

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئيالتمرين الأول (3 نقاط)

ضع علامة صحيح أو خطأ أمام العبارات الآتية (كل إجابة خاطئة تلغي إجابة صحيحة):

- إذا رغب المستهلك في إنقاص المنفعة الحدية من سلعة ما حتى يصل إلى وضع التوازن فإنه ينقص من استهلاكه من هذه السلعة.

- يمكن التعبير عن فضاء الميزانية رياضيا بالعلاقة: $x p_x + y p_y = R$

- إذا كانت السلعتين متكاملتين فإن المعدل الحدي للإحلال بينهما يكون مساويا للواحد.

- إذا كان معدل الإحلال الحدي عند استهلاك 6 وحدات من السلعة X و 3 وحدات من السلعة Y يساوي الواحد فإن المستهلك يحقق أقصى إشباع ممكن في حدود دخله إذا كان سعر السلعتين متساوي.

التمرين الثاني (5 نقاط)

لتكن لدينا البيانات الآتية عن المنفعة الكلية والمنفعة الحدية للسلعتين X و Y بالنسبة لمستهلك ما :

U_{M_y}	U_{T_y}	U_{M_x}	U_{T_x}	$Q_{x,y}$
	55	34	34	1
	95	20		2
	125		66	3
	153	10		4
	172		84	5

علما أن سعر الوحدة الواحدة من السلعة X هو 2 دج و من السلعة Y هو 10 دج أوجد ما يلي:

- 1- احسب الكميات التي يشتريها المستهلك من السلعتين ليحصل على أكبر إشباع ممكن وما هو مقدار هذا الإشباع ؟
- 2- ما هي قيمة المنفعة الحدية للنقود (للدخل) عند وضع التوازن. وفسّر معناها؟

التمرين الثالث (12 نقطة)

دالة المنفعة لمستهلك ما تأخذ الصيغة: $U_T = \frac{1}{2} x y$

1- انطلاقا من دالة المنفعة الكلية، استخرج الشكل العام لمعادلة منحنى السواء لهذا المستهلك، ثم ارسم في نفس المعلم منحنىي السواء لـ $U_T = 2$ و $U_T = 4$ ؟

2- عرف مستقيم (خط) الميزانية واكتب معادلته.

3- بافتراض أن سعري السلعتين X و Y هما على التوالي: $p_x = 4$ ، $p_y = 6$ وان دخل المستهلك هو 24 دج. مثّل بيانيا مستقيم (خط) الميزانية على نفس المعلم السابق، وعلى ضوء ذلك حدد المجال الذي يمكن أن تأخذه المنفعة القصوى التي يمكن لهذا المستهلك بلوغها.

4- انطلاقا من دالة المنفعة الكلية أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x/y}$ ؟

5- في ضوء المعطيات السابقة عن الدخل والأسعار، أوجد التوليفة المثلى لهذا المستهلك باستخدام طريقة لاگرانج (نعتبر الشرط الكافي محققا) وما هو مستوى الإشباع الأعظمي الذي يحصل عليه المستهلك؟

الإجابة النموذجية

التمرين الأول (3 نقاط)

ضع علامة صحيح أو خطأ أمام العبارات الآتية (كل إجابة خاطئة تلغي إجابة صحيحة) :
 - إذا رغب المستهلك في إنقاص المنفعة الحدية من سلعة ما حتى يصل إلى وضع التوازن فإنه ينقص من استهلاكه من هذه السلعة. خطأ ← 0.75

- يمكن التعبير عن فضاء الميزانية رياضياً بالعلاقة: $x p_x + y p_y = R$ خطأ ← 0.75
 - إذا كانت السلعتين متكاملتين فإن المعدل الحدي للإحلال بينهما يكون مساوياً للواحد. خطأ ← 0.75
 - إذا كان معدل الإحلال الحدي عند استهلاك 6 وحدات من السلعة X و 3 وحدات من السلعة Y يساوي الواحد فإن المستهلك يحقق أقصى إشباع ممكن في حدود دخله إذا كان سعر السلعتين متساوي. صحيح ← 0.75

التمرين الثاني (5 نقاط)

لدينا : $p_x = 2$ ، $p_y = 10$

1- الكميات التي يشتريها المستهلك من السلعتين ليحصل على أكبر إشباع ممكن ومقدار هذا الإشباع:
 انطلاقاً من العلاقة: $(0.5) \frac{\Delta UT}{\Delta X} = UM_x$ ، وبتطبيق شرط توازن المستهلك: $(0.5) \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y}$ نحصل على الجدول التالي:

$\frac{UM_y}{P_y}$	UM_y	UT_y	$\frac{UM_x}{P_x}$	UM_x	UT_x	$Q_{x,y}$
5.5	55	55	17	34	34	1
4 ←	40	95	10	20	54	2
3	30	125	6	12	66	3
2.8	28	153	5	10	76	4
1.7	17	172 →	4	8	84	5

(0.25) (0.5) (0.25) (0.5) (0.5)

يبين الجدول أن شرط توازن المستهلك يتحقق بشراء التوليفة ($x = 5$ ، $y = 2$) (0.5)
 مقدار الإشباع:

$$UT = UT_x + UT_y = 84 + 95 = 179 \text{ وم (0.5)}$$

2- قيمة المنفعة الحدية للنقود (للدخل) عند وضع التوازن:

$$\lambda = \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \quad (0.25)$$

$$\lambda = \frac{8}{2} = \frac{40}{10} = 4 \quad (0.25)$$

تعني هذه النتيجة أن المستهلك يكون في حالة توازن إذا كان آخر دينار من الدخل يحقق 4 وحدات منفعة سواء أنفق على شراء الوحدة الأخيرة (الخامسة) من السلعة X أو على شراء الوحدة الأخيرة (الثانية) من السلعة Y (0.5) .

التمرين الثالث (12 نقطة)

لدينا دالة المنفعة لمستهلك ما تأخذ الصيغة: $U_T = \frac{1}{2} x y$

1- الشكل العام لمعادلة منحنى السواء وتمثيلها بيانياً لما: $U_T = 2$ و $U_T = 4$

$$y = f(x) = \frac{UT}{\frac{1}{2}x} = \frac{2UT}{x} \quad (0.5)$$

$$U_T = 2 \Rightarrow y_1 = \frac{4}{x} (0.25)$$

7	6	5	4	3	2	1	0.5	x
0.57	0.66	0.8	1	1.33	2	4	8	y ₁

$$U_T = 4 \Rightarrow y_2 = \frac{8}{x} (0.25)$$

8	7	6	5	4	3	2	1	x
1	1.14	1.33	1.6	2	2.66	4	8	y ₂

انظر التمثيل البياني في آخر صفحة.

2- تعريف مستقيم (خط) الميزانية وكتابة معادلته:

خط الميزانية هو المحل الهندسي لمختلف التوليفات السلعية (x,y) التي يمكن للمستهلك الحصول عليها بإنفاق كامل دخله في ظل الأسعار السائدة في السوق (1). ويتم استخراج معادلته انطلاقاً من قيد الميزانية أو معادلة الدخل كما يلي:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x \quad (0.5)$$

3- التمثيل البياني لخط الميزانية وتحديد المجال الذي تأخذه المنفعة القصوى:

$$\text{لدينا: } R = 24, p_y = 6, p_x = 4$$

انطلاقاً من معادلة الدخل نكتب:

$$24 = 4x + 6y \Rightarrow y = (24 - 4x)/6$$

$$y = 4 - \frac{2}{3}x \quad (0.5) \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = 6 \\ x = 0 \Rightarrow y = 4 \end{cases} (0.5)$$

انظر التمثيل البياني في آخر صفحة.

يوضح التمثيل البياني أن خط الميزانية يمر (يقطع) منحنى السواء y_1 الموافق لمستوى المنفعة $U_T = 2$ مما يعني قدرة المستهلك على اختيار أي من التوليفات التي تحقق له إشباعاً يساوي أو يفوق 2 وم (مثل التوليفة C في الشكل). إلا أن خط الميزانية لا يلامس منحنى السواء y_2 الذي يقع أعلى خط الميزانية، مما يعني أن إمكانيات المستهلك (دخله) لا يسمح له ببلوغ مستوى المنفعة $U_T = 4$. وبالنتيجة فإن أقصى منفعة يمكن للمستهلك بلوغها تتراوح بين 2 و 4 أي: $2 \leq U_T < 4$ (1.5)

4- عبارة المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x/y}$

$$TMS(x,y) = \frac{U_{mx}}{U_{my}} \quad (0.5) \text{ نجد ما يلي: } U_T = \frac{1}{2} x y$$

$$U_{mx} = \frac{\partial U_T}{\partial x} = \frac{1}{2} y \quad (0.5), \quad U_{my} = \frac{\partial U_T}{\partial y} = \frac{1}{2} x \quad (0.5)$$

$$TMS(x,y) = \frac{\frac{1}{2} y}{\frac{1}{2} x} = \frac{y}{x} \quad (0.5)$$

5- التوليفة المثلى باستخدام طريقة لاغرانج:

$$\text{لدينا دالة المنفعة الكلية: } U_T = \frac{1}{2} x y \text{ ولدينا قيد الميزانية: } 24 = 4x + 6y$$

$$\text{الشكل العام لدالة لاغرانج: } L = U_T + \lambda (R - xP_x - yP_y)$$

$$L = \frac{1}{2} xy + \lambda(24 - 4x - 6y) \quad (0.5)$$

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرونج معدومة:

$$L'_x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} y - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = y/8 \quad (1)$$

$$L'_y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x - 6\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = x/12 \quad (2)$$

$$L'_\lambda = 0 \Rightarrow 24 - 4x - 6y = 0$$

$$\lambda = y/8 = x/12 \quad \text{بالمطابقة بين (1) و (2) نجد:}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 1.5 y \quad (1)$$

بالتعويض عن قيمة x في العلاقة (3) نجد:

$$24 = 4(1.5 y) + 6y$$

$$24 = 12y \Rightarrow y = 2 \quad \text{وحدة}$$

$$x = 1.5 y = 1.5 (2) = 3 \quad \text{وحدات}$$

ومنه نحصل على التوليفة المثلى (1) (y = 2 ، x = 3) وتوافق النقطة c في الشكل.

$$U_T = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} (3 \times 2) = 3 \quad \text{وم (0.5)}$$

التمثيل البياني: (2)



