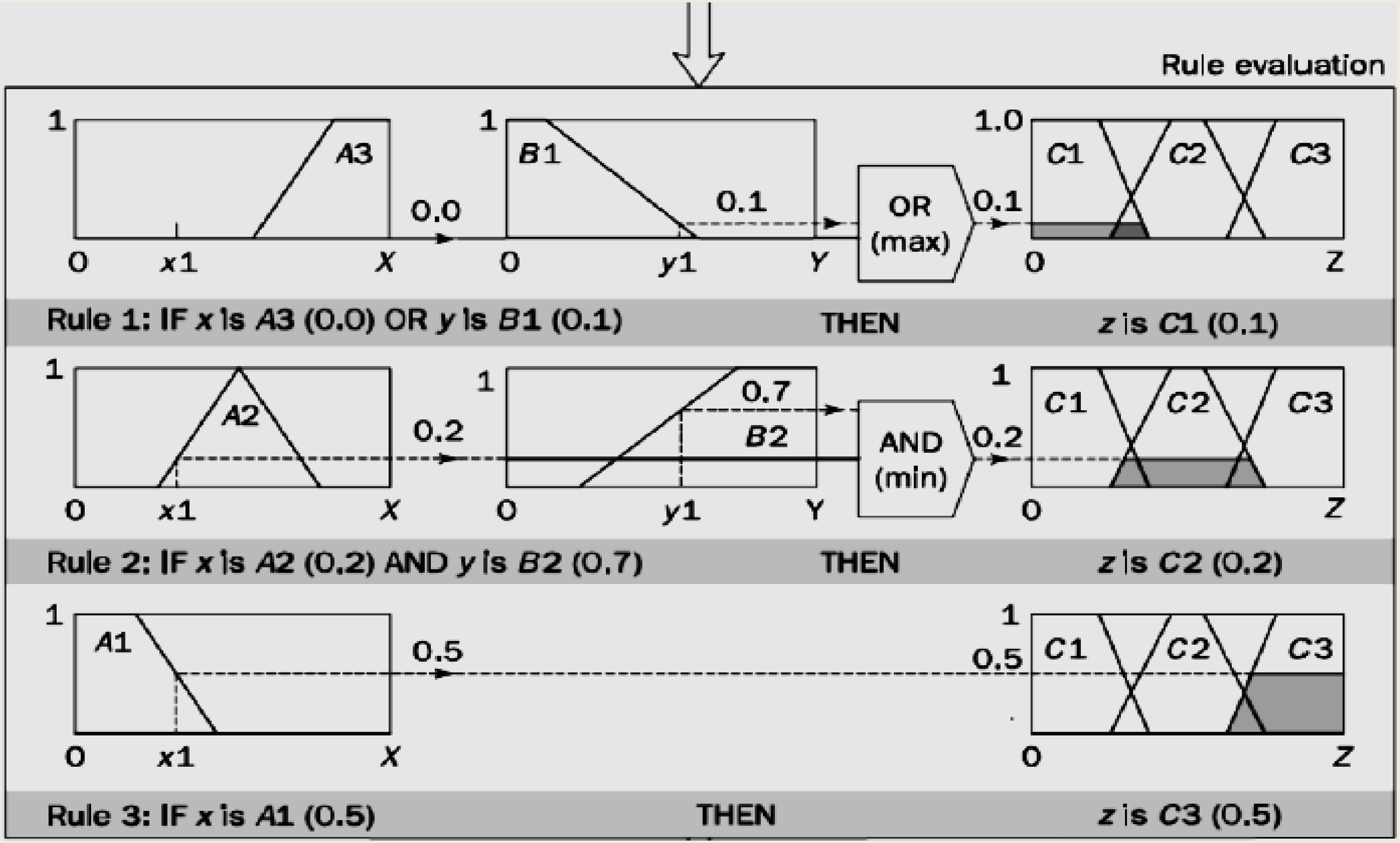
R1 : si X est A1 alors Z est C3

R2 : si X est A2 **ET** Y est B2 alors Z est C2

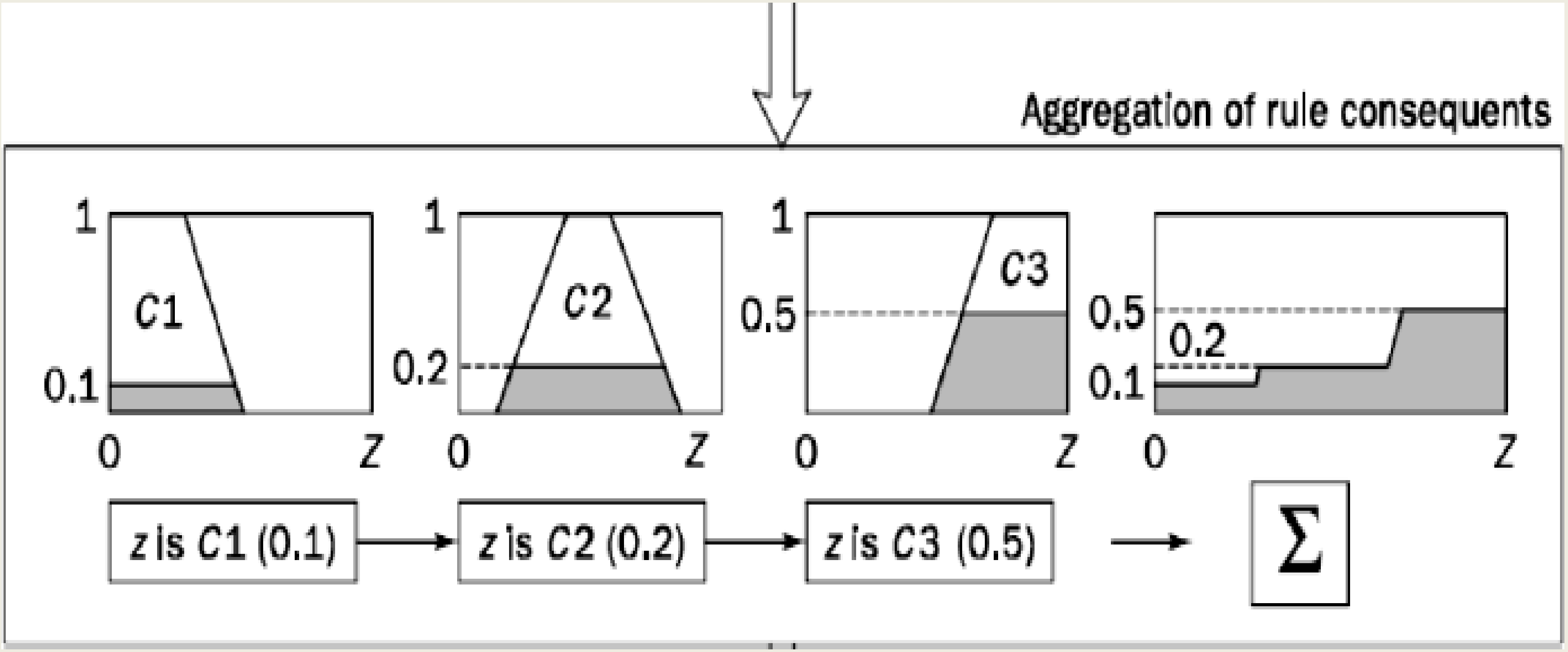
R3 : si X est A3 **OU** Y est B1 alors Z est C1



2) Pour chaque règle activée, trouver la fonction d'appartenance de la conclusion.(**Implication = Min**)

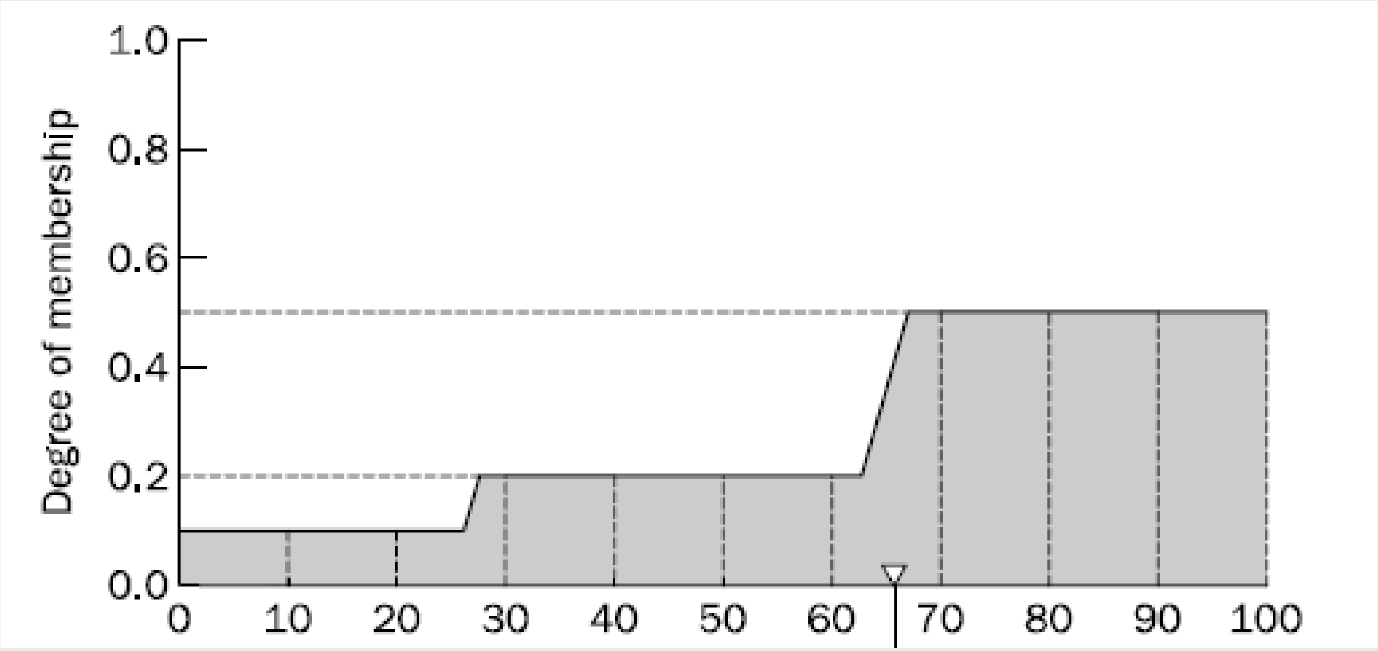


3) Agrégation des conclusions (ou entre les règles =Max)

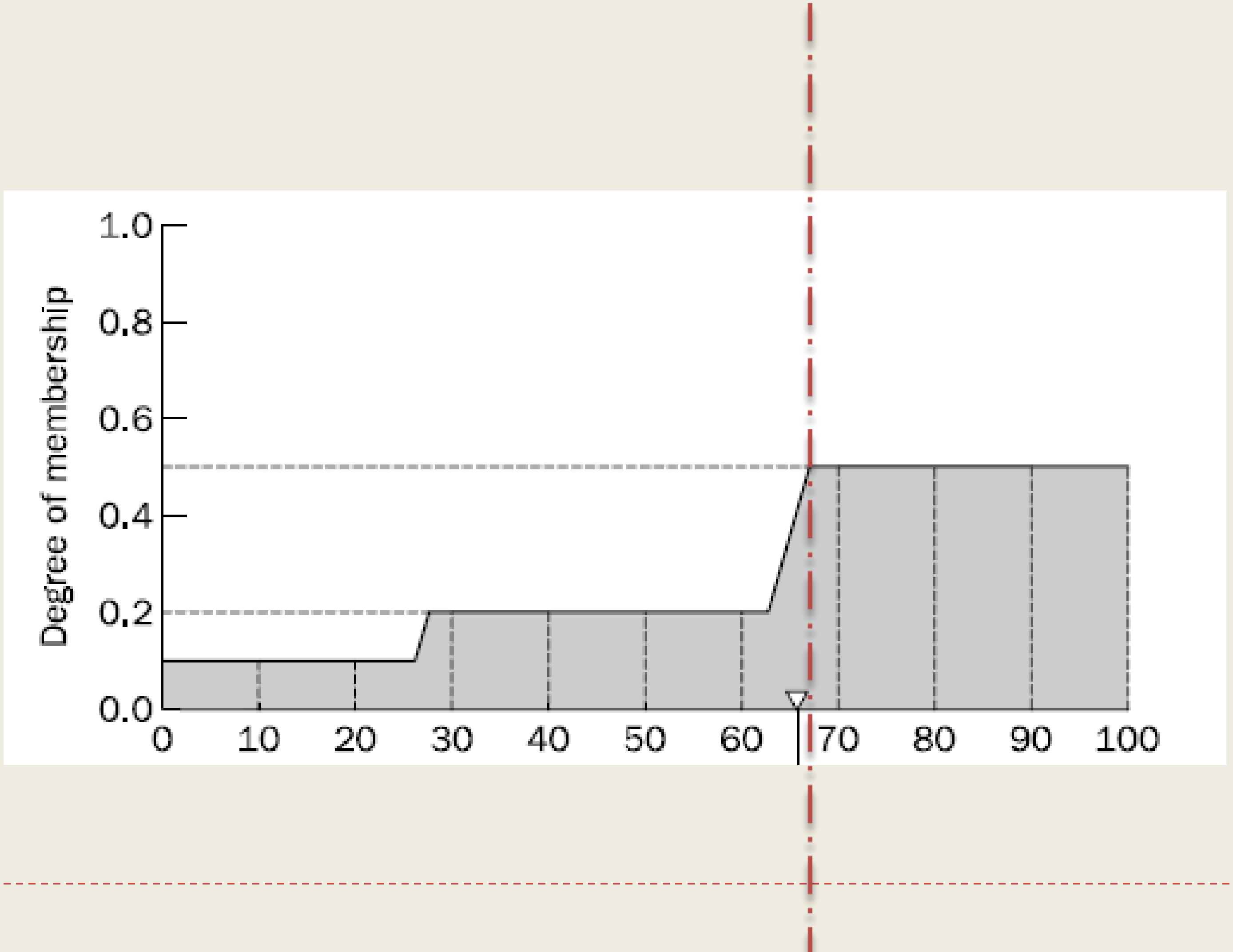


4) Défuzzification

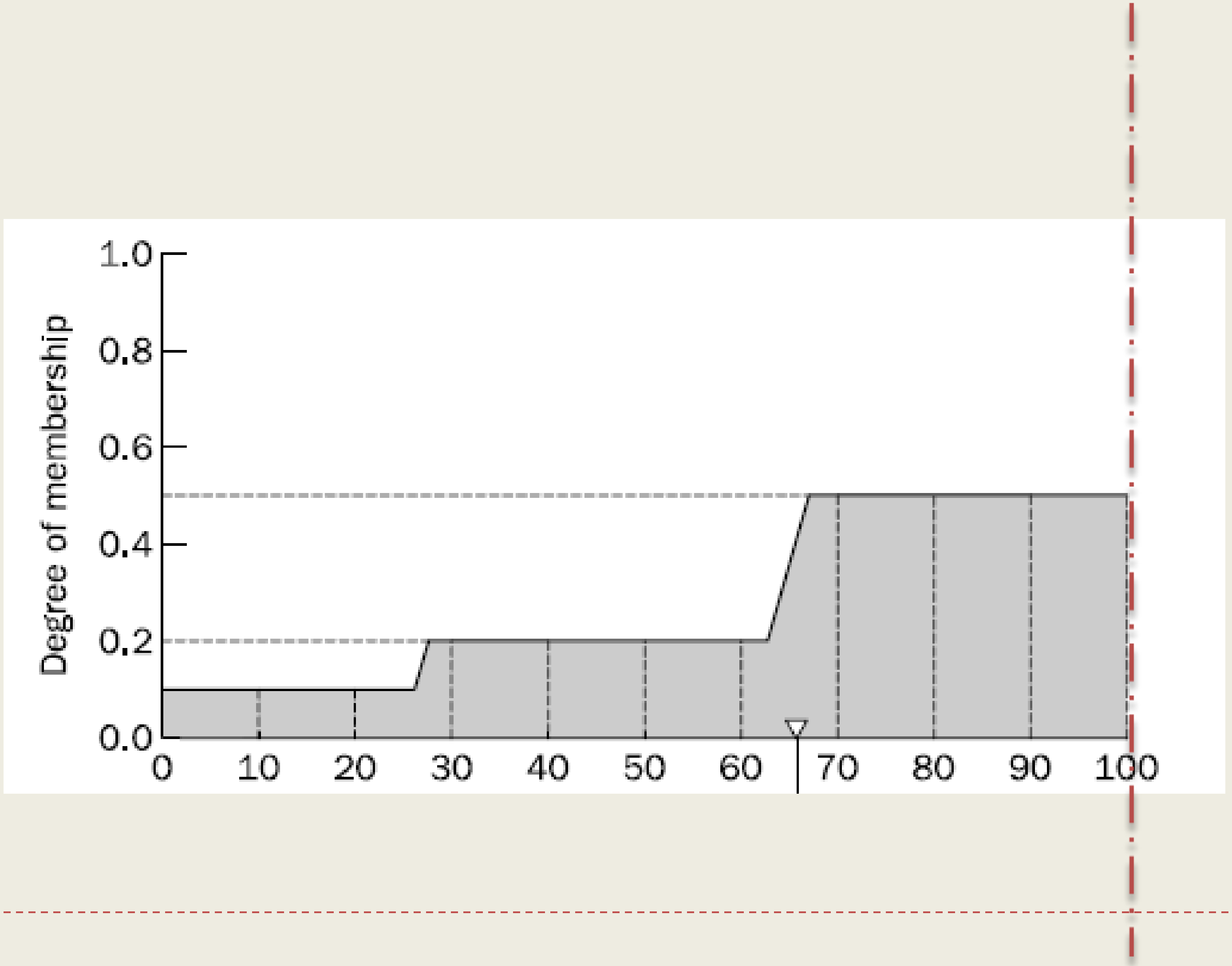
Appliquons les différentes méthodes: SOM, MOM, LOM, COG



4) Défuzzification : SOM

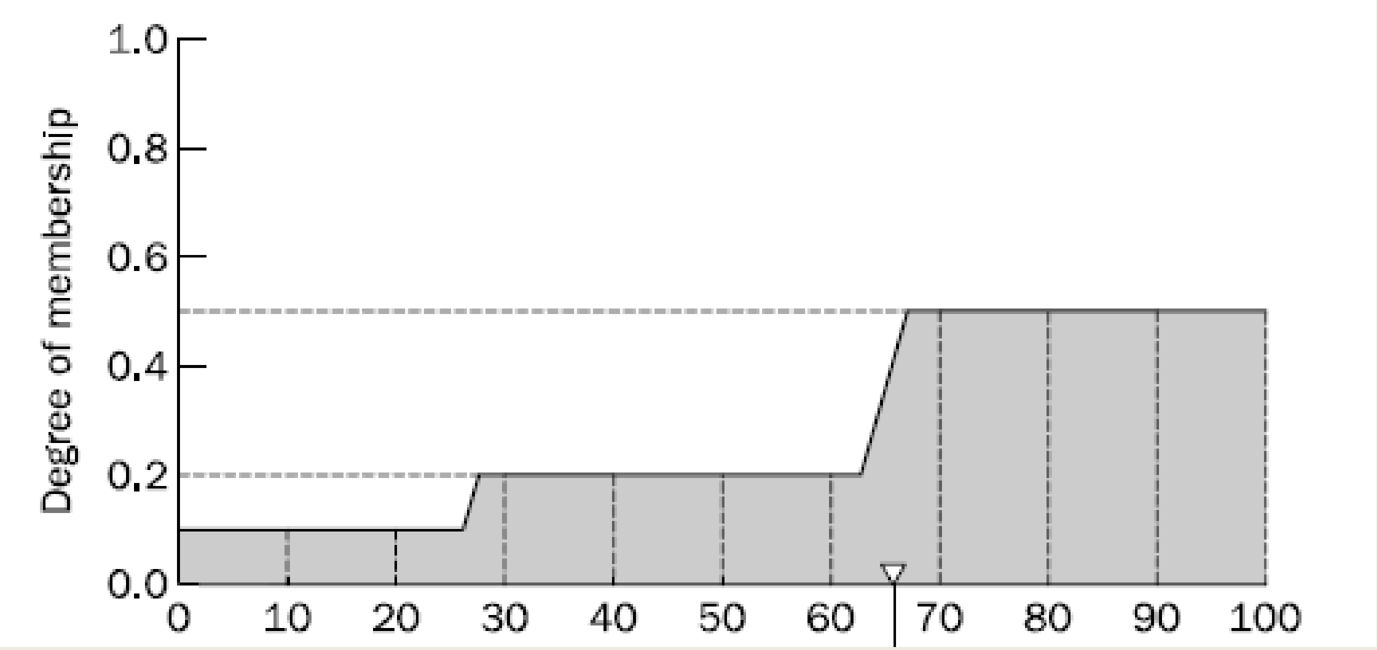


4) Défuzzification : LOM



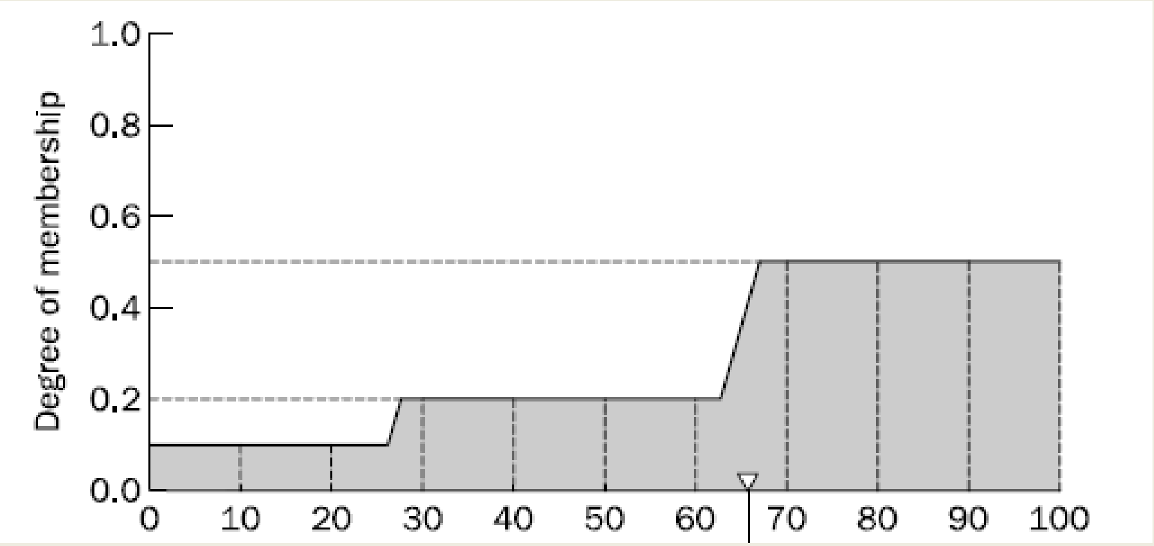
4) Défuzzification : MOM

MOM = (SOM+LOM) /2



4) Défuzzification : COG

$$\mathrm{COG} = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)}$$



$$\mathrm{COG} = \frac{(0+10+20)\times 0.1+(30+40+50+60)\times 0.2+(70+80+90+100)\times 0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5}$$
$$= 67.4$$

Processus de développement d’un système expert flou

1. Spécifier le problème et définir les variables linguistiques.
2. Déterminer les ensembles flous.
3. Construire les règles floues.
4. Implémentation
5. Évaluation et ajustement du système (étape la plus délicate).

Exemple

Control flou d'un ventilateur de maison

Description du problème: « On veut concevoir un SIF pour contrôler un ventilateur de maison . Le SIF ajuste la vitesse du ventilateur en fonction de la Température et de l'Humidité de l'air dans la maison. »

Entrées? Sorties?   du contrôleur flou

Control flou d'un ventilateur de maison

Description du problème: « On veut concevoir un SIF pour contrôler un ventilateur de maison . Le SIF ajuste la vitesse du ventilateur en fonction de la Température et de l'Humidité de l'air dans la maison. »

- **variables linguistiques**: Température, Humidité , Vitesse du ventilateur

  T(Température)={faible , moyen, élevé} U= [0,40]

  T(Humidité)={humide, sec} U= [50,100]

  T(vitesse)={lente, moyen, rapide} U= [0,100]

Control flou d'un ventilateur de maison

Température		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle

Control flou d'un ventilateur de maison

Température		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Faible Moyen Elevé	F M E	[0,18] [15,25] [22,40]

Control flou d'un ventilateur de maison

Température		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Faible Moyen Elevé	F M E	[0,18] [15,25] [22,40]

Humidité		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Sec Humide	S H	[50,84] [68,100]

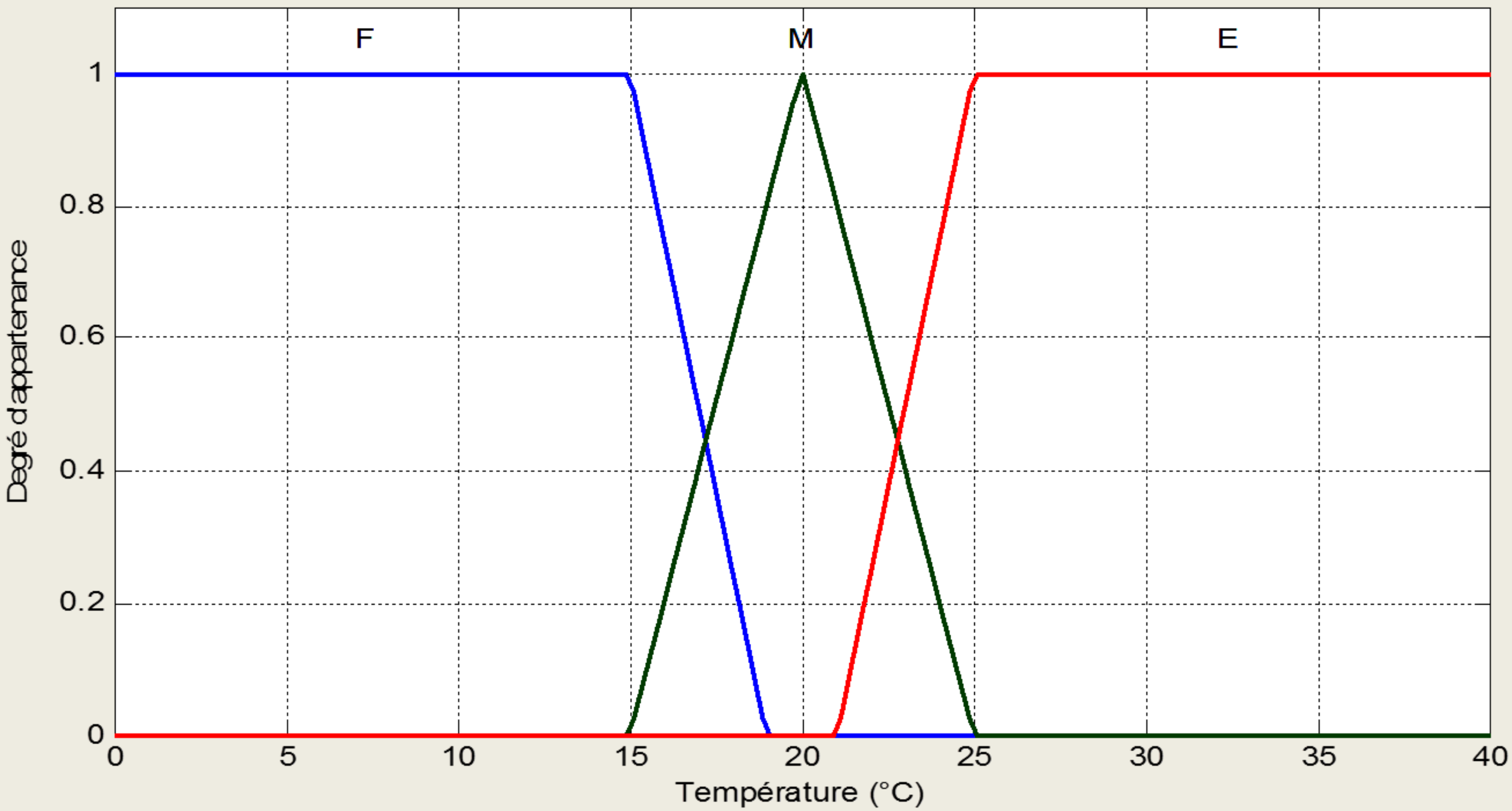
Control flou d'un ventilateur de maison

Température		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Faible Moyen Elevé	F M E	[0,18] [15,25] [22,40]

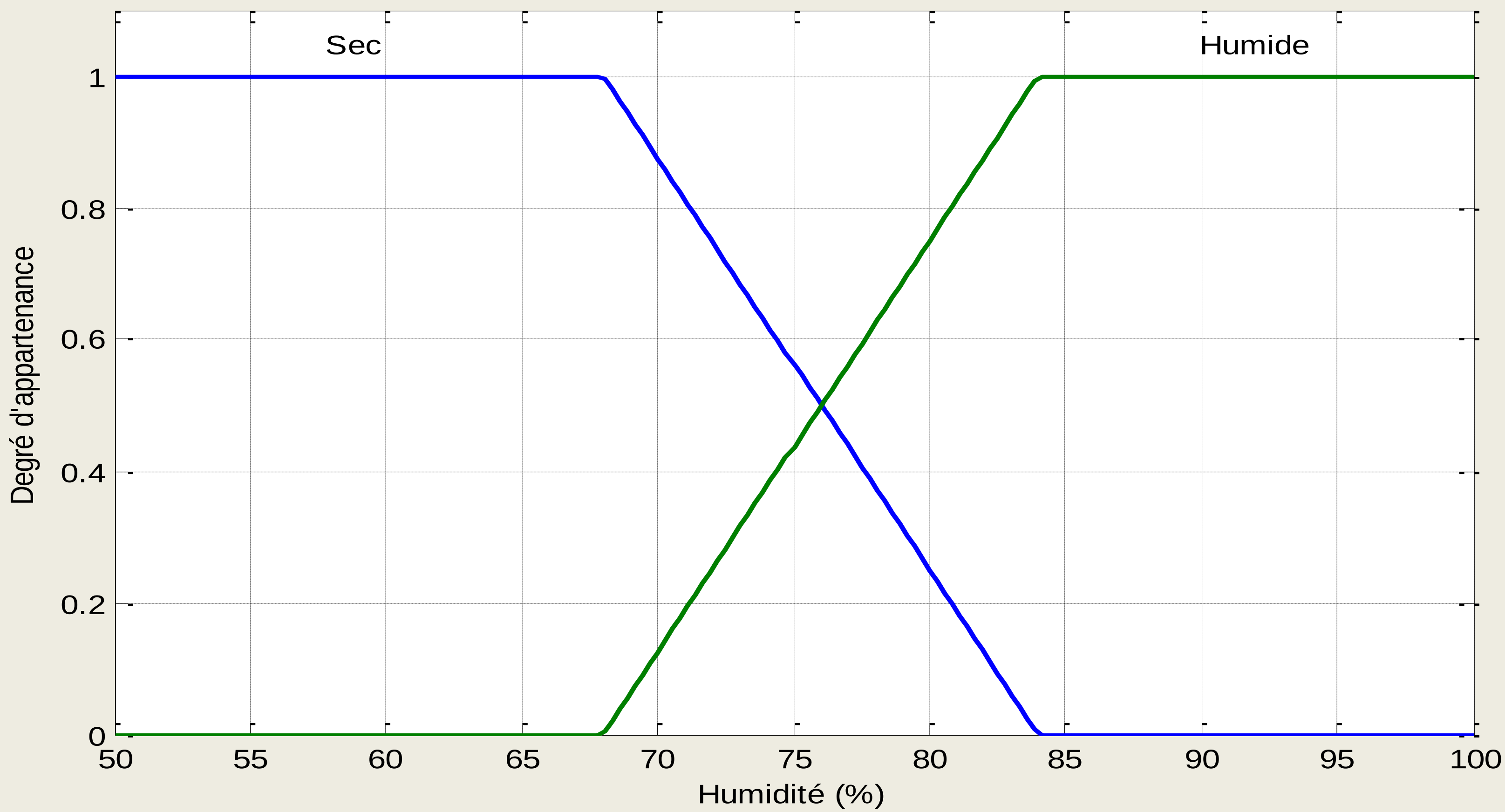
Humidité		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Sec Humide	S H	[50,84] [68,100]

Vitesse		
Ensemble Flou	Notation	Intervalle
Lente Moyenne Rapide	L M R	[0,40] [30,70] [60,100]

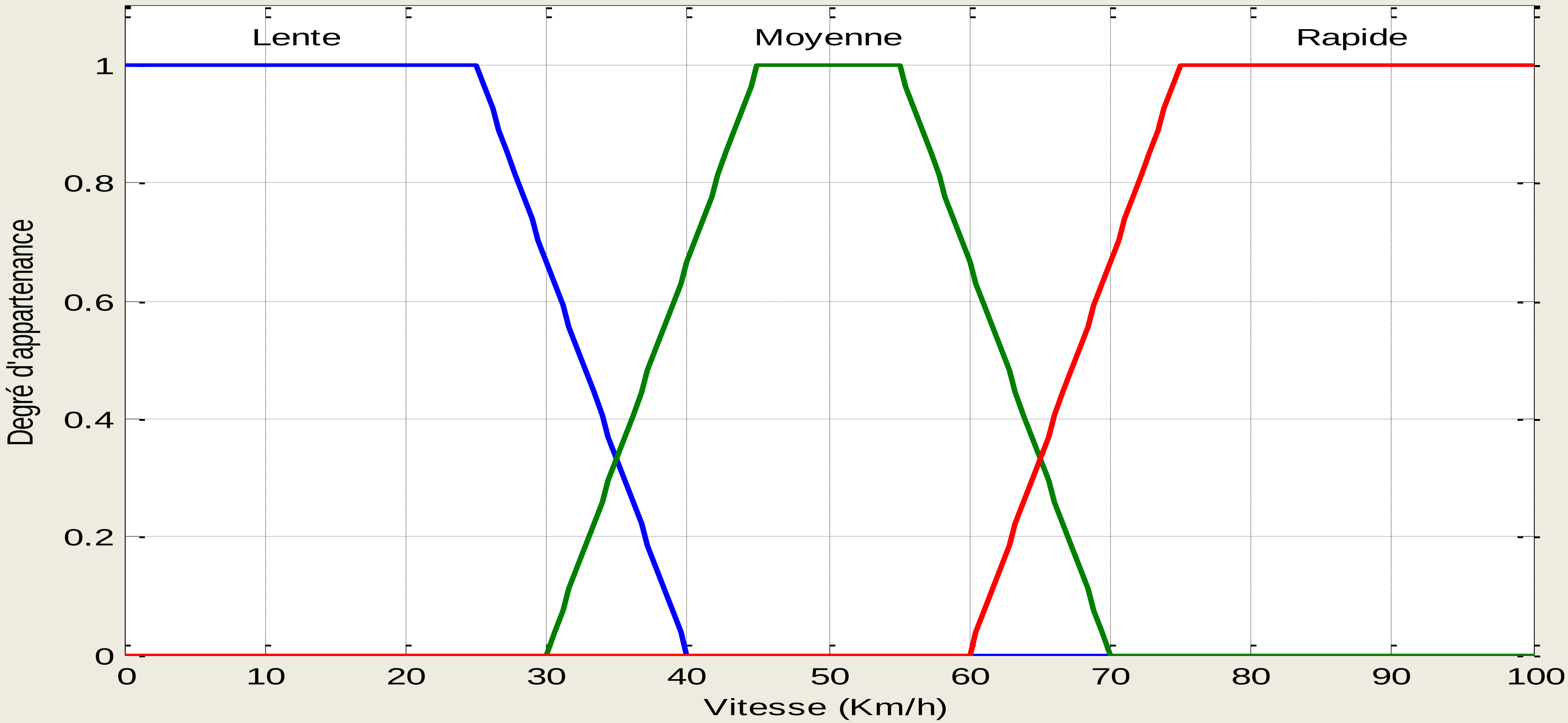
Fonctions d'appartenance



Fonctions d'appartenance



Fonctions d'appartenance



Base des règles

R1: **Si** Temp est Faible ou Hum est Sec **Alors** Vitesse est Lente

R2: **Si** Temp est Moyenne et Hum est Humide **Alors** Vitesse est Moyenne

R3: **Si** Temp est Elevée **Alors** Vitesse est Rapide

Base des règles

R1: **Si** Temp est Faible ou Hum est Sec **Alors** Vitesse est Lente

R2: **Si** Temp est Moyenne et Hum est Humide **Alors** Vitesse est Moyenne

R3: **Si** Temp est Elevée **Alors** Vitesse est Rapide

Humidité / Température	Sec	Humide
Faible	Lente	Lente
Moyenne	Lente	Moyenne
Elevé	Rapide	Rapide

EXERCICE

Maison intelligente

Stores automatisés :

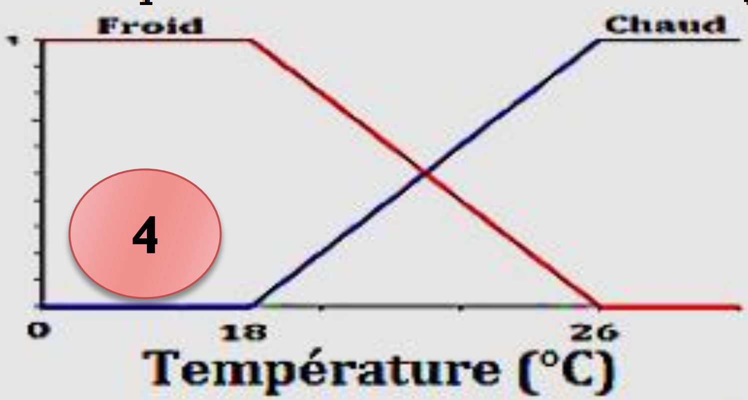
Calculer la hauteur si: **(T=4 & E=48)**

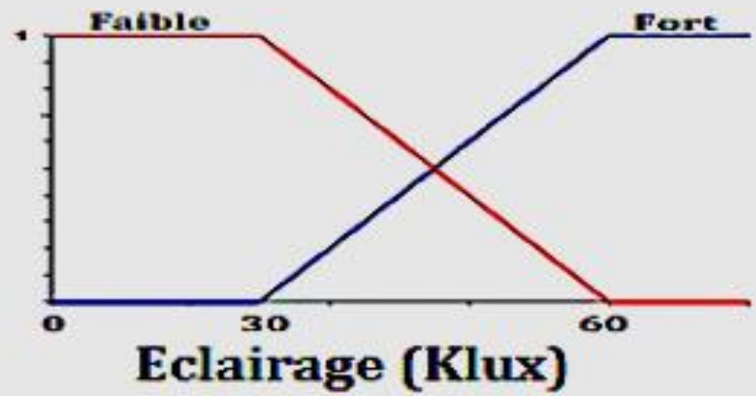
Si Température est Froid et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté

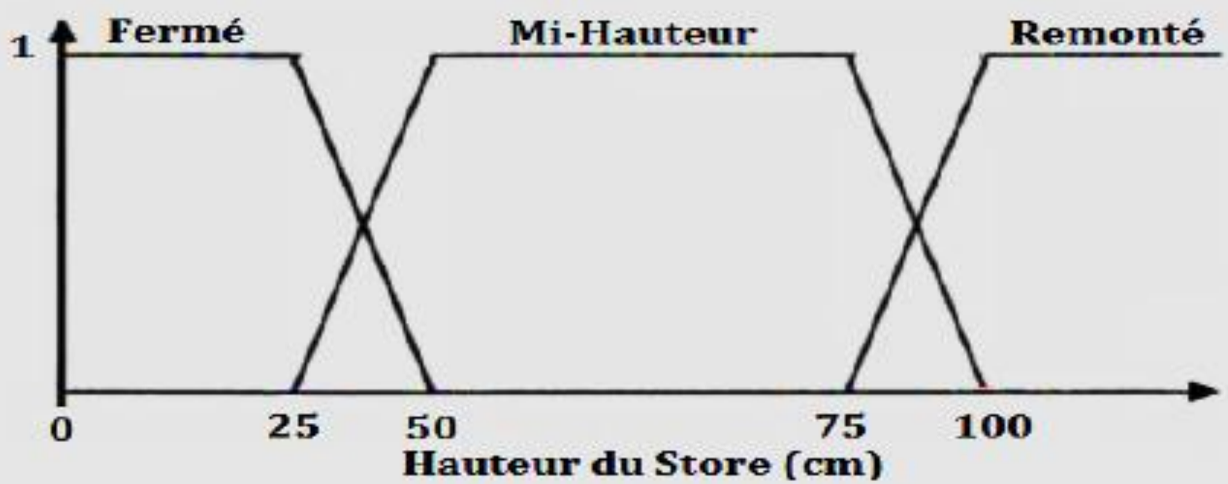
Si Température est Chaud et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté

Si Température est Froid et Eclairage est Fort Alors Store est Mi-Hauteur

Si Température est Chaud et Eclairage est Fort Alors Store est Fermé

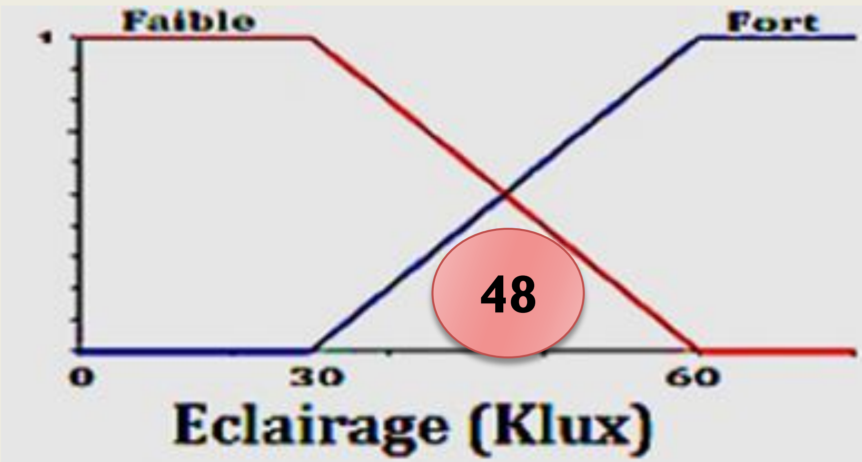


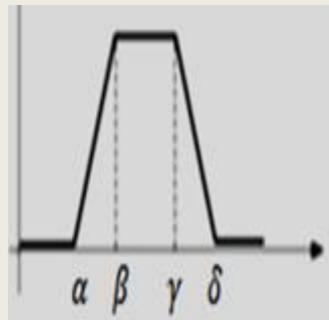




Fuzzification des entrées numériques (T=4 & E=48)

- $\mu_{Froid}(4) = 1 \ \mu_{chaud}(4) = 0$

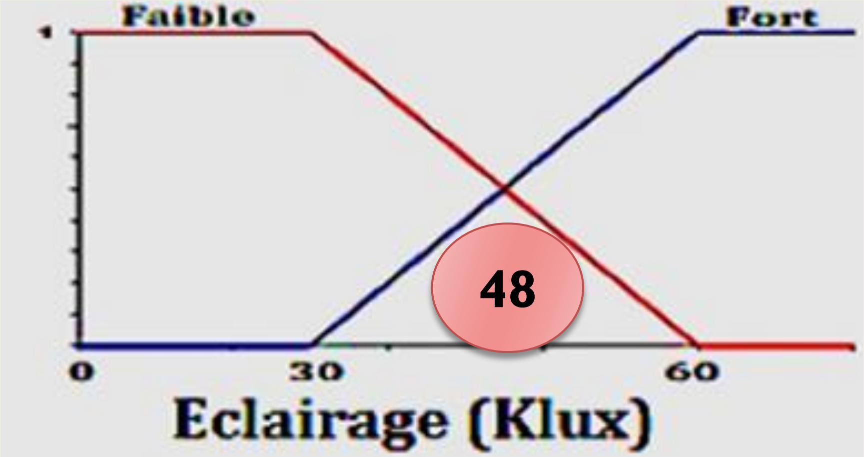


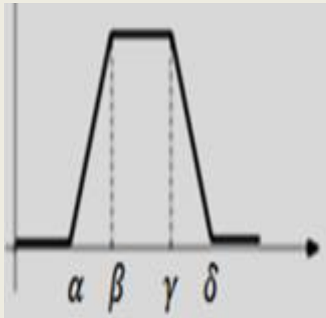


$$\Pi(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x < \beta \\ 1 & \beta \leq x < \gamma \\ \dfrac{x-\delta}{\gamma-\delta} & \gamma \leq x < \delta \\ 0 & x \geq \delta \end{cases}$$

Fuzzification des entrées numériques (T=4 & E=48)

- $\mu_{Froid}(4) = 1$ $\mu_{chaud}(4) = 0$





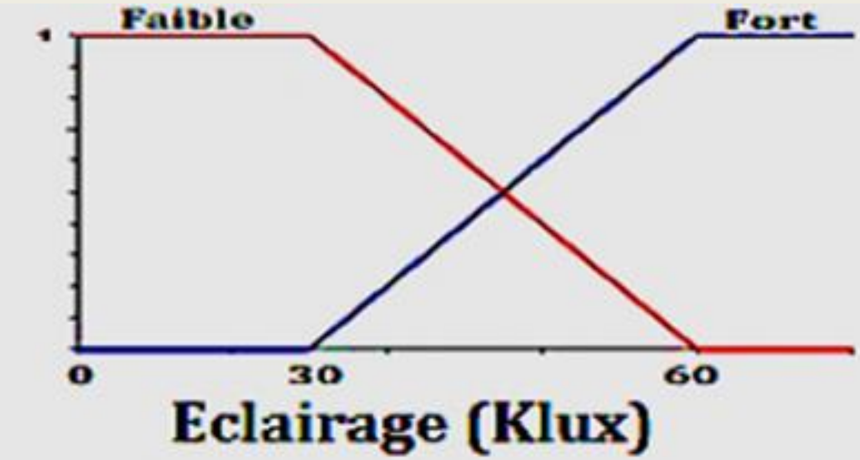
$$\Pi(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \le x < \beta \\ 1 & \beta \le x < \gamma \\ \dfrac{x-\delta}{\gamma-\delta} & \gamma \le x < \delta \\ 0 & x \ge \delta \end{cases}$$

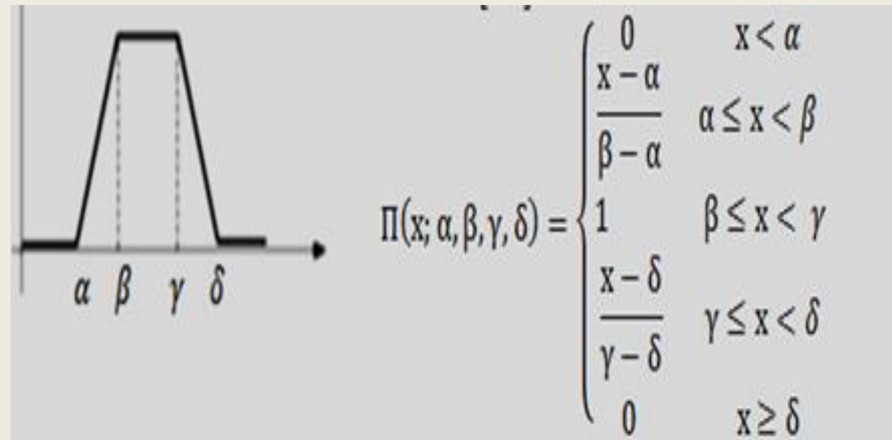
- $\mu_{Faible}(48) = \dfrac{48-60}{30-60} = 0{,}4$

$\mu_{Fort}(48) = \dfrac{48-30}{60-30} = 0{,}6$

Calcul des degrés d'activation des règles

$\mu_{Froid}(4) = 1 \quad \mu_{chaud}(x) = 0$



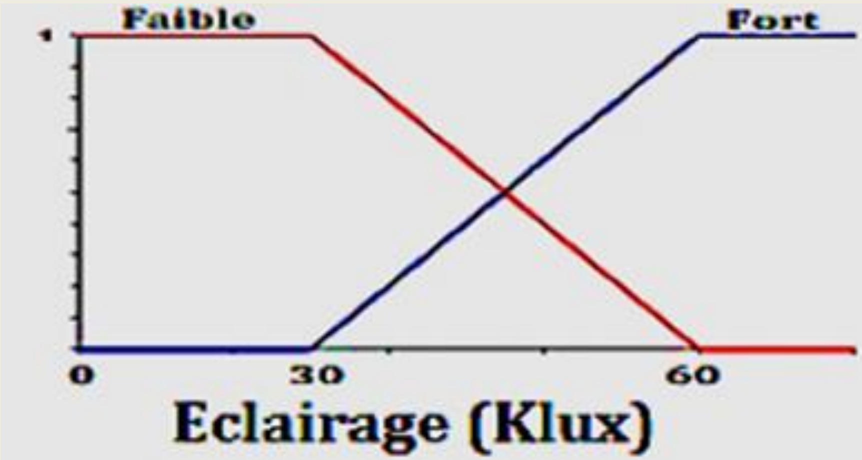


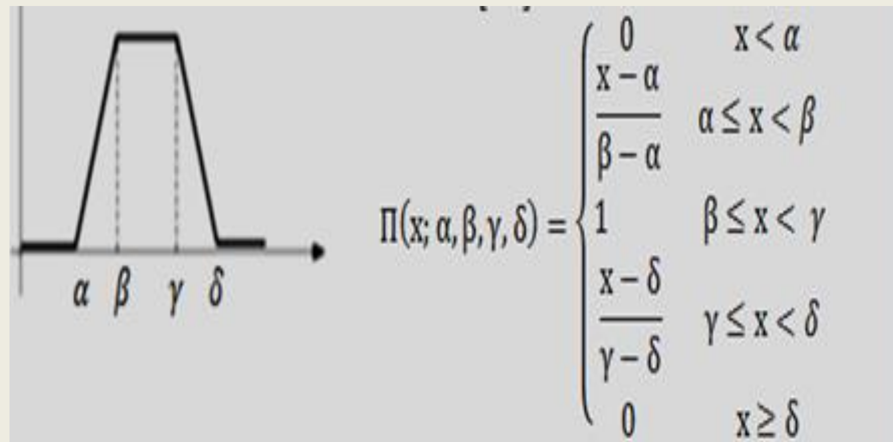
$\mu_{Faible}(48) = \frac{48-60}{30-60} = 0{,}4 \qquad \mu_{Fort}(48) = \frac{48-30}{60-30} = 0{,}6$

Si Température est Froid et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté
Si Température est Chaud et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté
Si Température est Froid et Eclairage est Fort Alors Store est Mi-Hauteur
Si Température est Chaud et Eclairage est Fort Alors Store est Fermé

Calcul des degrés d'activation des règles

$\mu_{Froid}(4) = 1 \quad \mu_{chaud}(x) = 0$



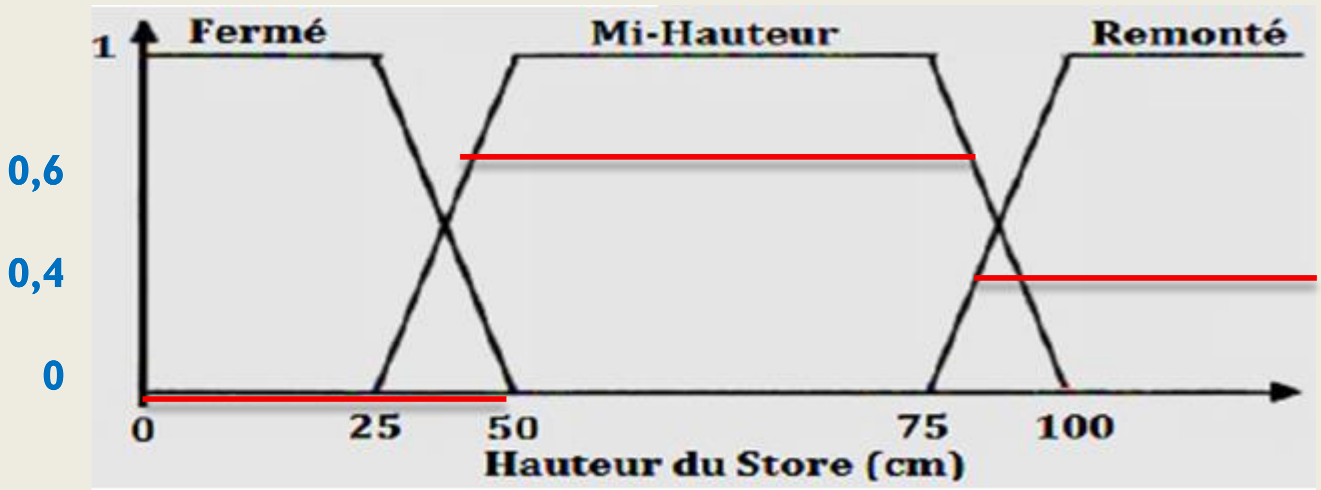


$$\mu_{Faible}(48) = \frac{48-60}{30-60} = 0,4 \qquad \mu_{Fort}(48) = \frac{48-30}{60-30} = 0,6$$

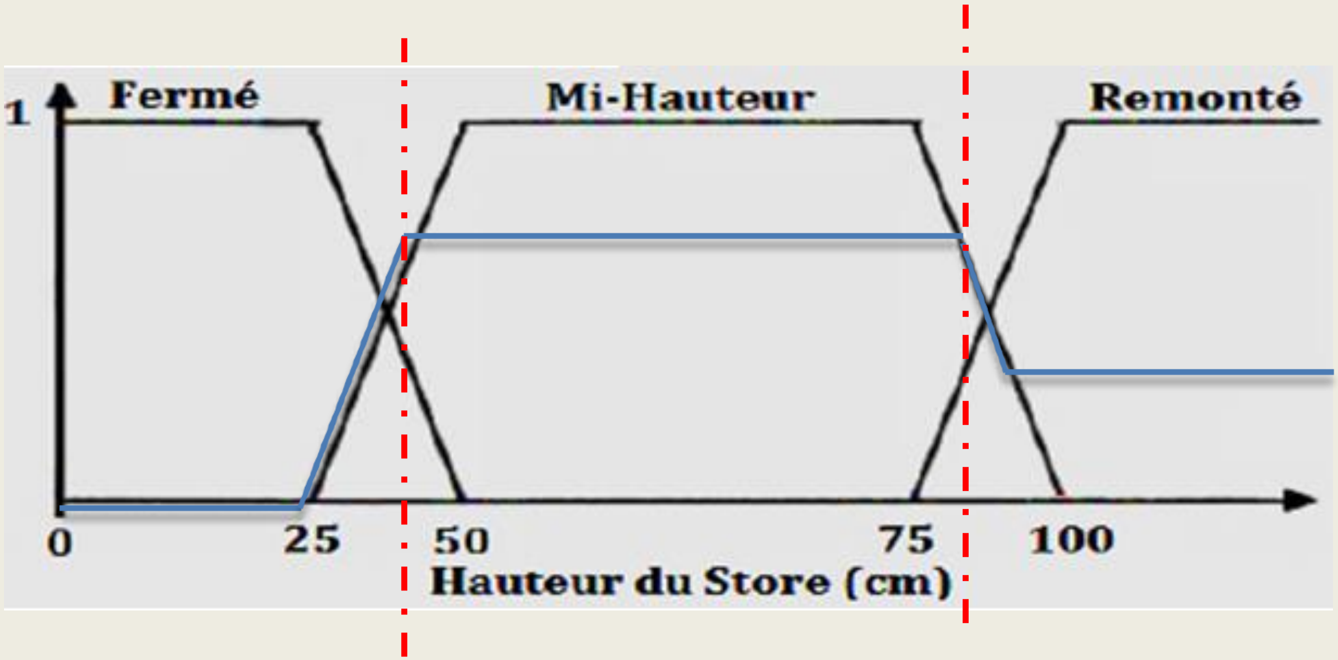
Si Température est Froid et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté	**0,4**
Si Température est Chaud et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté	**0**
Si Température est Froid et Eclairage est Fort Alors Store est Mi-Hauteur	**0,6**
Si Température est Chaud et Eclairage est Fort Alors Store est Fermé	**0**

Fonctions d’appartenance des conclusions

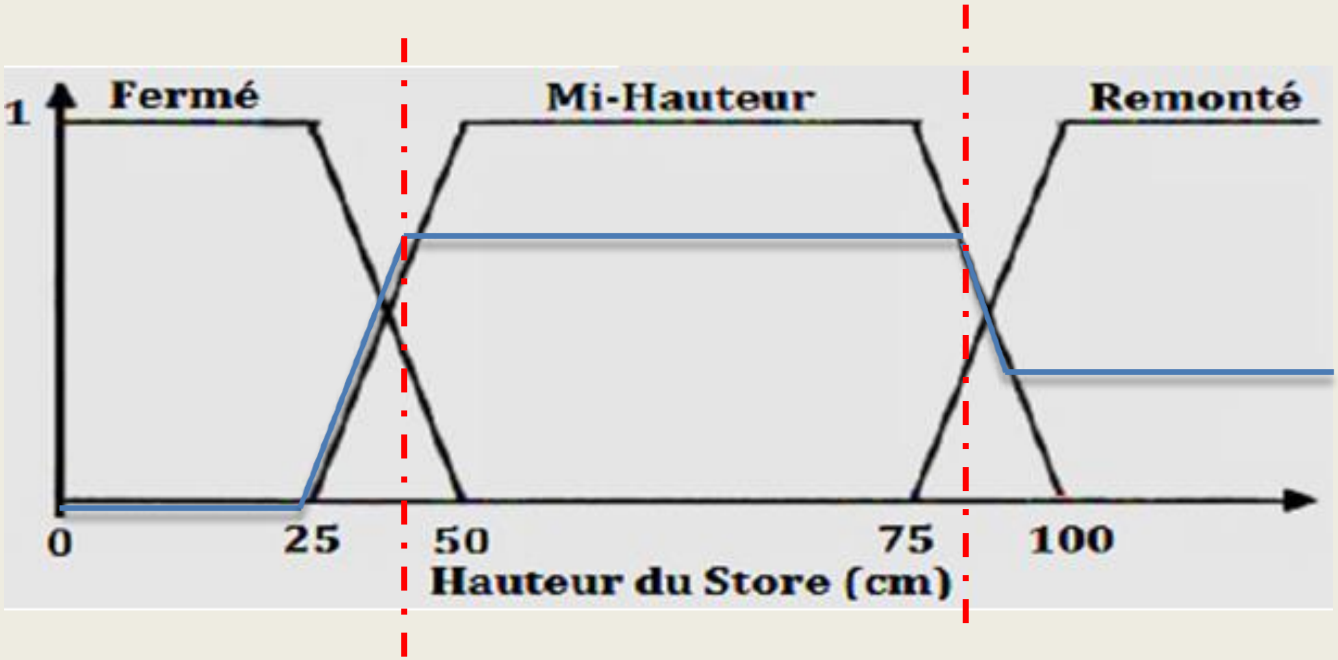
Si Température est Froid et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté	0,4
Si Température est Chaud et Eclairage est Faible Alors Store est Remonté	0
Si Température est Froid et Eclairage est Fort Alors Store est Mi-Hauteur	0,6
Si Température est Chaud et Eclairage est Fort Alors Store est Fermé	0



Agrégation des sorties , Défuzzification SOM & LOM



Agrégation des sorties , Défuzzification SOM & LOM



$$\frac{x-25}{50-25} = 0{,}6 \qquad Alors\ \ SOM = 40 \qquad \frac{x-100}{75-100} = 0{,}6 \quad Alors\ \ LOM = 85$$

Système d’inférence floue

SIF de Type TSK

Pourquoi ?

- Un scientifique a toujours besoin d'estimer si les conditions actuelles d'un système conviennent pour appliquer des formules mathématiques déjà bien connues.
- Le système d'inférence floue capable d'imiter ce type de raisonnement humain est celui créé par les chercheurs ***Takagi, Sugeno et Kang*** qu'ils dénomment *système TSK*
- Par rapport au modèle de Mamdani, le format de **la partie conséquent** des règles est changé.

Règles TSK

- La sortie d'une règle TSK **est numérique** (constante, polynôme , équation différentielle, etc.):

$$\boldsymbol{Si}\ f(\ x_1 est\ A_1\ , x_2 est\ A_2\ , \ldots , x_k\ est\ A_k)\ \boldsymbol{ALORS}\ y = g(x_1, x_2, .., x_k)$$

Règles TSK

$$\boldsymbol{Si}\ \boldsymbol{f}(\ x_1 est\ A_1\ , x_2 est\ A_2\ , \dots , x_k\ est\ A_k)\ \boldsymbol{ALORS}\ y = g(x_1, x_2, .., x_k)$$

- f **fonction logique** qui relie les propositions de la partie prémisse.

Règles TSK

- $\boldsymbol{Si}\ f(\, x_1 est\ A_1\ , x_2 est\ A_2\ , \dots , x_k\ est\ A_k)\ \boldsymbol{ALORS}\ y = \boldsymbol{g}(x_1, x_2, \dots, x_k)$
- f fonction logique qui relie les propositions de la partie prémisse.
- $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_k}$ variables de la **partie prémisse** et qui apparaissent aussi dans la **partie conséquence**.
- g est la fonction qui permet de calculer la sortie y

Règles TSK

- Quand la fonction **g est linéaire**:

$$\mathbf{Si\ f(\ x_1 est\ A_1\ , x_2 est\ A_2\ , \ldots , x_k\ est\ A_k) ALORS\ y = p_0 + p_1 x_1 + \cdots + p_k x_k}$$

- Dans un modèle **TSK d'ordre zéro**, y est **une constante** c'est-à-dire $p_1 = p_2 \ldots = p_k = 0$, et les règles sont de la forme:

$$\text{Si } f(\ x_1 \text{est } A_1\ , x_2 \text{est } A_2\ , \ldots , x_k \text{ est } A_k)\ \text{ALORS}\ \mathbf{y = p_0}$$

Règles TSK

- Puisque la variable de sortie est déjà numérique, aucune **défuzzification** n'est nécessaire.
- De ce point de vue, les systèmes TSK sont **plus efficaces** que les systèmes linguistiques.

Agrégation dans TSK

- La sortie, y, d'un système TSK composé de r règles d'inférence se calcule en utilisant la moyenne arithmétique pondérée:

$$\mathrm{y} = \frac{\sum_{\mathrm{l}=1}^{\mathrm{r}} |\mathrm{y}=y_l| \times y_l}{\sum_{\mathrm{l}=1}^{\mathrm{r}} |\mathrm{y}=y_l|}$$

- y_l dénote la conclusion obtenue par la règle l
- $|\mathrm{y} = y_l|$ dénote le degré d'accomplissent de la règle l.

Exemple d'un SIF de Type TSK d'ordre 0

Contrôle flou d'une machine à laver

- Sur le marché, il existe déjà des machines à laver utilisant des systèmes de contrôle flou (chez LG, Samsung, etc.).
- Pour une machine à laver, les **caractéristiques de la charge de linge** constituent les entrées du contrôleur flou par exemple:
  - Degré de saleté
  - Poids
  - Types de tissu

…

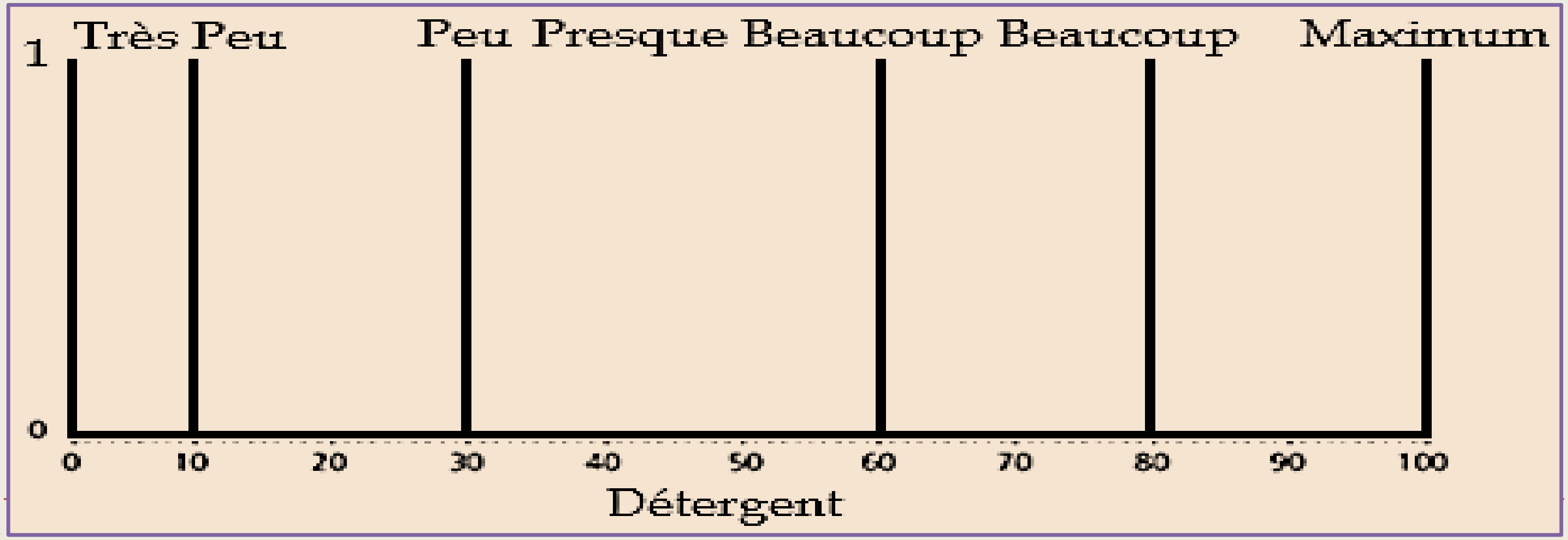
Contrôle flou d'une machine à laver

- Sur le marché, il existe déjà des machines à laver utilisant des systèmes de contrôle flou (chez LG, Samsung, etc.).
- Pour une machine à laver, les caractéristiques de la charge de linge constituent les entrées du contrôleur flou …
- Selon ces données, on peut contrôler certains **paramètres de lavage** tel que :
  - la quantité du détergent
  - la quantité de l'eau
  - le temps de lavage
  - la consommation d'électricité, etc.

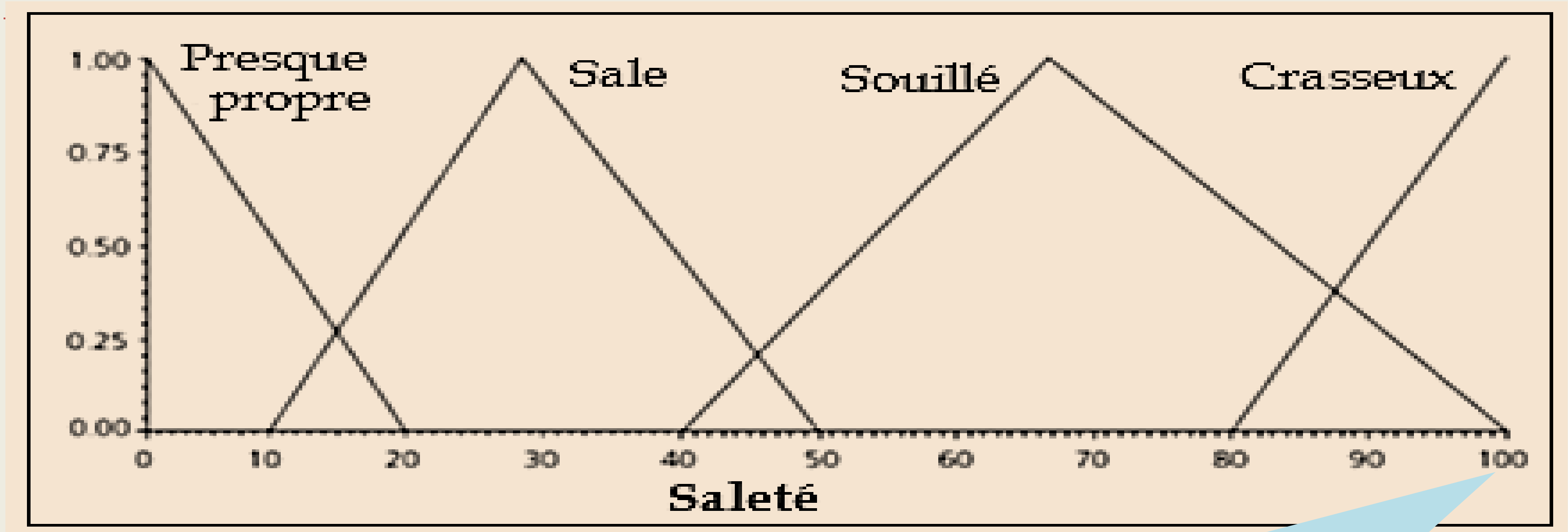
Contrôle flou d’une machine à laver

- Considérons une **machine à laver hypothétique** : on suggère de contrôler **la quantité du détergent** en fonction du **poids** et de la **saleté** du linge.
- Les quantités du détergent permises sont:

10, 30, 60, 80, 100.

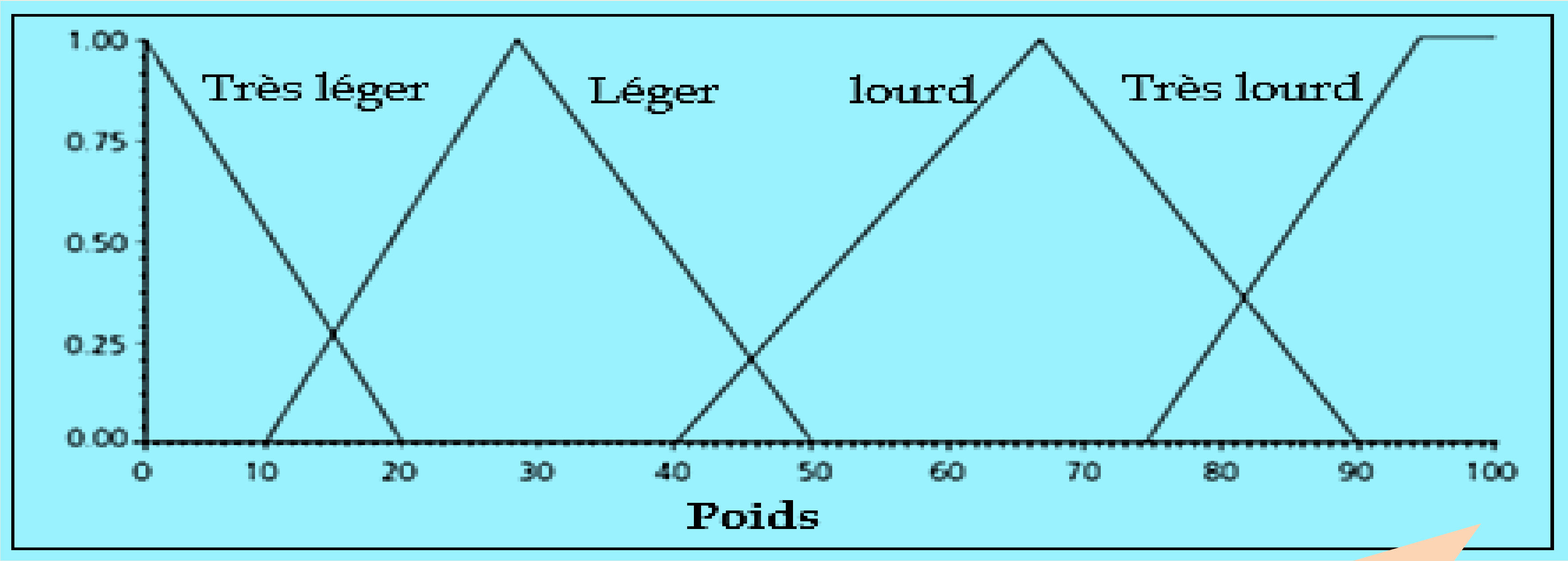


Les entrées du SIF: saleté



les lave-linges mesurent grâce à une cellule optique infrarouge et durant le premier rinçage le degré de propreté de l'eau.

Les entrées du SIF : poids



… mesuré par rapport à la capacité maximum de la machine à laver

4x4 règles conjonctives

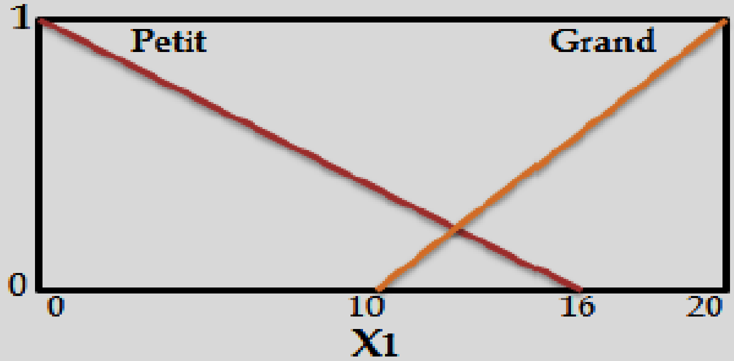
Poids / Saleté	*Très léger*	*Léger*	*Lourd*	*Très lourd*
Presque propre	Très peu	Peu	Presque beaucoup	Presque beaucoup
Sale	Peu	Peu	Presque beaucoup	Beaucoup
Souillé	Presque beaucoup	Presque beaucoup	Beaucoup	Maximum
Crasseux	Beaucoup	Presque beaucoup	Beaucoup	Maximum

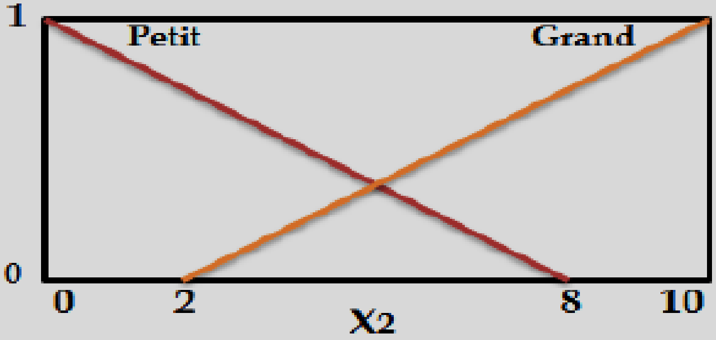
Si **Saleté** est **presque propre** ET **poids** et **très léger** alors **détergent** = **très peu**

SIF de Type TSK: Application Numérique

Exemple (Sugeno et al.)

Un SIF possède deux entrées x_1 et x_2 et une sortie y. Les fonctions d'appartenance de x_1 et x_2 aux ensembles flous *Petit* et *Grand* sont montrées par la figure ci-dessous.





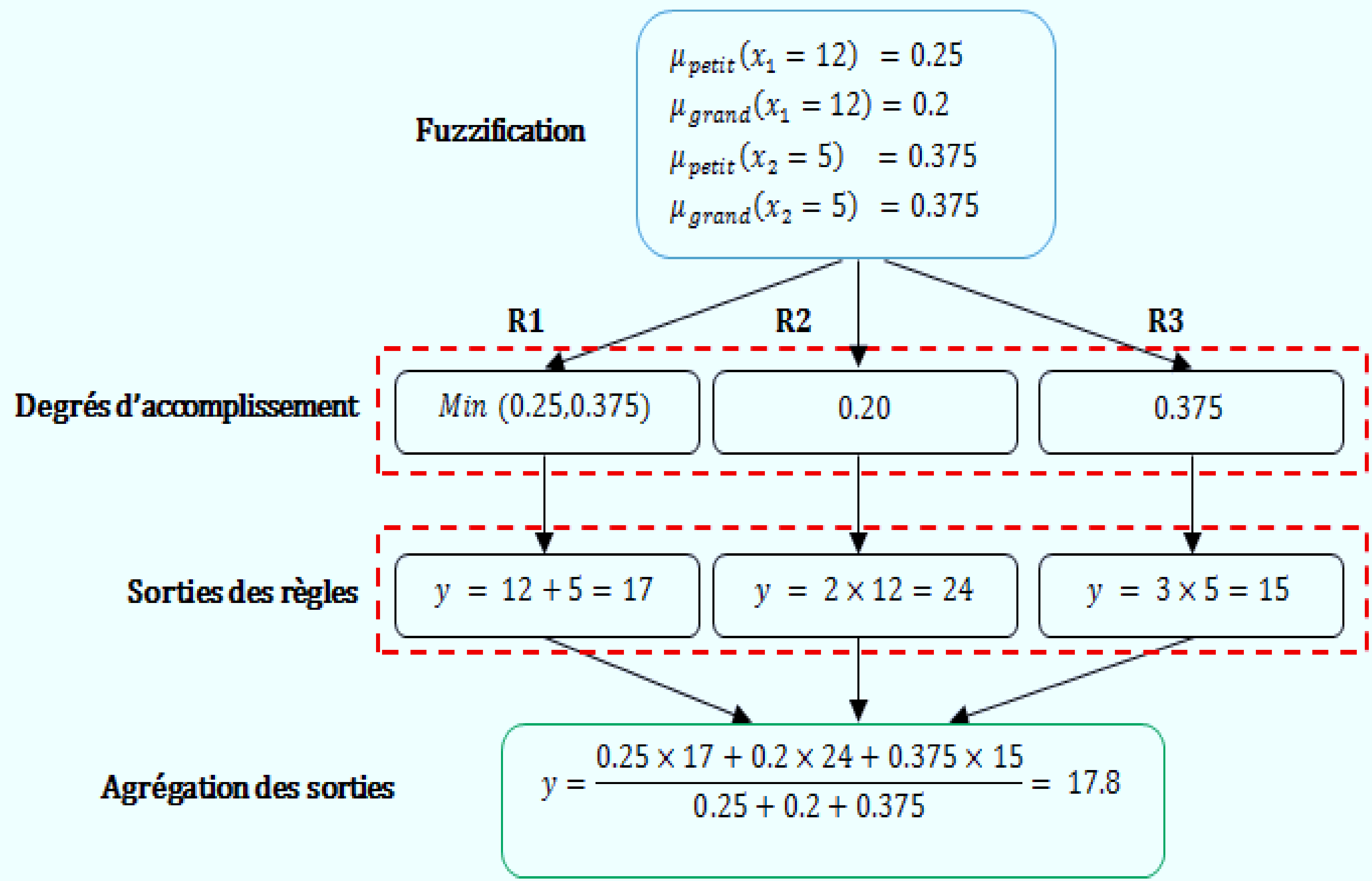
La Base des règles utilisée est la suivante :

R1:	SI x_1 est petit ET x_2 est petit	ALORS	$y = x_1 + x_2$
R2:	SI x_1 est grand	ALORS	$y = 2x_1$
R3:	SI x_2 est grand	ALORS	$y = 3x_2$

Considérons que $x_1 = 12$ et $x_2 = 5$.

1. Donner le résultat de l'étape de fuzzification.
2. Quel est le degré d'activation (ou d'accomplissement) de chaque règle.
3. Calculer la sortie obtenue par chaque règle.
4. Faites agréger les sorties des règles afin de trouver la sortie du système.

Corrigé


Fuzzification
$\mu_{petit}(x_1 = 12) = 0.25$
$\mu_{grand}(x_1 = 12) = 0.2$
$\mu_{petit}(x_2 = 5) = 0.375$
$\mu_{grand}(x_2 = 5) = 0.375$
R1
R2
R3
Degrés d'accomplissement
$Min\ (0.25{,}0.375)$
0.20
0.375
Sorties des règles
$y = 12 + 5 = 17$
$y = 2 \times 12 = 24$
$y = 3 \times 5 = 15$
Agrégation des sorties
$y = \dfrac{0.25 \times 17 + 0.2 \times 24 + 0.375 \times 15}{0.25 + 0.2 + 0.375} = 17.8$

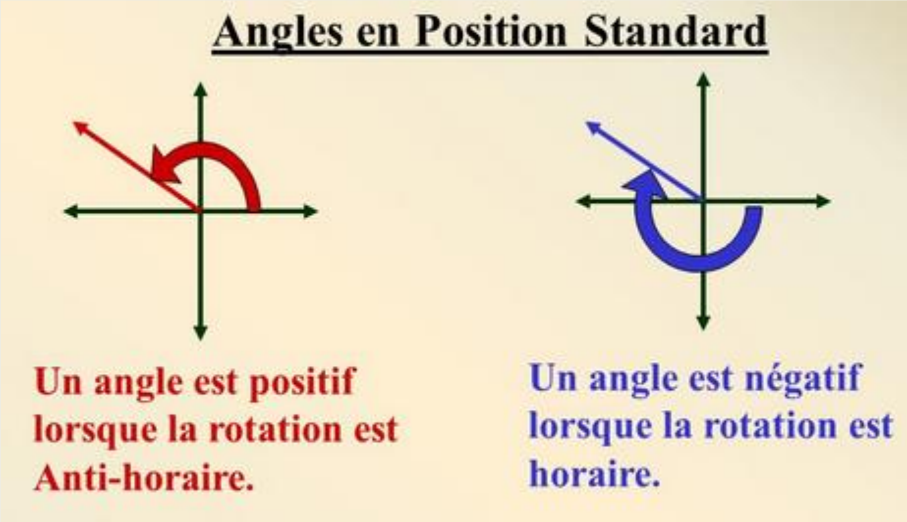
Maison Intelligente -- Suite

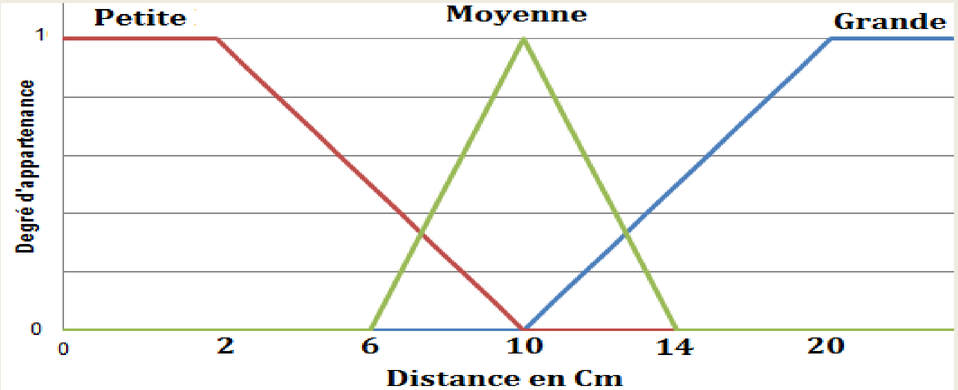
Le **robot aspirateur** évite les obstacles en utilisant un SIF qui en fonction de la distance de l'obstacle ajuste l'angle de rotation :

Si la distance est petite alors l'angle est -10°

Si la distance est moyenne alors l'angle est 0°

Si la distance est grande alors l'angle est +10°





Calculer l'angle de rotation si l'obstacle se trouve à une distance de:

4 cm, 10 cm et 11.5 cm

Exemple expérimental

Contrôleur flou pour la navigation d'un robot mobile de type voiture

Le robot voiture RobuCar utilisé dans les expérimentations

N. Ouadah, et al."Implémentation d'un contrôleur flou pour la navigation d'un robot mobile de type voiture". Troisième Congres francophone, MAJECSTIC 2005, 16-18 Novembre 2005, Rennes (France).

- Afin de réaliser la **commande intelligente de la navigation autonome** d'un robot de type voiture, un régulateur flou est utilisé :
- Les entrées :
  - l'erreur de position (E_Pos)
  - l'erreur angulaire (E_Ang).
- Les sorties (nécessaires pour atteindre une position désirée):
  - la vitesse de translation
  - l'angle de braquage

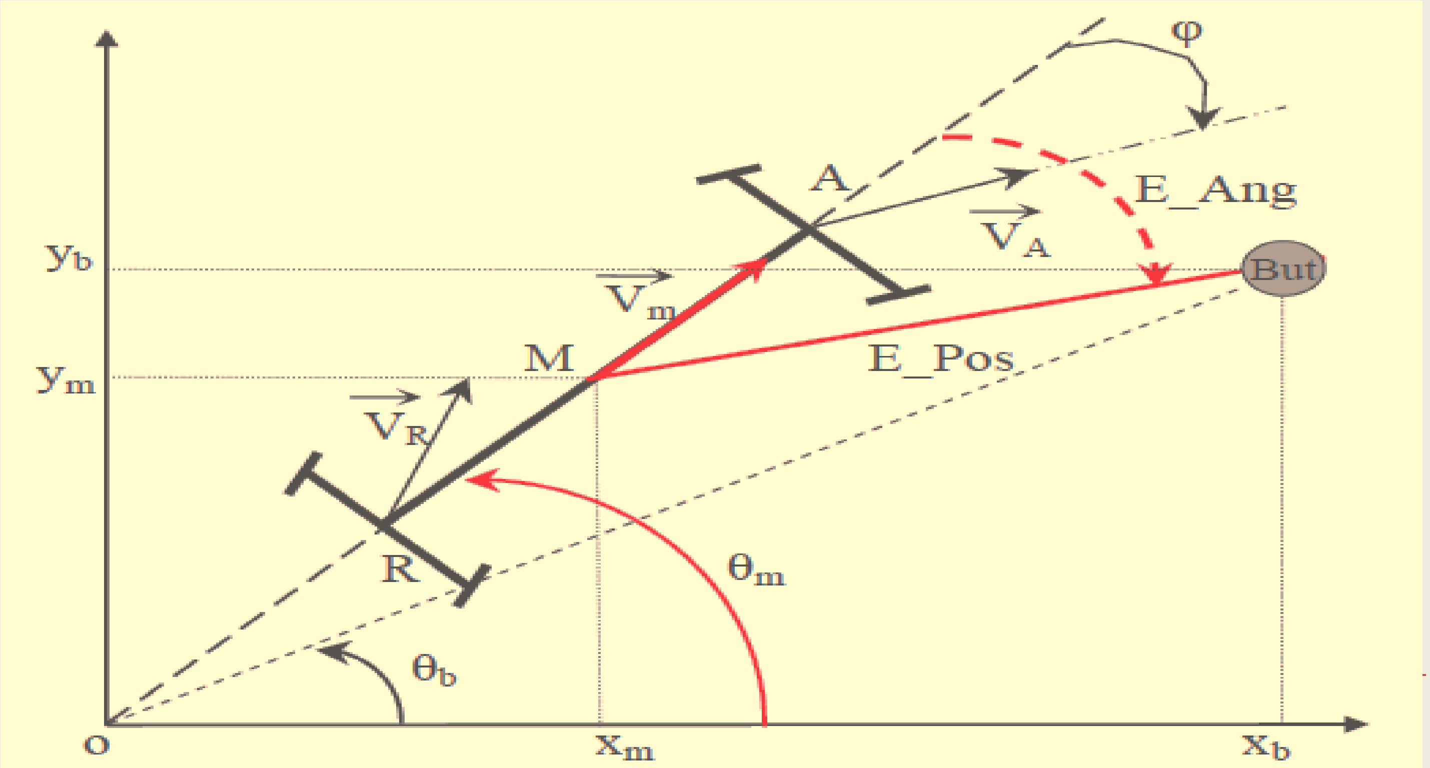
$$E_{pos} = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \qquad E_{Ang} = \theta_m - \theta \quad Tel\ que \begin{cases} D_x = X_b - X_m \\ D_y = Y_b - Y_m \\ \theta = \tan^{-1}(D_y, D_x) \end{cases}$$

(X_m, Y_m, θ_m) : position et orientation du robot.

(X_b, Y_b, θ_b) : position et orientation du but.

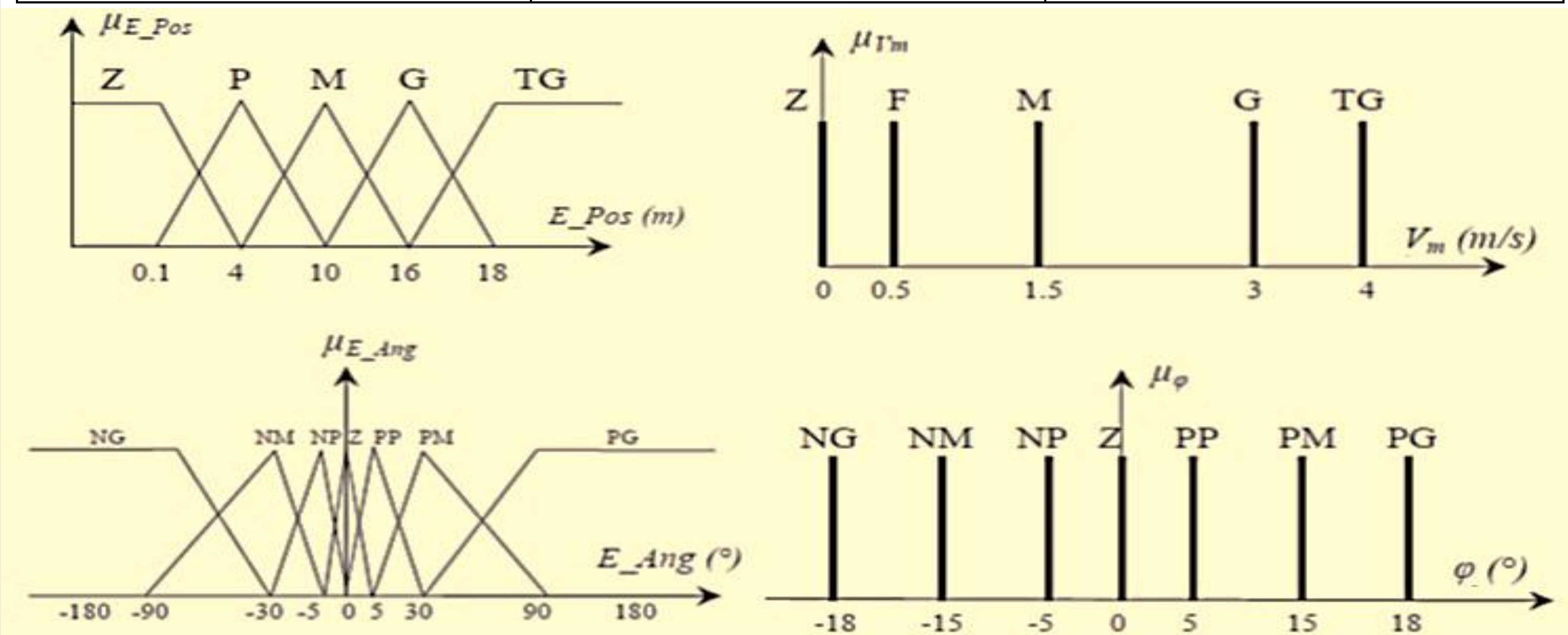
V_m : vitesse de translation du robot

φ : angle de braquage du robot



Les termes utilisés dans la description des différentes variables linguistiques sont :

Z : Zéro	P : Petite	PP : Positive Petite
M : Moyenne	G : Grande	PG : Positive Grande
NG : Négative Grande	F : Faible	
NP : Négative Petite	TG : Très grande	
PM : Positive Moyenne	NM : Négative Moyenne	



			Erreur Angulaire (*E_Ang*)						
			NG	NM	NP	Z	PP	PM	PG
Erreur de Positin (*E_Pos*)	Z	φ	*PM*	*PP*	*Z*	*Z*	*Z*	*NP*	*NM*
		V_m	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*
	P	φ	*PG*	*PG*	*PM*	*Z*	*NM*	*NG*	*NG*
		V_m	*F*	*F*	*F*	*F*	*F*	*F*	*F*
	M	φ	*PM*	*PM*	*PP*	*Z*	*NM*	*NG*	*NG*
		V_m	*F*	*F*	*M*	*M*	*M*	*F*	*F*
	G	φ	*PM*	*PP*	*PP*	*Z*	*NP*	*NP*	*NM*
		V_m	*F*	*M*	*G*	*G*	*G*	*M*	*F*
	TG	φ	*PM*	*PM*	*PP*	*Z*	*NP*	*NM*	*NM*
		V_m	*F*	*M*	*G*	*TG*	*G*	*M*	*F*