Chapitre V : Les lois de fissuration par fatigue

1 Courbe S-N (courbe de Wohler)

Une courbe SN (parfois écrite S-N) est un tracé de l'amplitude d'une contrainte alternative par rapport au nombre de cycles à la défaillance pour un matériau donné. Typiquement, la contrainte et le nombre de cycles sont affichés sur des échelles logarithmiques.

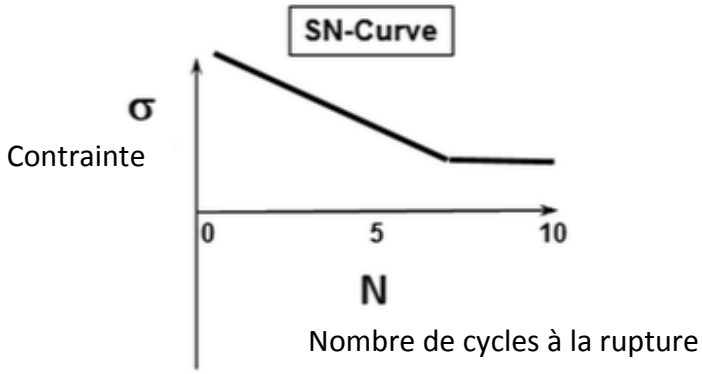


Figure 1 Courbe SN

Compte tenu de l'historique du temps de chargement et d'une courbe SN, on peut utiliser la règle du Miner pour déterminer les dommages accumulés ou la durée de vie en fatigue d'une pièce mécanique.

Aujourd'hui, ces courbes sont souvent développées à l'aide d'une machine d'essai des coupons métalliques (figure 2). Un petit coupon de métal est placé dans la machine et soumis à un cycle de temps de contrainte cyclique (ou alternatif) jusqu'à ce qu'une fissure ou une rupture se produise dans le coupon métallique.

Machine d'essai Charge appliquée Historique du temps de la contrainte cyclique

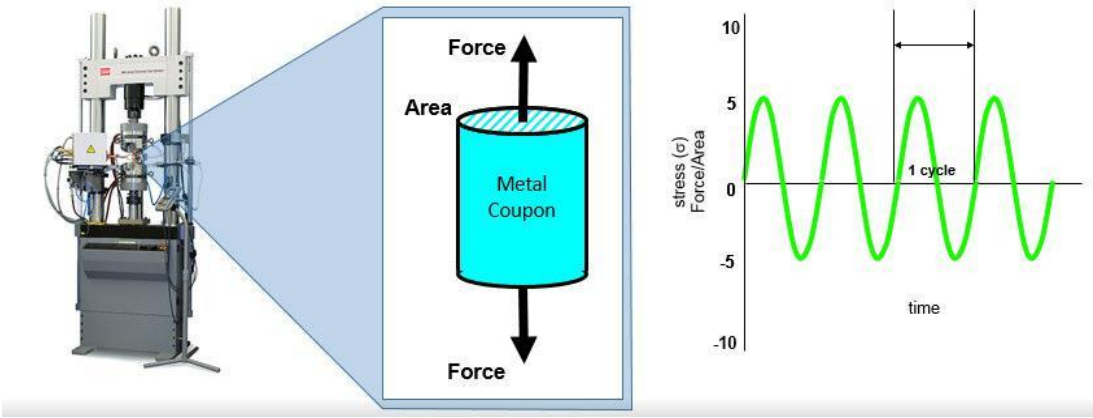


Figure 2 Tests pour créer des courbes SN

Plusieurs coupons doivent être testés à différents niveaux de contrainte pour développer une courbe SN. La figure 3 illustre une courbe SN typique dérivée de tests de coupons métalliques.

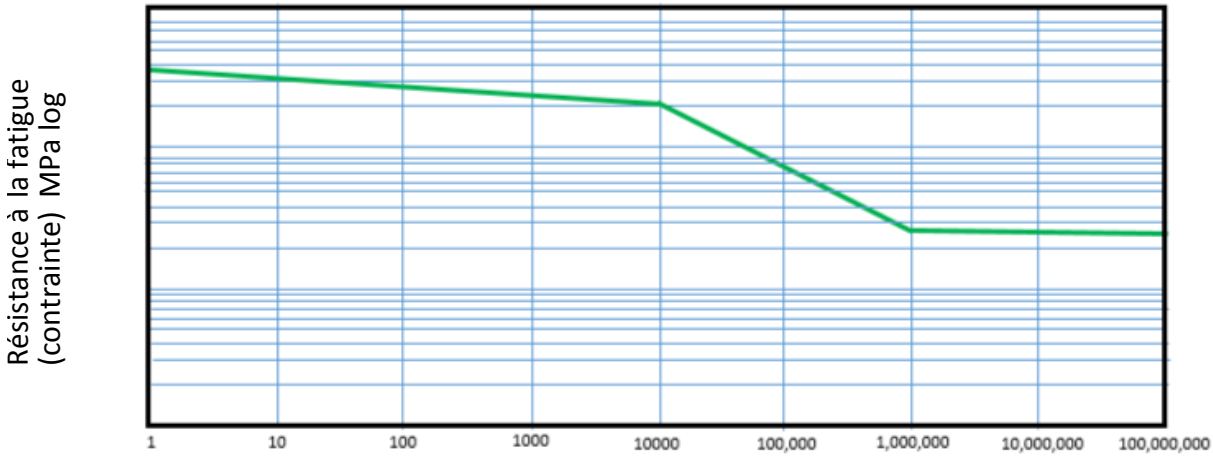


Figure 3 Courbe SN pour un matériau

Une courbe SN fonctionne comme une "table de correspondance" entre le niveau de contrainte alternatif et le nombre de cycles jusqu'à la rupture. La plupart des courbes SN descendent généralement de la partie supérieure gauche vers la partie inférieure droite. Cela indique que les cycles d'amplitude de haut niveau ont moins de cycles de défaillance que les cycles d'amplitude de niveau inférieur.

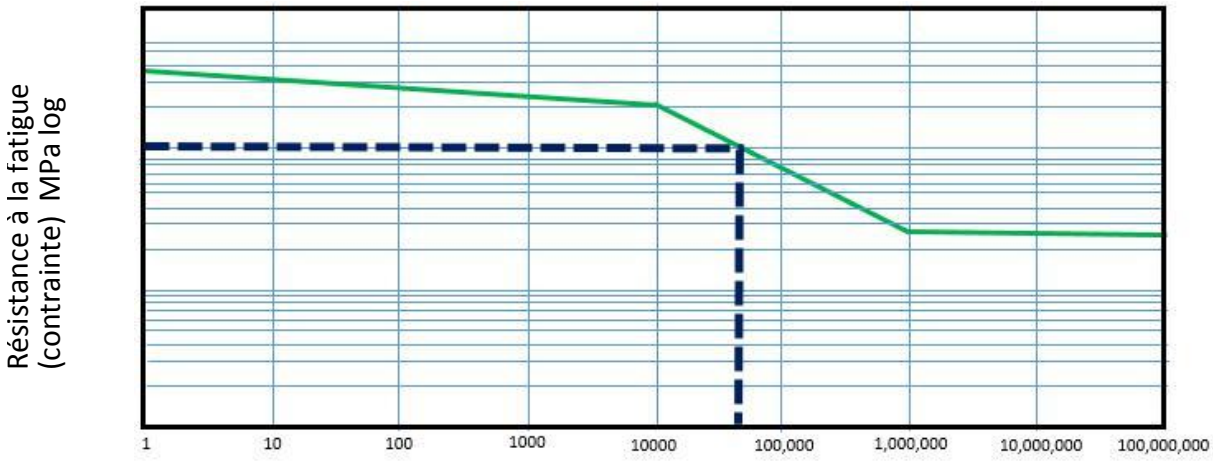


Figure 4 Courbe SN reliant le niveau de contrainte alternatif au nombre correspondant de cycles à l'échec via une ligne bleu foncé en pointillés

Dans un test de fatigue comme celui-ci, la fréquence à laquelle les cycles sont appliqués n'est pas considérée comme un facteur du nombre de cycles jusqu'à la défaillance. C'est strictement le nombre de cycles, et non la vitesse à laquelle les cycles sont appliqués, qui affectent les résultats de la courbe SN.

Dans la vraie vie, la fréquence des cycles peut être un facteur, surtout si la fréquence de chargement coïncide avec une fréquence ou résonance naturelle de l'objet qui amplifie l'amplitude des cycles

1.1 Régions : Plastique, élastique et infinie

Une courbe SN peut contenir plusieurs zones différentes: une zone plastique, une zone élastique et une zone de vie infinie.

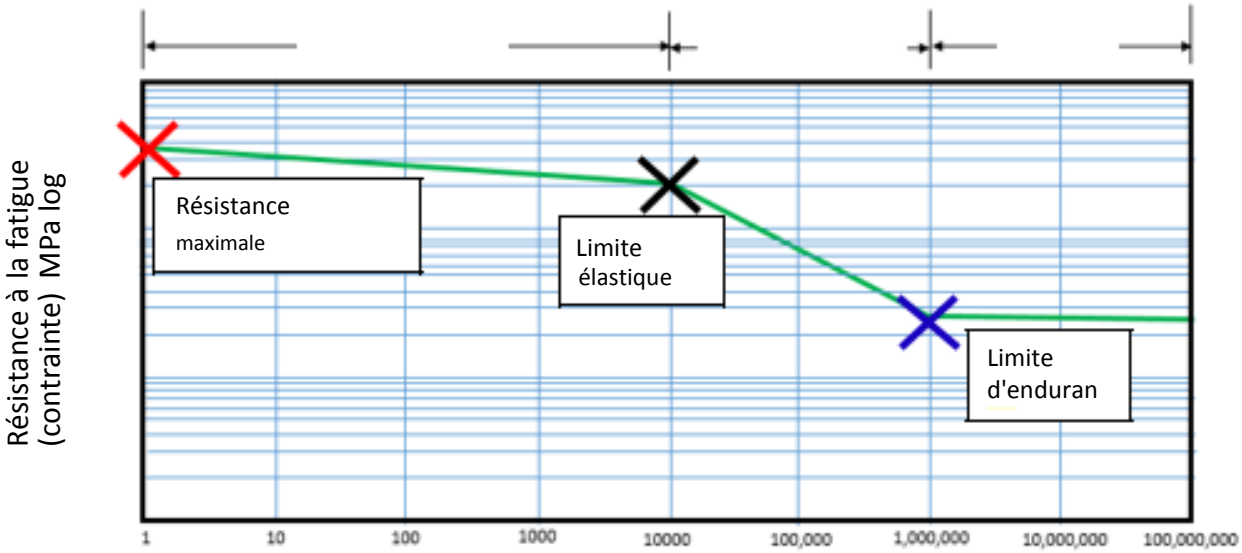


Figure 5 Domaines de fatigue oligocyclique, d'endurance limitée et illimitée

La résistance maximale : Niveau de contrainte requis pour la rupture avec un cycle

Limite élastique : Ligne de séparation entre la zone élastique et la zone plastique

Limite d'endurance : Si tous les cycles sont en dessous de cette amplitude de niveau de contrainte, aucune rupture ne se produit

Plusieurs valeurs de la courbe SN peuvent être trouvées en effectuant un test statique de contrainte-déformation sur une éprouvette. (Voir figure 6).

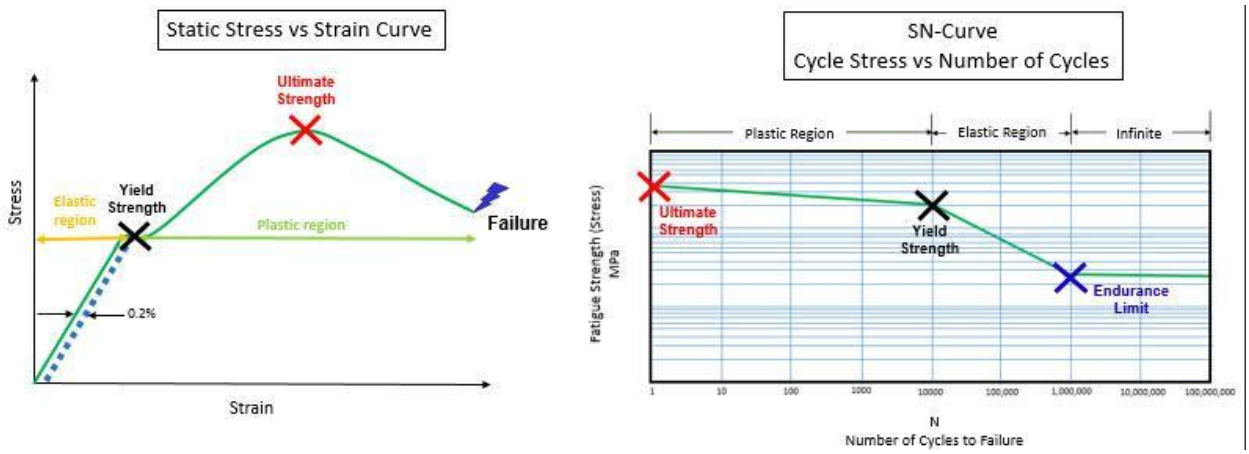


Figure 6 La résistance maximale et la limite d'élasticité peuvent être déterminées à partir des essais de contrainte-déformation statique

Par exemple, la contrainte de résistance maximale est la valeur qui provoque une rupture pour un cycle. Le niveau de la limite élastique divise la région plastique et élastique.

1.2 Construction de la courbe SN

Lorsqu'elle est tracée sur une échelle de log-log, une courbe S-N peut être approximée par une ligne droite comme le montre la figure 7. Une équation de loi de puissance peut alors être utilisée pour définir la relation S-N:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{1}{b}}$$

où b est la pente de la ligne, parfois appelée pente de Basquin, qui est donnée par:

$$b = \frac{-(\log S_1 - \log S_2)}{\log N_2 - \log N_1}$$

Compte tenu de la pente de Basquin et de toute paire de coordonnées (N, S) sur la courbe S-N, l'équation de loi de puissance calcule les cycles à la rupture pour une amplitude de contrainte connue.

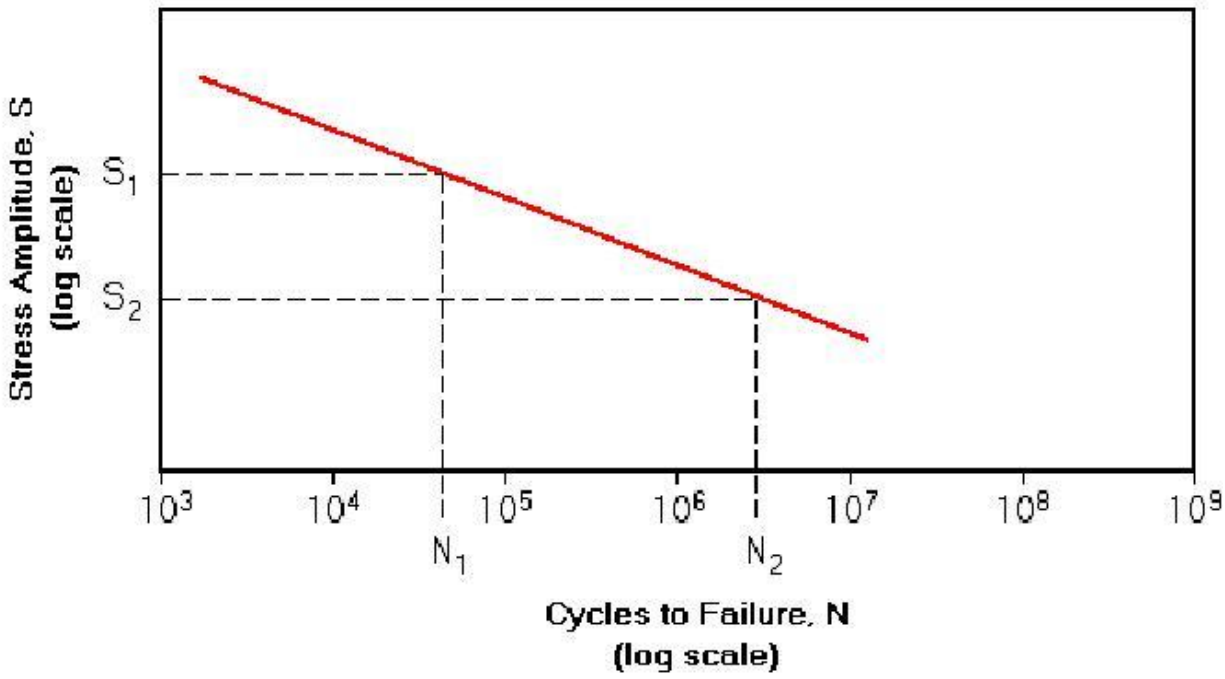


Figure 7 Courbe S-N idéalisée

La loi de puissance n'est valable que pour les durées de vie en fatigue qui sont sur la ligne de conception. Pour les métaux ferreux cette plage variée de à $1x10^3$ $1x10^6$ cycles. Pour les métaux non-ferreux, cette plage est comprise entre $1x10^3$ et $5x10^8$ cycles. Notez que les relations empiriques et les équations décrites ci-dessus ne sont que des estimations. Selon le niveau de certitude requis dans l'analyse de fatigue, des données d'essai réelles peuvent être nécessaires.

1.2.1 Rapport de fatigue (reliant la fatigue aux propriétés de traction)

Grâce à de nombreuses années d'expérience, des relations empiriques entre la fatigue et les propriétés de traction ont été développées. Bien que ces relations soient très générales, elles restent utiles aux ingénieurs pour évaluer les performances préliminaires en fatigue. Le rapport entre la limite d'endurance S_e et la résistance maximale S_u d'un matériau est appelé rapport de fatigue. Il a des valeurs allant de 0,25 à 0,60, selon le matériau. Pour l'acier, la résistance à l'endurance peut être approchée par:

$$S'_{e,steel} \approx 0.5S_u \quad for \quad S_u < 200 \quad ksi \quad (S_u < 1400 \quad MPa)$$

and:

$$S'_{e,steel} \approx 100 \quad ksi \quad for \quad S_u > 200 \quad ksi \quad (700 \quad MPa) \quad (S_u > 1400 \quad MPa)$$

En plus de cette relation, pour les aciers forgés, le niveau de contrainte correspondant à 1000 cycles, S 1000, peut être approché par:

$$S_{1000,steel} = 0.9S_u$$

En utilisant ces approximations, une courbe S-N généralisée pour les aciers forgés peut être créée en reliant le point S1000 à la limite d'endurance, comme le montre la figure 8.

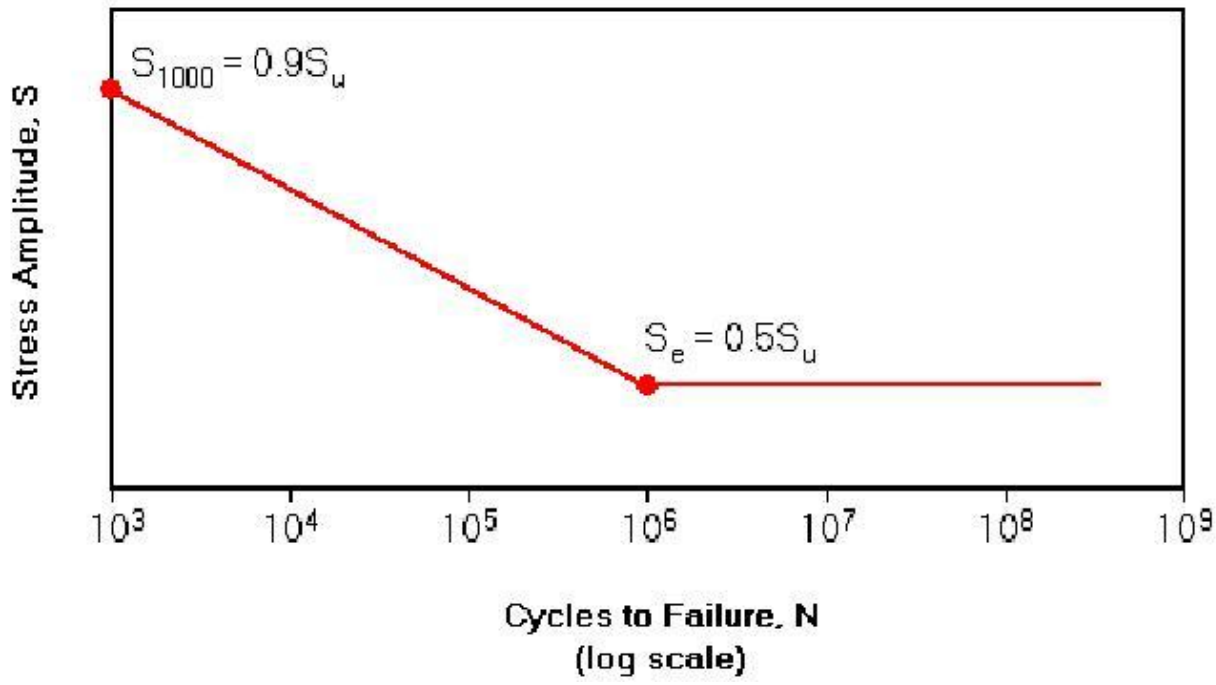


Figure 8 Courbe S-N généralisée pour les aciers forgés

1.2.2 Effets de la contrainte moyenne

Les définitions suivantes sont utilisées pour définir un cycle de contrainte avec contrainte alternée et moyenne.

La plage de contraintes est la différence algébrique entre la contrainte maximale et minimale dans un cycle

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

L'amplitude de contrainte est la moitié de la plage de contrainte:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

La contrainte moyenne est la moyenne algébrique de la contrainte maximale et minimale dans le cycle:

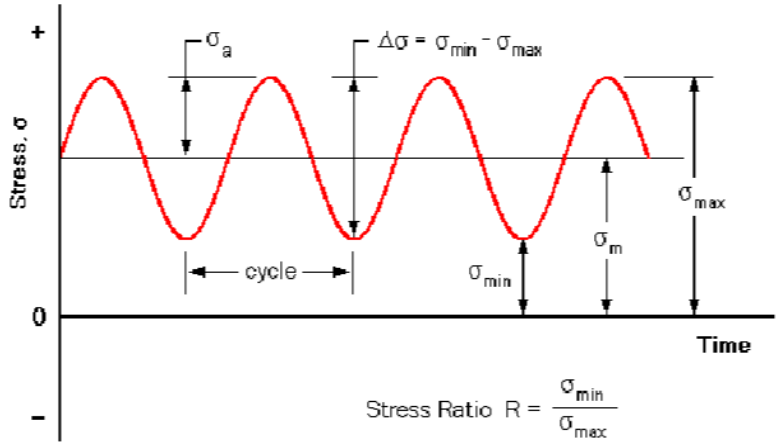
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{min} + \sigma_{max}}{2}$$

Deux rapports qui sont souvent définis pour la représentation de la contrainte moyenne sont le rapport de contrainte R et le rapport d'amplitude A:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R}$$

Pour les conditions de chargement complètement inversées, R est égal à -1. Pour le chargement statique, R est égal à 1. Pour un cas où la contrainte moyenne est en traction et égale à l'amplitude de la contrainte, R est égal à 0. Un cycle de contrainte de R = 0,1 est souvent utilisé dans les essais de composants d'avion. Un cycle tension-tension dans lequel la contrainte minimale est égale à 0,1 fois la contrainte maximale.



Le nombre de cycles à la rupture change rapidement avec le niveau de contrainte et peut varier de plusieurs ordres de grandeur. Pour cette raison, le nombre de cycles sont généralement tracés sur une échelle logarithmique. La difficulté avec un tracé linéaire est illustrée sur la figure 9, où les mêmes données S-N sont tracées à la fois sur des échelles linéaires et logarithmiques de N_f. Sur le graphique linéaire, les numéros de cycles pour les durées les plus courtes ne peuvent pas être lues avec précision. Une échelle logarithmique est également souvent utilisée pour l'axe de contrainte.

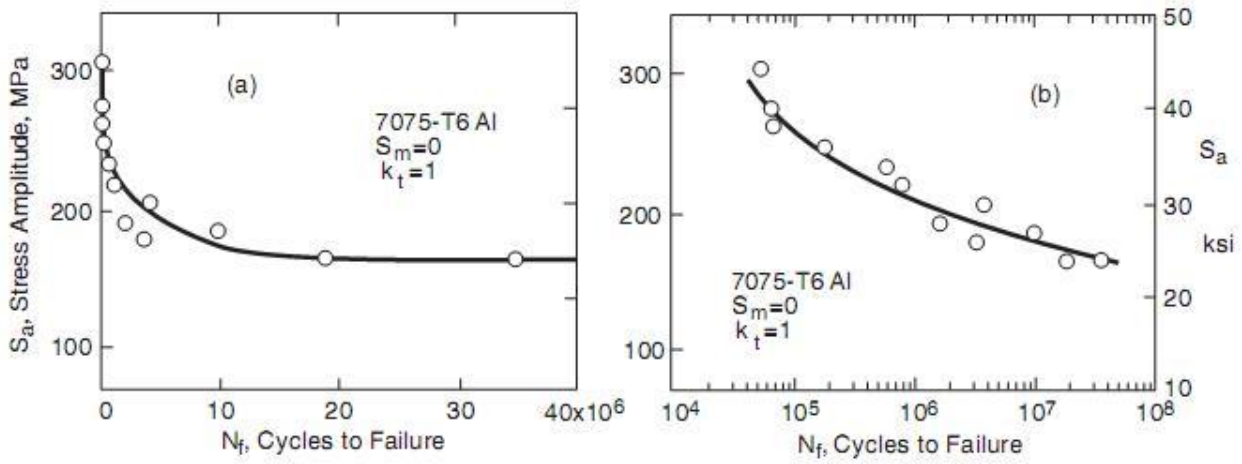


Figure 9 Courbes de contrainte en fonction du nombre de cycles (S-N) à partir des essais de flexion en rotation d'éprouvettes d'un alliage d'aluminium. Des échelles de contraintes linéaires identiques sont utilisées, mais le nombre de cycles est reporté sur une échelle linéaire en (a) et sur une échelle logarithmique en (b).

Si l'on trouve que les données S-N se rapprochent d'une droite sur un graphe log-linéaire, l'équation suivante peut être ajustée pour obtenir une représentation mathématique de la courbe:

$$\sigma_a = C + D \log N_f$$

Dans cette équation, C et D sont des constantes d'ajustement. Pour les données qui rapprochant d'une droite sur un graphe log-log, l'équation correspondante est :

$$\sigma_a = A N_f^B \qquad *$$

Cette seconde équation est souvent utilisée sous une forme légèrement différente :

$$** $$

Les constantes d'ajustement pour les deux formes sont liées par :

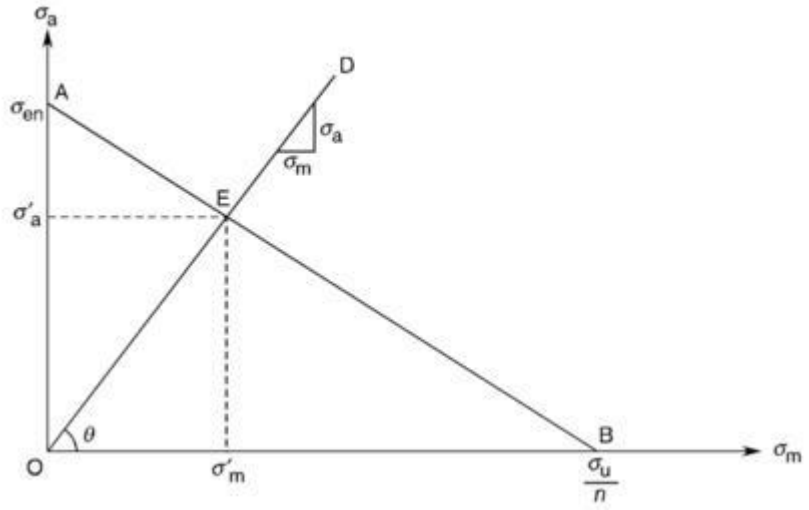
$$A = 2^b \sigma_f', \qquad B = b$$

Les constantes pour les Eqs. (*) et (**) sont donnés dans le tableau 9.1 pour plusieurs métaux techniques.

Material	Yield Strength σ_o	Ultimate Strength σ_u	True Fracture Strength $\tilde{\sigma}_{fB}$	$\sigma_a = \sigma'_f(2N_f)^b = AN_f^B$		
				σ'_f	A	$b = B$
(a) Steels						
SAE 1015 (normalized)	228 (33)	415 (60.2)	726 (105)	1020 (148)	927 (134)	−0.138
Man-Ten (hot rolled)	322 (46.7)	557 (80.8)	990 (144)	1089 (158)	1006 (146)	−0.115
RQC-100 (roller Q & T)	683 (99.0)	758 (110)	1186 (172)	938 (136)	897 (131)	−0.0648
SAE 4142 (Q & T, 450 HB)	1584 (230)	1757 (255)	1998 (290)	1937 (281)	1837 (266)	−0.0762
AISI 4340 (aircraft quality)	1103 (160)	1172 (170)	1634 (237)	1758 (255)	1643 (238)	−0.0977
(b) Other Metals						
2024-T4 Al	303 (44.0)	476 (69.0)	631 (91.5)	900 (131)	839 (122)	−0.102
Ti-6Al-4V (solution treated and aged)	1185 (172)	1233 (179)	1717 (249)	2030 (295)	1889 (274)	−0.104

2 Diagramme de GOODMAN

Selon l'approche du Goodman, la conception d'un composant soumis à une contrainte fluctuante peut être réalisée par les étapes suivantes :



Déterminer la résistance à l'endurance du l'élément.

Trouvez la résistance maximale σ_u et choisissez le facteur de sécurité n,

A une certaine échelle, faire OA égal à σ_{en} le long de la ligne des ordonnées et OB égal à σ_u / n le long de l'abscisse,

Joignez les points A et B par une ligne droite. Cette ligne est appelée la ligne du **Goodman.**

Pour un problème donné, tracez une ligne OD avec une pente θ comme indiqué sur la figure 10 où

$$tng\theta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

Le point d'intersection des lignes AB et OD au point E indique la ligne de séparation entre la zone de sécurité et la zone de rupture. Les coordonnées du point E $(\sigma_{m'}, \sigma_{a'})$ représentent les valeurs admissibles des contraintes. Donc

$$\sigma_a = \frac{\sigma'_a}{n}$$

Et

$$\sigma_m = \frac{\sigma'_m}{n}$$

Mathématiquement, l'équation de ligne droite dans l'interception de l'approche de Goodman peut être écrite comme suit

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_u} + \frac{\sigma_a}{\sigma_{en}} = \frac{1}{n}$$

3 Loi de Miner

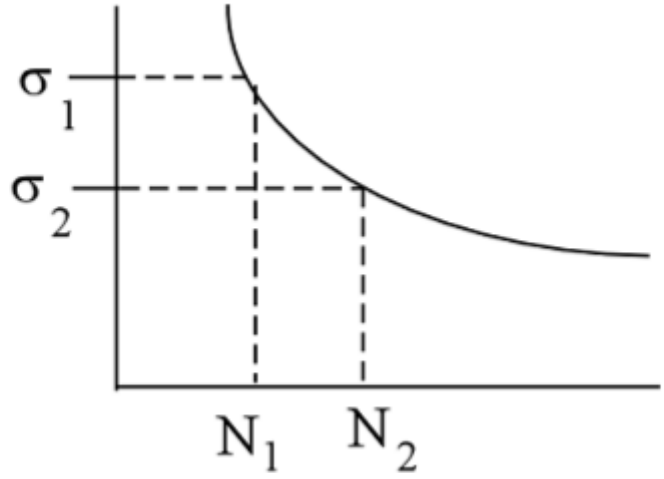
Supposons qu'un corps ne peut subit qu'un certain nombre d'endommagements, D. Si ce corps subit des endommagements D_i (i =1, ..., N) à partir de N sources, alors nous pourrions attendre que la rupture se produira si :

$$\sum_{i=1}^{N} D_i = D$$

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{D_i}{D} = 1$$

définit la rupture, où D_i/D est l'endommagement fractionnaire reçu de la $i^{éme}$ source.

Nous pouvons utiliser ce concept d'endommagement linéaire dans un contexte de fatigue en considérant la situation où un composant est soumis à n_1 cycles en alternance de contrainteσ_1 , n_2 cycles à la contrainte σ_2 , ..., n_N cycles à σ_n . A partir de la courbe S-N pour ce matériau, nous pouvons trouver le nombre de cycles à la rupture, N_1 à σ_1 , N_2 à σ_2 , ..., N_n à σ_n .



Il est raisonnable dans ce cas de laisser les endommagements fractionnaires au niveau de la contrainte σ_i être tout simplement n_i/N, de sorte que la règle de Palmgren-Miner dirait que la rupture de fatigue se produit lorsque :

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{n_i}{N_i} = 1$$

4 Loi de propagation d'une fissure

La loi de Paris (également connue sous le nom de loi de Paris-Erdogan) relie la gamme de facteurs d'intensité de contraintes à la croissance de fissures sous un régime de contrainte de fatigue. C'est le modèle de croissance de fissure de fatigue le plus populaire utilisé dans la science des matériaux et la mécanique de la rupture. La formule de base est :

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\Delta K^m \qquad (*)$$

Où

a : la longueur de la fissure

da / dN : le taux de croissance de la fissure, indique la croissance infinitésimale de la longueur de fissure par le nombre de cycles de charge.

Du côté droit de l'équation (*), C et m sont des constantes qui dépendent du matériau, de l'environnement et du rapport de contraintes, et ΔK est la plage du facteur d'intensité de contrainte pendant le cycle de fatigue, c.-à-d.

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}$$

La loi de Paris peut être utilisée pour quantifier la durée de vie résiduelle (en termes de cycles de charge) d'un échantillon donné pour une taille de fissure donnée. Le facteur d'intensité de contrainte est défini comme avec σ et Y, où σ est une contrainte de traction

uniforme perpendiculaire au plan de fissure et Y est un paramètre sans dimension qui dépend de la géométrie, la plage du facteur d'intensité de contrainte est donnée comme suit:

$$\Delta K = \Delta\sigma Y\sqrt{\pi a},$$

Où σ est la plage de contrainte cyclique. Les cycles restants avant la rupture peuvent être trouvés en substituant cette équation à la loi de Paris

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\Delta K^m.$$

Pour des fissures relativement courtes, C peut être considéré comme indépendant de a et l'équation différentielle peut être résolue via la séparation des variables :

$$\int_0^{N_f} \mathrm{d}N = \int_{a_i}^{a_c} \frac{\mathrm{d}a}{C(\Delta\sigma Y\sqrt{\pi a})^m} = \frac{1}{C(\Delta\sigma Y\sqrt{\pi})^m}\int_{a_i}^{a_c} a^{-\frac{m}{2}}\,\mathrm{d}a$$

Ce qui donne :

$$N_f = \frac{2\left(a_c^{\frac{2-m}{2}} - a_i^{\frac{2-m}{2}}\right)}{(2-m)\,C(\Delta\sigma Y\sqrt{\pi})^m},$$

Où N_f est le nombre de cycles restant avant la rupture

a_c est la longueur de fissure critique à laquelle se produira la rupture instantanée, et a_i est la longueur de fissure initiale à partir de laquelle la fissure de fatigue commence pour la gamme de contraintes donnée σ.