

Solution de l'exercice supplémentaire de la série 3 :

X عدد المحاولات لفتح الباب
X : « le nombre d'essais pour ouvrir la porte »

كابن 4 مفاتيح واحد يفتح الباب ، الشخص يحاول حتى يفتح الباب ، المفتاح الذي يجربه و لايفتح الباب يرميه ، المعنى مايجربيش المفتاح مرتين.

القيم المحتملة ل X عطاها لك في التمرين يأخذ X القيمة 1 يعني يفتح الباب بالمحاولة الأولى أو القيمة 2 يعني يفتح الباب بالمحاولة الثانية أو القيمة 3 يعني يفتح الباب بالمحاولة الثالثة أو القيمة أربعة يعني يفتح الباب بالمحاولة الرابعة .

$$P(X = 1) = \frac{1}{4}$$

فتحنا الباب في المحاولة الأولى

يعني المحاولة الأولى ناجحة اذن لدينا مفتاح واحد يفتح الباب من أربعة

$$P(X = 2) = \frac{3}{4} * \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

فتحنا الباب في المحاولة الثانية

يعني المحاولة الأولى ثلث مفاتيح لا تفتح الباب من أربعة

المحاولة الثانية ناجحة اذن لدينا مفتاح واحد يفتح الباب من ثلاثة مفاتيح

$$P(X = 3) = \frac{3}{4} * \frac{2}{3} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

فتحنا الباب في المحاولة الثالثة

يعني المحاولة الأولى ثلث مفاتيح لا تفتح الباب من أربعة

المحاولة الثانية بقي لنا مفتاحان لا تفتح الباب من ثلاثة مفاتيح

المحاولة الثالثة ناجحة اذن لدينا مفتاح واحد يفتح الباب من مفتاحان

$$P(X = 4) = \frac{3}{4} * \frac{2}{3} * \frac{1}{2} * \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$$

فتحنا الباب في المحاولة الرابعة

يعني المحاولة الأولى ثلث مفاتيح لا تفتح الباب من أربعة

المحاولة الثانية بقي لنا مفتاحان لا تفتح الباب من ثلاثة مفاتيح

المحاولة الثالثة بقي لنا مفتاح لا يفتح الباب من مفتاحان

المحاولة الرابعة ناجحة اذن لدينا مفتاح واحد يفتح الباب و هو المفتاح الوحيد المتبقى

1) Donc, La loi de probabilité de X :

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

2. On calcule l'espérance et la variance de X

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X) = 1 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 9 \cdot \frac{1}{4} + 16 \cdot \frac{1}{4} - \frac{25}{4} = \frac{5}{4}.$$