2.1. Introduction

Nous avons jusqu'à présent considéré l'eau interstitielle comprise dans les pores du sol comme étant à l'état stationnaire. Dans ce chapitre, l'accent sera mis sur les mouvements de l'eau dans les sols.

La perméabilité est le paramètre clef caractérisant l'écoulement de l'eau dans les sols. Pour introduire ce paramètre nous serons amenés à définir au préalable un certains nombre de notions telles que la vitesse fictive, la charge hydraulique ou bien le gradient hydraulique.

2.2. Définitions.

2.2.1. Hypothèses de bases

L'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols repose sur les deux hypothèses suivantes :

• le sol est saturé,

• l'eau et les grains sont incompressibles.

De plus, nous traiterons dans ce cours uniquement du cas des régimes permanents, c'est-à-dire des écoulements stabilisés pour lesquels la vitesse et la pression de l'eau en tous points du massif sont indépendantes du temps (par opposition, on appelle régime transitoire un régime non stabilisé où la pression et la vitesse de l'eau varient avec le temps).

2.2.2. Vitesse de l'eau dans les sols

L'eau qui s'écoule dans un sol circule dans les interstices entre les grains qui forment des canaux de tailles variables. Les trajectoires réelles des filets liquides sont assez tortueuses (Fig. 2.1a) et il n'est pas possible de définir les vitesses réelles de l'eau. Comme on s'intéresse essentiellement au mouvement global du fluide on définit des trajectoires fictives rectiligne (Fig. 2.1b ; c) et des vitesses moyennes.

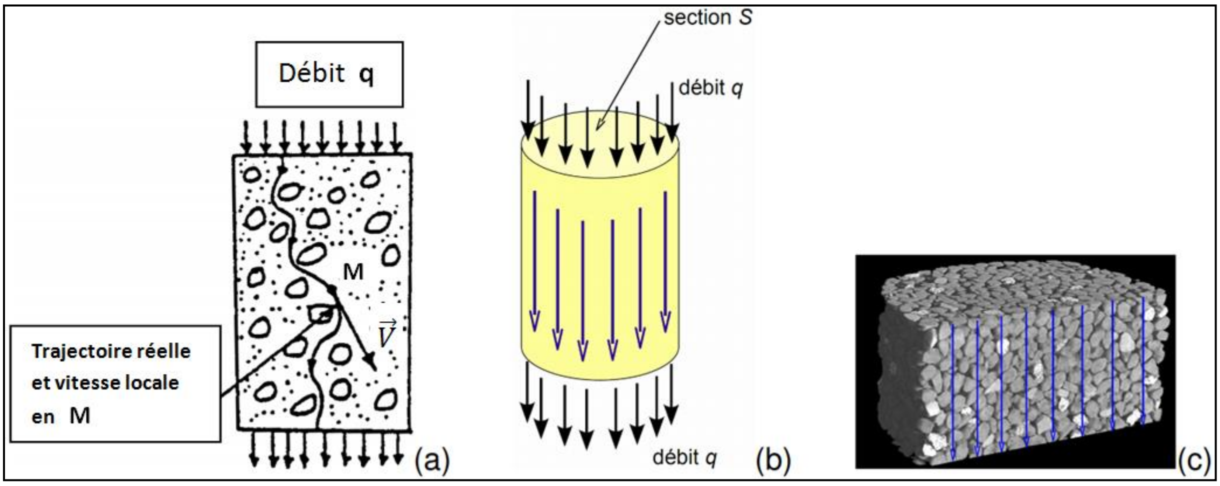


Figure 2.1 - (a) Illustration de la vitesse réelle de l'eau s'écoulant à travers un sol.

- (b & c) hypothèse d'un milieu homogène où les filets d'eau sont rectilignes pour la définition de la vitesse fictive (vitesse de Darcy).

Pour les calculs on définit la vitesse fictive moyenne (ou vitesse de Darcy) υ :

$$\upsilon = \frac{q}{s},$$

où q est le débit de l'eau s'écoulant dans un tube de sol au travers d'une surface d'aire totale S (grains + vides) telle que défini sur la figure 2.1b.

2.2.3 Charge hydraulique et perte de charge

Charge hydraulique

La charge hydraulique représente l'énergie d'une particule fluide de masse unité. On évalue la charge hydraulique h_M en un point M par l'équation de Bernoulli :

$$h_M = \frac{v_M^2}{2g} + \frac{u_M}{\gamma w} + z_M$$

où :

• v_M est la vitesse de l'eau au point M,

• u_M est la pression de l'eau en M, ici $\frac{u_M}{\gamma w}$ est directement mesuré par la hauteur d'eau dans un tube piézométrique (ou piézomètre), (figure 2.2).

• z_M altitude du point M par rapport à un plan de référence,

• g est l'accélération de la pesanteur.

La charge hydraulique s'exprime en hauteur de colonne d'eau (longueur).

Dans les sols la vitesse de l'eau v_M est en général faible et le terme $\frac{v_M^2}{2g}$ (représentant l'énergie cinétique de l'eau) est alors négligeable par rapport aux autres termes $\frac{u_M}{\gamma w} + z_M$ (correspondant à l'énergie potentielle de l'eau).

On utilise donc en général l'expression suivante de la charge :

$$h_M = \frac{u_M}{\gamma w} + z_M$$

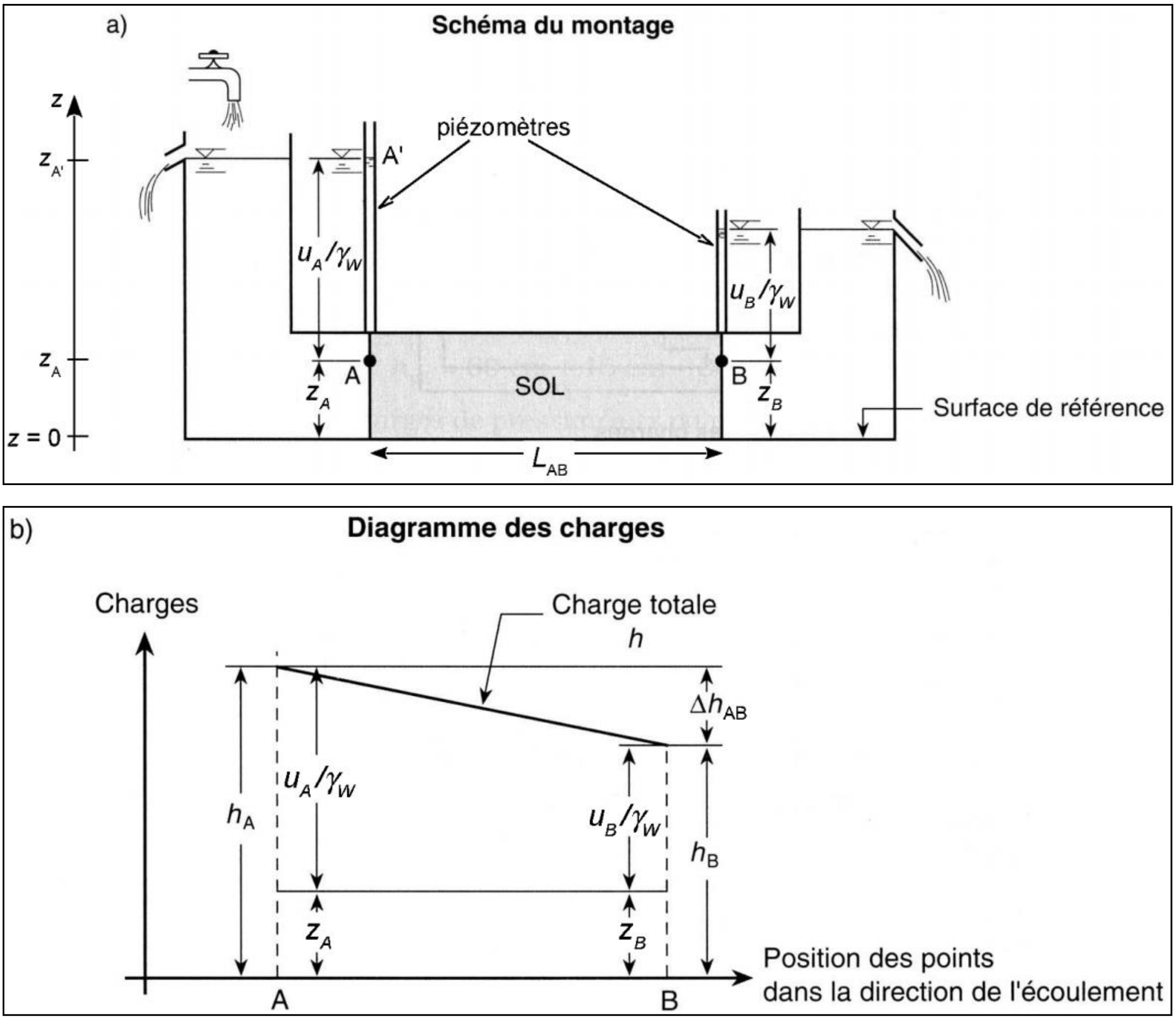


Figure 2.2 – Valeur de la charge en entrée (point A) et en sortie (point B) d'un écoulement horizontal, et détermination de la perte de charge.

Mesure de la charge en un point : le piézomètre

Dans le tube piézométrique tel que représenté sur la figure 2.2, il y a équilibre hydrostatique entre A et Á (Á se trouvant à la surface de l'eau) :

$$h_A = h'_A = \frac{u_A}{\gamma w} + z_A = \frac{u_{Á}}{\gamma w} + z_{Á}$$

Or en Á , $u_{Á}$= 0, d'où h_A = $z_{Á}$; l'altitude du niveau d'eau dans le piézomètre indique donc la charge hydraulique en A.

Par ailleurs on a aussi : u_A= γw ($Z_{Á}$ $-Z_A$)

Donc la hauteur d'eau entre les points A et Á nous renseigne sur la pression d'eau u_A en A.

Perte de charge

- Dans le cas de l'écoulement d'un fluide parfait (incompressible et non visqueux) dans un sol, la charge reste constante entre deux points le long de l'écoulement.
- Dans le cas de l'eau qui a une viscosité non nulle, il y a interaction (frottement) de l'eau en circulation avec les grains du sol engendrant une dissipation d'énergie ou de charge. On constate alors entre deux points le long d'un écoulement une perte de charge.

La perte de charge Δh subie par l'eau circulant depuis un point A vers un point B est égale à $\Delta h_{AB} = h_A - h_B$. Un exemple de calcul est donné sur la figure 2.2.

Remarque : La charge hydraulique est une valeur relative, l'altitude z_M étant une fonction de la position du plan de référence, elle est donc définie à une constante près. Cela ne pose pas de problème car c'est la variation (perte) de charge entre deux points qui est le paramètre fondamental (et non sa valeur absolue en chacun des points).

2.2.4 Gradient hydraulique

Le gradient hydraulique i se définit comme la perte de charge par unité de longueur d'écoulement. Sur la figure 2.2 la distance que parcours l'eau pour aller du point A au point B est notée L_{AB}, le gradient hydraulique correspondant est alors donné par : $i = \frac{\Delta h_{AB}}{L_{AB}}$

2.2.5 Loi de Darcy (1856)

La loi de Darcy est la loi fondamentale de l'hydraulique des sols. Cette loi expérimentale exprime que la vitesse fictive $\boldsymbol{v}$ de l'eau et le gradient hydraulique $\boldsymbol{i}$ sont proportionnels :

$$\boldsymbol{v = k \cdot i}$$

Le coefficient $\boldsymbol{k}$ est le coefficient de perméabilité (ou simplement « la perméabilité »), sa dimension est celle d'une vitesse. Il permet de quantifier la perméabilité des sols : un sol très perméable aura un coefficient élevé, tandis qu'un sol peu perméable aura un coefficient faible.

2.3. Généralisation de la loi de DARCY :

En réalité les écoulements dans un sol peuvent rarement être assimilés à des écoulements à une dimension, pour lesquels les différents « filets liquides » sont rectilignes et parallèles comme dans le perméamètre.

La loi de DARCY n'est en fait qu'une relation entre deux modules, module de la vitesse fictive et module du gradient hydraulique, les directions de l'écoulement ne jouent aucun rôle puisque la loi est définie pour un écoulement à une dimension.

Pour l’étude générale de l’écoulement dans un massif on est conduit à généraliser la loi de DARCY toujours dans l’hypothèse d’un régime permanent, et en raisonnant à l’échelle macroscopique.

- **Domaine de validité de la loi de DARCY :**

On s’est aperçu rapidement que la loi de DARCY n’était plus valable dans le domaine des vitesse élevées; quand on augmente la perte de charge dans un perméamètre jusqu’à des valeurs relativement élevées, on constate une déviation par rapport à la loi de DARCY (le débit croît moins rapidement), cette déviation se manifeste d’autant plus vite que la granulométrie du sol devient plus grossière.

La caractéristique essentielle des écoulements suivant la loi de DARCY, se retrouve dans les cas d’écoulements laminaires. Ainsi, en est-il de l’écoulement laminaire dans les tubes capillaires ce qui a conduit à assimiler à un faisceau de tube de Poiseuille, le réseau très complexe des canaux interstitiels à travers lesquels filtre l’eau.

2.4. Écoulements plans :

Dans les exemples cités précédemment, l’eau s’écoulait à travers le sol dans une seule direction, soit à l’horizontale, soit à la verticale. Ce type d’écoulement appelé écoulement unidimensionnel est le plus simple. On peut directement appliquer l’équation de DARCY pour calculer le débit d’eau traversant l’élément de sol.

Dans la plupart des ouvrages de génie civil où la circulation de l’eau dans le sol joue un rôle important, l’écoulement est tridimensionnel, c’est-à-dire que l’eau peut s’écouler suivant les trois directions de l’espace à la fois. A cause des difficultés que présenterait l’étude d’un tel écoulement, il est souvent possible de le simplifier en le considérant comme un écoulement bidimensionnel qui traverse le sol suivant des trajets à la fois horizontaux et verticaux (Fig. 2.3).

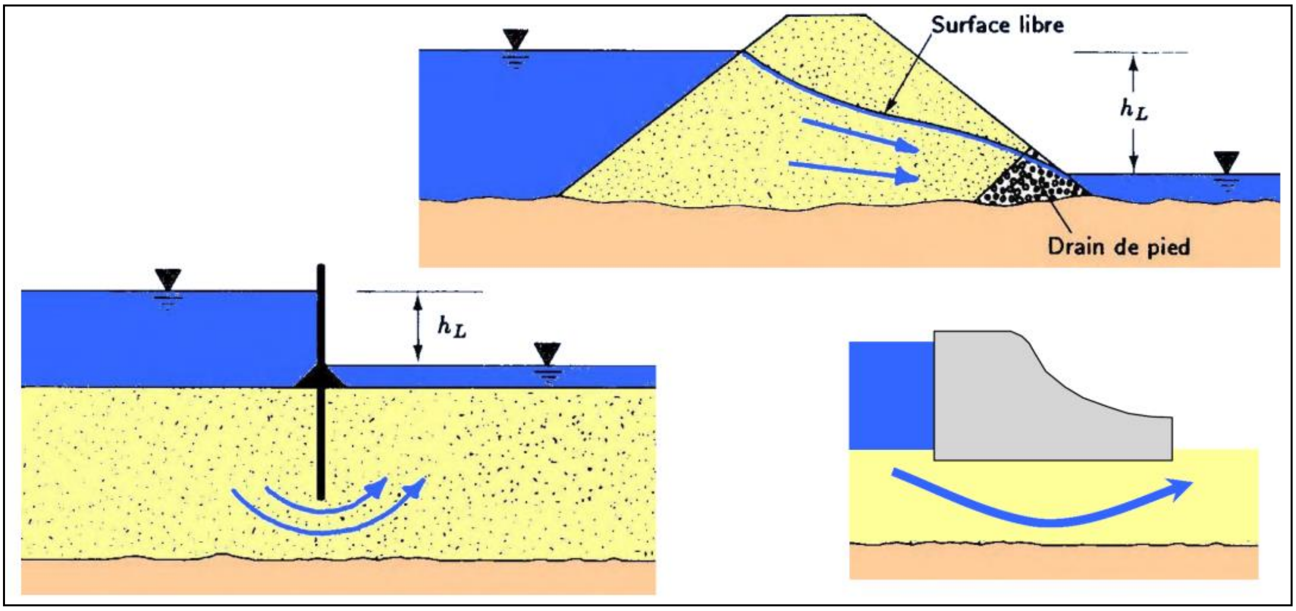


Figure 2.3 – Problèmes bidimensionnels d'écoulement d'eau dans les sols.

2.4.1 Description analytique

La loi de Darcy demeure valable avec les écoulements bidimensionnels. Toutefois, puisque les ouvrages peuvent prendre diverses formes, les filets d'eau présentent des directions et des longueurs variables. Par conséquent, les expressions mathématiques à utiliser se complexifient. Dans le cas du régime permanent l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

Cette équation représente le fait que puisque l'eau est incompressible, le volume d'eau qui entre dans un élément de sol, tel que représenté sur la figure 2.4, doit être égal au volume d'eau qui en sort. Or la loi de Darcy donne (en supposant que la perméabilité $\boldsymbol{k}$ est identique dans les directions horizontales et verticales) : $v_x = k\frac{\partial h}{\partial x}$ et $v_y = k\frac{\partial h}{\partial y}$

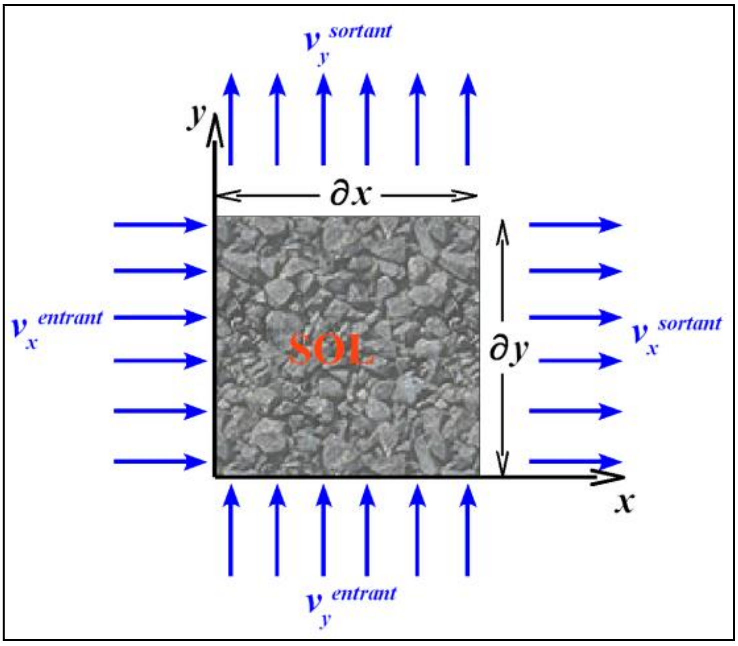


Figure 2.4 – Flux d'eau à travers une surface élémentaire d'un sol.

L'équation de continuité s'écrit alors :

$$k\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

En simplifiant par $\boldsymbol{k}$ on a alors :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Cette dernière équation est une équation de Laplace, elle nous renseigne sur la valeur de la charge h en tous points de notre problème bidimensionnel. Toutefois, il faut pour cela résoudre cette équation, de manière analytique dans les cas simples, à l'aide de méthodes numériques dans les cas complexes.

Une fois cette équation résolue, la charge est connue et la vitesse de l'eau peut être déduite de la relation de Darcy $v_x = k\frac{\partial h}{\partial x}$ et $v_y = k\frac{\partial h}{\partial y}$

2.4.2 Description graphique

La solution de l'équation de Laplace peut-être schématisée graphiquement par un réseau de lignes appelé réseau d'écoulement.

<u>Cas simple de l'écoulement unidimensionnel</u>

La figure 2.5 présente le réseau d'écoulement pour un écoulement unidimensionnel horizontal. Le réseau d'écoulement est composé de lignes de courant et de lignes équipotentielles.

• Les lignes de courant indiquent le chemin moyen suivi par l’eau. En fait, un réseau d’écoulement comporte une quantité infinie de lignes de courant. Dans notre exemple, par simplification, nous n’en avons tracé que trois. Ces lignes divisent le sol en tubes de courant dont le nombre est noté N_t (ici $N_t = 2$). Les lignes de courant sont tracées de telle façon que le débit d’eau dans chaque tube de courant soit identique.

• Les lignes équipotentielles regroupent tous les points ayant la même charge hydraulique. Elles sont perpendiculaires à la direction d’écoulement de l’eau, donc perpendiculaires aux lignes de courant, et aussi innombrables que ces dernières. Ici, seules cinq équipotentielles sont tracées, de telle façon que les pertes de charge entre chacune des équipotentielles soient identiques (ici notées $\Delta h'$).

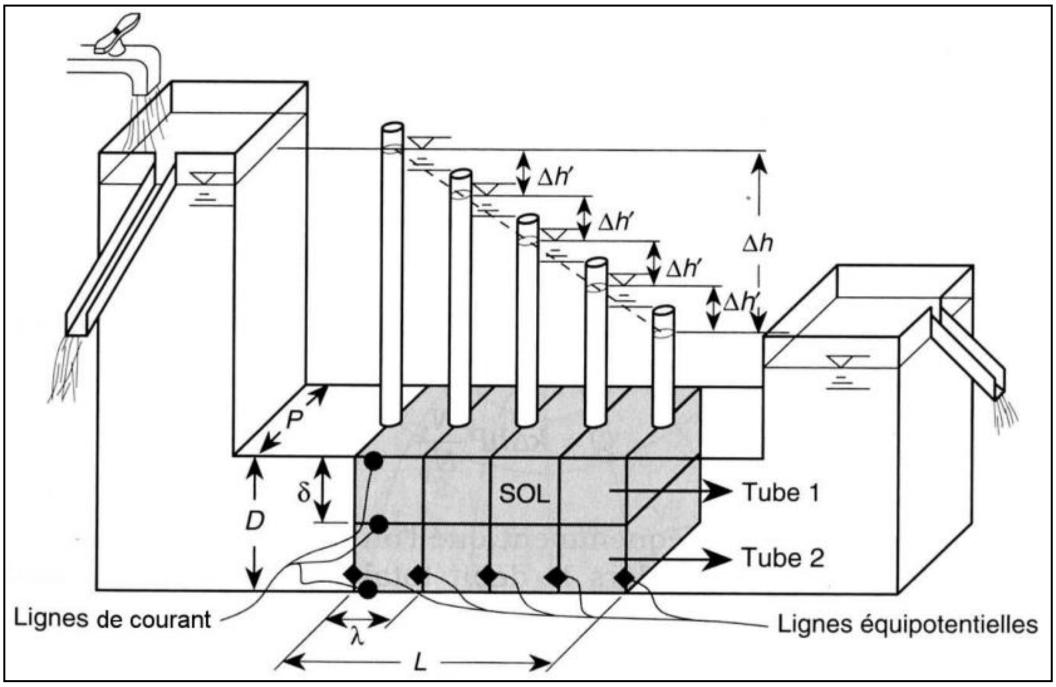


Figure 2.5 – Réseau d’écoulement unidimensionnel.

Connaissant la perte de charge totale Δh et le nombre d’espaces N_p entre les équipotentielles on a :

$$\Delta h' = \frac{\Delta h}{N_p}$$

Les lignes de courant et les équipotentielles forment des carrés curvilignes (dans notre exemple simple, les carrés sont parfaits). Chaque carré subit la même perte de charge et est traversé par le même débit d’eau.

L’équation de Darcy pour une maille (un carré) du réseau s’écrit :

$$v = k\frac{\Delta h'}{\lambda}$$

où $\frac{\Delta h'}{\lambda}$ représente le gradient hydraulique pour la maille considérée. Etant donné que pour une maille, l'eau s'écoule à travers une surface d'aire ***δ.P***, le débit q_t traversant la maille et s'écoulant donc un tube de courant s'écrit :

$$q_t = k\frac{\Delta h'}{\lambda}\delta.P$$

Les mailles étant des carrés (curvilignes) $\lambda = \delta$; de plus $\Delta h' = \frac{\Delta h}{N_p}$, donc :

$$q_t = k\frac{\Delta h}{N_p}P$$

Pour calculer le débit total Q, on multiplie le débit dans un tube par le nombre de tubes :

$$Q = k\Delta h\frac{N_t}{N_p}P$$

Pour une profondeur P unitaire, le débit total par unité de profondeur est :

$$Q = k\Delta h\frac{N_t}{N_p}$$

Cette expression du débit est également valable pour un écoulement bidimensionnel.

<u>Cas d'écoulements bidimensionnels</u>

a. Exemple d'écoulement autour d'un rideau de palplanches.

La figure 2.6 présente la vue en coupe d'une palplanche enfoncée dans le fond d'un lac. Le côté aval étant maintenu à sec par pompage, l'eau s'écoule dans le dépôt de sol en passant sous la palplanche.

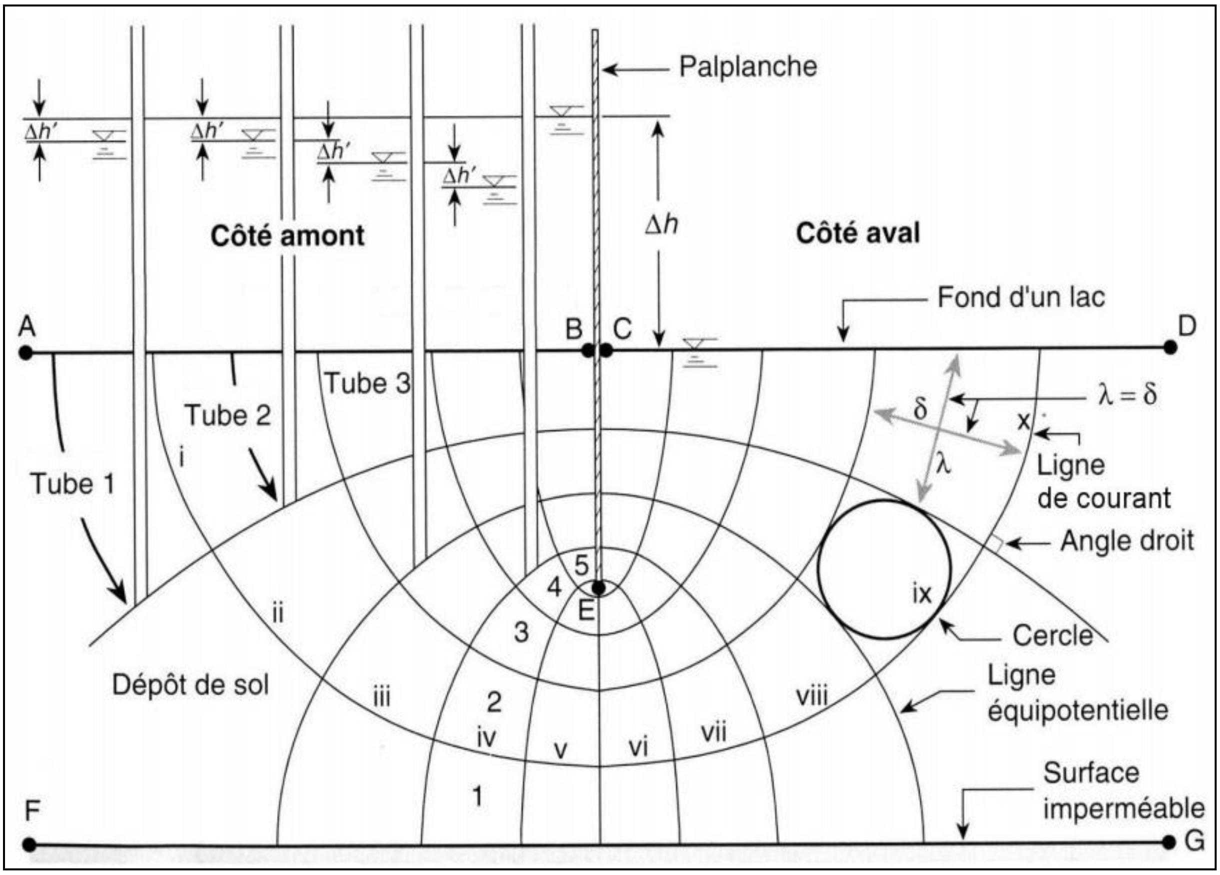


Figure 2.6 – Réseau d'écoulement bidimensionnel sous une palplanche.

• Le réseau d'écoulement bidimensionnel tracé est constitué de 6 lignes de courant qui forment 5 tubes de courant identifiés par des chiffres arabes.

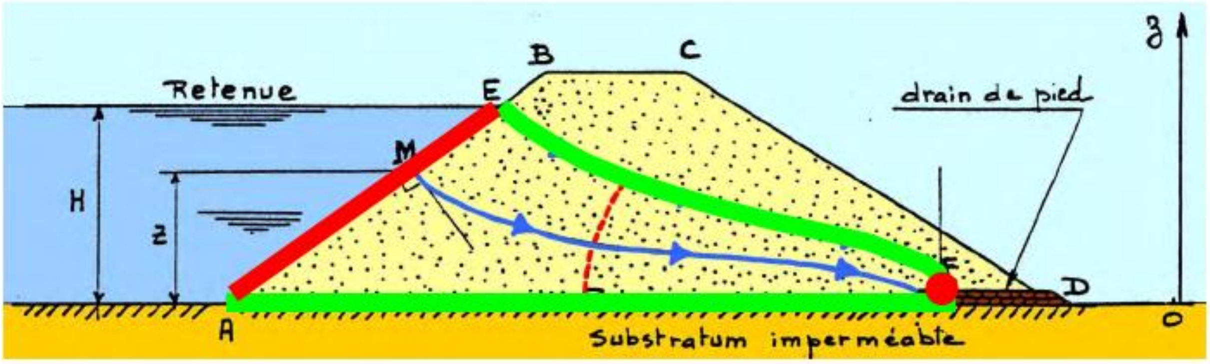
• Les lignes équipotentielles sont au nombre de onze, créant ainsi dix pertes de charges égales, représentées par des chiffres romains. La première ligne équipotentielle, là où il n'y a pas encore de perte de charge, se confond avec la ligne AB, tandis que la dernière, ayant la charge hydraulique la plus faible, correspond à la ligne CD.

• Les lignes de courant et les équipotentielles se croisent à angle droit formant des carrés curvilignes dont la longueur moyenne λ est égale à la hauteur moyenne δ. On peut vérifier que la hauteur moyenne est égale à la longueur moyenne lorsque qu'un cercle s'inscrit dans le carré curviligne.

Pour un carré curviligne donné, plus la distance λ entre deux équipotentielles est courte, plus le gradient hydraulique $\boldsymbol{i} = \Delta \boldsymbol{h}'/\lambda$ est élevé, et plus la vitesse de l'eau est grande ($\boldsymbol{v} = \boldsymbol{k}\ \boldsymbol{i}$). Ainsi l'eau suivant le chemin 2 s'écoule plus rapidement que l'eau suivant le chemin 1.

En fait, plus un carré est petit, plus la vitesse de l'eau à l'intérieur est grande. L'eau atteint sa vitesse maximale le long de la palplanche, car c'est là qu'elle parcourt le distance la plus faible pour une même perte de charge (gradient hydraulique le plus élevé).

b. Exemple d'écoulement à travers une digue en terre.



- AF est une surface imperméable - aucun débit ne la traverse
  - ligne de courant
- EF est la surface libre - aucun débit ne la traverse
  - ligne de courant

$$\mathbf{h = z}$$

- AE est une surface filtrante
  - contact avec l'eau libre (pas de perte de charge)
  - ligne équipotentielle
  - perpendiculaire aux lignes de courant

$$\boxed{h = \frac{u_M}{\gamma_w} + z = H}$$

- en F, h=0

2.4.3. Force d'écoulement, gradient critique et phénomène de Renard.

2.4.3.1. Forces sur un élément de sol - phénomène de boulance

Dans une nappe en équilibre hydrostatique (sans écoulement), l'action de l'eau sur le squelette solide se réduit à la poussée d'Archimède s'exerçant sur les grains vers le haut. Mais lorsqu'il y a écoulement, apparaît une perte de charge qui traduit une dissipation d'énergie par frottement visqueux du fluide sur les grains du sol. On voit ainsi apparaître sur les grains du sol, une force créée par l'eau dirigée dans le sens de l'écoulement.

Considérons le cas d'un écoulement vertical ascendant (homogène) tel que représenté sur la figure 2.7. Le point M se trouve à une profondeur *D* et le point A est à la verticale de M.

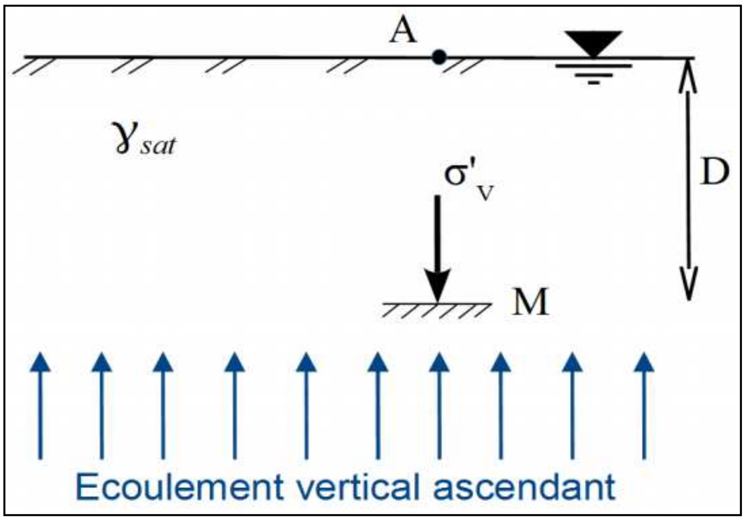


Figure 2.7 – Écoulement vertical ascendant au sein d'un massif de sol saturé.

La contrainte verticale effective en M s'écrit :

$$\sigma'_V = \sigma_V - u_M$$

$$\sigma'_V = \gamma_{sat}.D - u_M$$

Par ailleurs on a :

• la charge en M : $h_M = \frac{u_M}{\gamma w} + z_M$,

• la charge en A : $h_A = z_A$

• la perte de charge : $\Delta h_{MA} = h_M - h_A = \frac{u_M}{\gamma w} + z_M - z_A = \frac{u_M}{\gamma w} - D$.

On en déduit le gradient hydraulique entre M et A :

$$i = \frac{\Delta h_{MA}}{D} = \frac{\frac{u_M}{\gamma w} - D}{D} = \frac{u_M}{\gamma w.D} - 1$$

et la pression d'eau en M en fonction du gradient hydraulique :

$$u_M = (i + 1)\gamma w.D = (i.\gamma w + \gamma w).D$$

Finalement, la contrainte verticale effective en M est donnée par :

$$\sigma'_V = \gamma_{sat}.D - (i.\gamma w + \gamma w).D$$

$$\sigma'_V = (\gamma_{sat} - \gamma w - i.\gamma w)D$$

$$\sigma'_V = (\gamma' - i.\gamma w)D$$

Ainsi l'écoulement ascendant engendre sur le squelette granulaire un effet qui s'oppose à la gravité. Il en résulte une réduction de la contrainte effective égale à $\boldsymbol{i} \,.\, \gamma_w \,.\, \boldsymbol{D}$.

Pour une valeur de $\boldsymbol{i}$ suffisamment élevée la contrainte effective s'annule puis devient négative (dirigée vers le haut). Les grains du sol sont alors en suspension dans l'eau et ne peuvent supporter aucune charge. On dit que le sol est dans un état de boulance.

2.4.3.2. Le gradient hydraulique critique i_c

Le gradient hydraulique critique est le gradient hydraulique pour lequel la contrainte effective s'annule (la boulance s'initie) :

$$\sigma'_V = (\gamma' - i.\gamma w)D = 0 \quad \Rightarrow \quad i_c = \frac{\gamma'}{\gamma w}$$

Le phénomène de boulance peut provoquer des accidents graves si des constructions sont fondées sur le sol où il se produit, ou si le terrain lui-même fait partie de l'ouvrage : digue ou barrage en terre, fond de fouille, ...

Dans tous les problèmes d'hydraulique des sols, il importe de vérifier que les gradients hydrauliques ascendants réels sont suffisamment inférieurs au gradient critique i_c.

Dans le cas des sables le gradient critique est en général très voisin de 1.

2.4.3.3. Phénomène de renard (ou piping pour les Anglo-saxons)

Dans le cas général d'un écoulement, vertical ou non, en milieu perméable,

- l'eau peut atteindre localement des vitesses élevées susceptibles d'entraîner les particules fines du sol).
- De ce fait, le sol étant rendu localement plus perméable, la vitesse de l'eau augmente et le phénomène s'amplifie.
- Des éléments plus gros vont être entraînés tandis que l'érosion progressera de manière régressive (de l'aval vers l'amont) le long d'une ligne de courant.
- Un conduit se forme par où l'eau s'engouffre et désorganise complètement le sol. C'est le phénomène de renard.

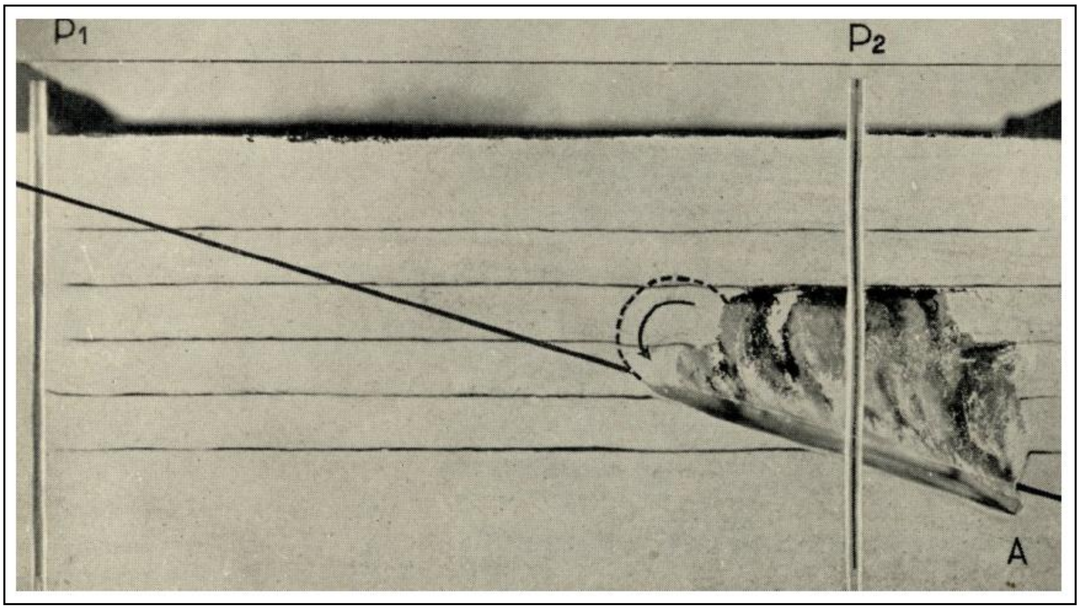


Figure 2.8 – Progression d'un renard dans un massif de sol.

Figure 2.9 – Désordre causé dans un barrage en terre suite au développement d'un renard le long d'une conduite.

2.5. Écoulement à trois dimensions (3D).

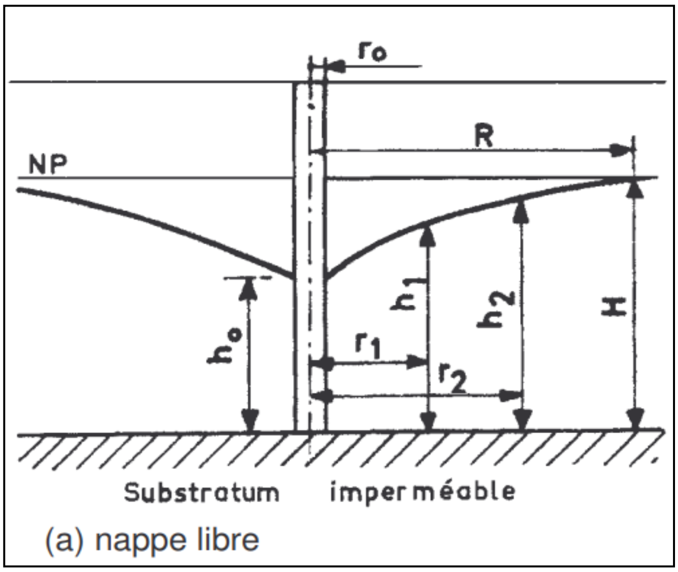
Ces écoulements sont rencontrés à l'occasion des pompages ; Les applications principales des pompages sont :

-L'alimentation en eau,

-Le rabattement des nappes,

-La détermination in situ du coefficient moyen de perméabilité d'un sol.

2.5.1 Essai de pompage en régime permanent : formule de Dupuit



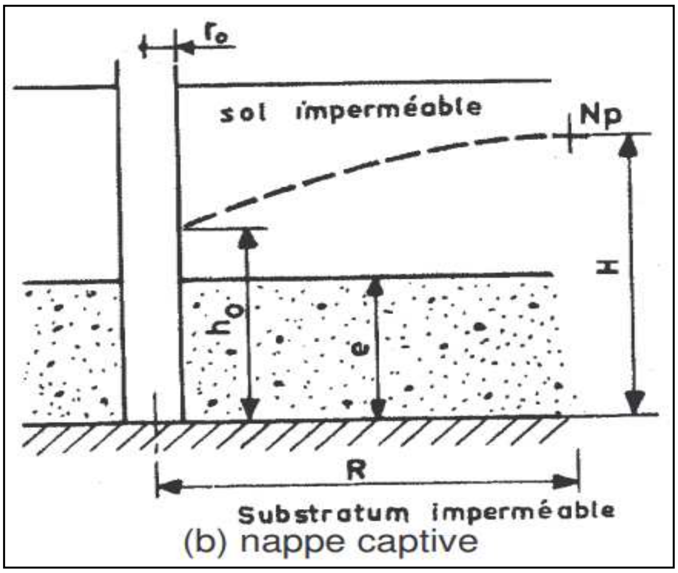


Figure 2.10 – Essai de pompage

La surface libre de la nappe présente une dépression en forme d'entonnoir centré sur le puits et qui s'étend jusqu'à la limite du massif. Lorsqu'un régime permanent s'établit, le débit pompé est donné par la relation :

$$Q = \pi.k.\frac{H^2 - h^2}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = 1{,}365.k.\frac{H^2 - h^2}{\log\left(\frac{R}{r}\right)}$$ Pour une nappe libre

$$Q = 2\pi.k.e.\frac{H - h}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = 2{,}73.k.e.\frac{H - h}{\log\left(\frac{R}{r}\right)}$$ Pour une nappe captive

2.5.2. Rayon d'action et mesure du coefficient de perméabilité k in situ

On appelle rayon d'action **R** la distance à laquelle le pompage cesse de se faire sentir. La détermination du rayon d'action n'est pas facile. On admet toute fois que
100.r < R < 300.r
On peut aussi recourir à la formule empirique proposée par SICHARD:
R = 3000.(H-h). $\sqrt{k}$ Avec: ***k*** en m/s, (**H – h**) et **R** s'exprimant en m
Pour mesurer ***k*** de façon pratique, on détermine la forme exacte de la courbe (dépression) au moyen de piézomètres disposés autour du puits (huit au moins) et l'on ajuste les résultats expérimentaux avec la formule :

$$k = \frac{Q}{\pi}.\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\left(h_2^2 - h_1^2\right)}$$ Pour une nappe libre

$$k = \frac{Q}{2\pi e}.\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\left(h_2 - h_1\right)}$$ Pour une nappe captive

2.5.3. Essai LEFRANC

L'essai de pompage représente un investissement important. Par contre, on peut profiter de la réalisation des sondages pour évaluer la perméabilité des sols meubles à l'aide d'un essai simple : l'essai LEFRANC (fig.2.11). Une cavité est ménagée à la partie inférieure du tubage. Il s'agit en général d'une cavité cylindrique de longueur *L* et de diamètre *D*.
En régime permanent on a : *Q=C.K.h*

$$C = \frac{2\pi.L}{\ln\left(\frac{2.L}{D}\right)} \quad \text{si } L > 2.D$$

Si $L < 2D$ la formule ci-dessus n'est plus valable et l'on peut assimiler la cavité à une sphère et écrire la formule approchée :

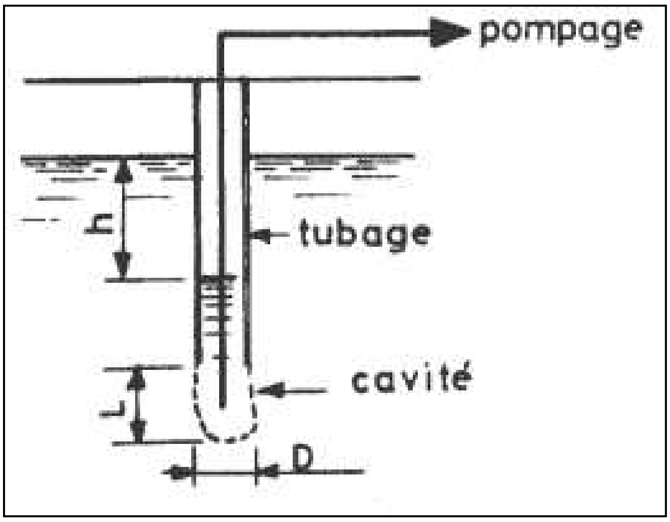


Figure 2.11: Essai LEFRANC

$$C = 2\pi.D.\sqrt{\frac{L}{D}+\frac{1}{4}}$$

Pour $L = D$ cette formule donne : Q=2.24.π. D

Il est également possible de réaliser l'essai à niveau variable ce qui est pratique pour des sols peu perméables. Le coefficient de perméabilité est alors donné par la relation

$$k = \frac{S}{C}.\frac{\ln\left(\frac{h_0}{h_1}\right)}{(t_1 - t_0)}$$

Avec : $\boldsymbol{S}$ est la section du forage

$\boldsymbol{h_0}$ et $\boldsymbol{h_1}$ sont les niveaux de l'eau dans le sondage entre les temps $\boldsymbol{t_0}$ et $\boldsymbol{t_1}$ (par rapport au niveau phréatique).