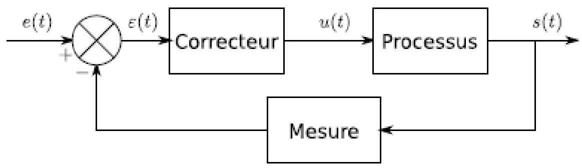
Régulation des systèmes asservis

1. Introduction
Nous avons étudié précédemment qu'un système asservi doit satisfaire aux critères de performances suivants :

- *Stabilité* : un système instable n'est pas utilisable,
- *Rapidité* : critère caractérisé par le temps de réponse à 5% pour une entrée en échelon,
- *Précision statique* : critère caractérisé par l'erreur à convergence pour une entrée en échelon,
- *Précision dynamique* : critère caractérisé par le pourcentage de dépassement D1% (ne pas présenter de dépassements trop importants)

Ces systèmes pouvant présenter des défauts tel que: une précision insuffisante, une stabilité trop relative ou un temps de réaction trop lent pour un cahier des charges donné. Il est souvent nécessaire d'intégrer dans ces systèmes un réseau de régulation dont l'objectif est d'améliorer un ou plusieurs paramètres.

2. Exigence de l'asservissement
Lorsque le système ne satisfait pas naturellement les performances attendues, il est possible de modifier son comportement en boucle fermée sans modifier le processus. Il s'agit de placer un régulateur (correccteur) qui permet d'adapter la consigne d'entrée du processus en fonction de l'évolution de l'écart à la consigne $\varepsilon(t)$. Sa fonction de transfert est alors: $C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$.



Le régulateur est présent pour adapter les performances du système lorsque celui-ci présente des défauts et qu'il ne respecte pas les critères du cahier des charges. À chaque défaut, une régulation est adaptée. Par exemple:

- Si le système converge trop lentement, on applique une consigne en entrée du processus égale à K fois l'écart mesuré (action proportionnelle).
- Si le système n'est pas précis, on applique un gain de boucle ouverte élevé, et au moins un intégrateur dans la chaîne de commande (action intégrale).
- Si le système n'est pas assez stable, on applique un gain de boucle ouverte faible avec l'absence d'intégrateur dans la chaîne de commande (action dérivée).

En effet, différentes démarches sont possibles pour synthétiser un régulateur.

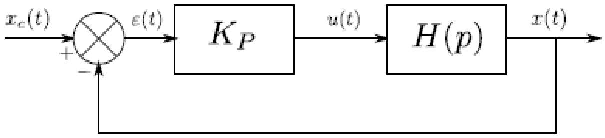
1. Dans les cas simples, il est possible d'écrire la fonction de transfert en boucle fermée et de régler le ou les paramètres du régulateur de manière à obtenir une fonction de transfert en boucle fermée satisfaisante.
2. Certaines méthodes s'appuient sur une caractérisation de la réponse du système à un échelon. C'est le cas de la fameuse méthode de Ziegler-Nichols

qui s'appuie sur un modèle approche du système comportant un premier ordre en série avec un retard.

3. Il possible de synthétiser un régulateur en modelant sa FTBO et en réglant le régulateur de manière à obtenir une marge de phase et une marge de gain satisfaisante.

3. Régulateur Proportionnel (P)

Le régulateur proportionnel a pour fonction de transfert : $C(p) = K_p$



Ce régulateur ne modifie pas la phase, mais augmente le gain de la FTBO.

$$FTBO'(p) = K_P.H(p) \Longrightarrow \begin{cases} G'_{dB} = 20.log\ K_P + G_{dB} \\ \varphi' = arg(K_P) + arg(H(p)) = \varphi \end{cases}$$

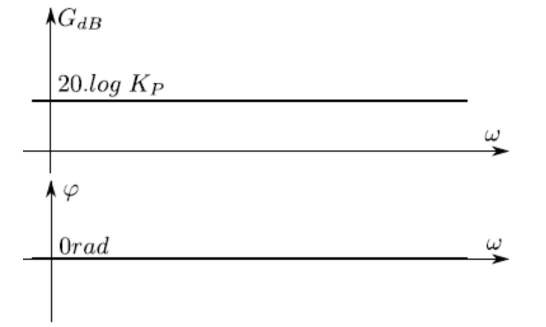
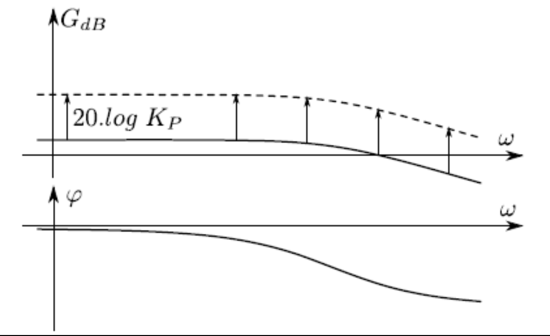
 	

Diagramme de Bode du régulateur.	Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

Influence d'un régulateur proportionnel $K_p > 1$

Marges de stabilité	Précision	Rapidité	Dépassement
les marges diminuent	augmente	augmente (sauf si fortes oscillations)	peut apparaître ou augmenter

Exemple de réglage d'un correcteur proportionnel pour un asservissement de position : On considère un système constitué d'un moteur à courant continu asservi en position. En modélisant le moteur électrique par une fonction de transfert du premier ordre, l'amplificateur et le réducteur comme des gains et en ajoutant un intégrateur en sortie de moteur afin d'obtenir une position en sortie, la fonction de transfert en boucle ouverte est du type : $H(p) = \frac{1}{p.(1+\tau.p)}$.

On recherche pour cet asservissement une rapidité maximale et une marge de phase de $M\varphi = 60^o$.

Le correcteur proportionnel va translater verticalement le gain de la FTBO. Il faut donc déterminer ω_c tel que la phase soit égale à $-180^o + 60^o$, qui sera le point de mesure de la marge de phase une fois le système corrigé.

$$\begin{aligned} M\varphi = 60^o &\Longrightarrow \varphi = -120^o \\ &\Longrightarrow arg(H(j\omega)) = -120^o \\ &\Longrightarrow arg(j\omega) + arg(1 + j\tau\omega) = +120^o \\ &\Longrightarrow arctan\,(\tau\omega_c) = 30^o \\ &\Longrightarrow \omega_c = \frac{\tan 30^o}{\tau} \end{aligned}$$

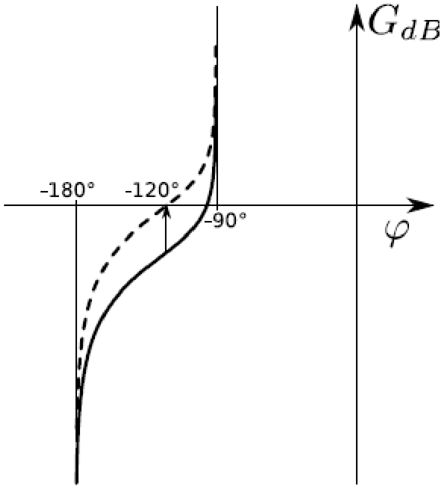
$$avec: \ \tau = 0.2 \ s$$

Le gain en ω_c vaut : $G_{dB} = -20log\left(\omega_c\sqrt{1+\tau^2\omega_c^2}\right)$.

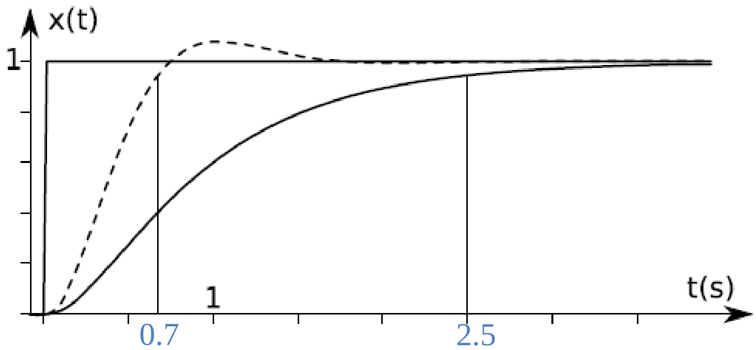
L'objectif est de ramener ce point à $G'_{dB} = 0$ une fois corrigé :

$$G'_{dB} = 20log\ K_P + G_{dB} = 0 \Longrightarrow K_P = \omega_c\sqrt{1+\tau^2\omega_c^2}$$

La régulation trouvée est de $K_p = 3.16$.



On observe une nette amélioration de la rapidité (le temps de réponse passant de 2.5 s à 0.7 s) sans une dégradation pénalisante de la stabilité.



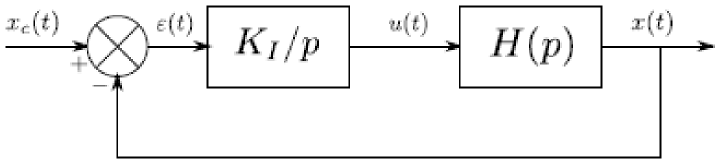
4. Régulateur Intégral

Ces régulateurs influencent sur:

Marges de stabilité	Précision	Rapidité	Dépassement
les marges ne sont pas modifiées (voire augmentées)	augmente	peu d'influence (ou diminue légèrement)	peu d'influence

4.1. Régulateur intégral pur

La fonction de transfert d'une régulation intégrale pure est : $C(p) = \frac{K_I}{p}$



La fonction de transfert corrigée s'écrit alors :

$$FTBO(p) = \frac{K_i}{p}H(p) \Longrightarrow \begin{cases} G'_{dB} = 20log\ K_I - 20log\omega + G_{dB} \\ \varphi' = arg\left(\frac{K_I}{j\omega}\right) + arg(H(p)) = \varphi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Ce régulateur (d'après le diagramme de Bode):
– amplifie les basses fréquences et diminue les hautes fréquences,
– retarde la phase de $\frac{\pi}{2}$.

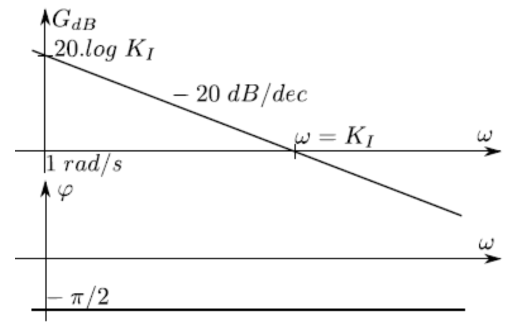


Diagramme de Bode du régulateur intégral.

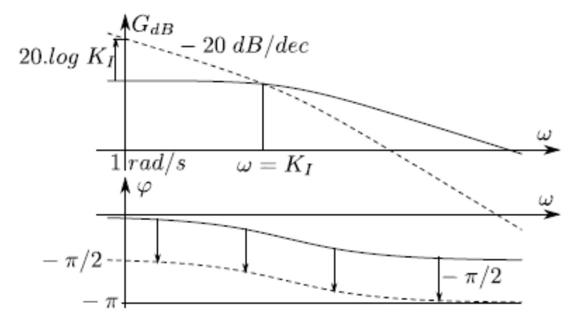


Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

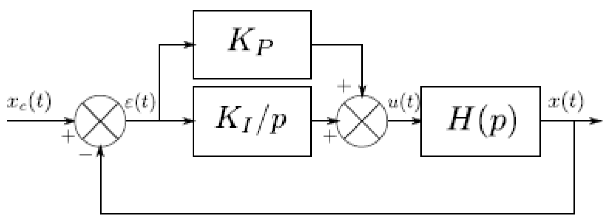
On remarque des diagrammes de Bode de la FTBO corrigée que l'amplification infinie des basses fréquences permet d'assurer la précision du système.
On peut rapprocher cette observation de l'erreur statique d'un système en $\frac{1}{K+1}$. Si K tend vers l'infini, l'erreur tend vers 0.

Cette étude fait apparaître un inconvénient majeur pour ce correcteur : la phase est diminuée de $\frac{\pi}{2}$ ce qui dégrade très fortement la stabilité. La marge de phase est directement réduite de 90^o et la marge de gain sera aussi réduite dans la mesure où la pulsation assurant une phase de -180^o va diminuer. Ce correcteur est donc souvent associé à une action proportionnelle.

4.2. Régulateur Proportionnel Intégral (PI)

La fonction de transfert de ce régulateur s'écrit :

$$C(p) = K_P + \frac{K_I}{p} = \frac{K_P.p + K_I}{p}$$



Le diagramme de Bode de ce régulateur nous montre qu'il ne diminue plus la phase pour $\omega \gg \frac{K_I}{K_P}$. Il amplifie toujours les basses fréquences ce qui assure la précision.
Pour éviter une action néfaste du régulateur sur la marge de phase du diagramme de Bode des FTBO, il faut choisir $\frac{K_I}{K_P} \ll \omega_c$. Par suite, en choisissant $K_P = 1$, les marges de stabilité sont peu modifiées.
On peut observer également que la précision est augmentée sans modifier la stabilité.
Donc, ce régulateur permet de trouver le juste compromis entre stabilité et précision.

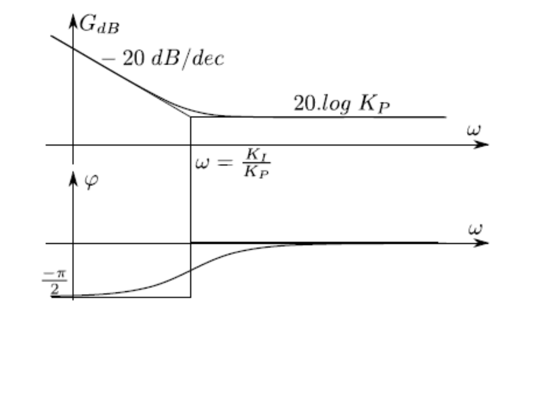


Diagramme de Bode du régulateur proportionnel-intégral.

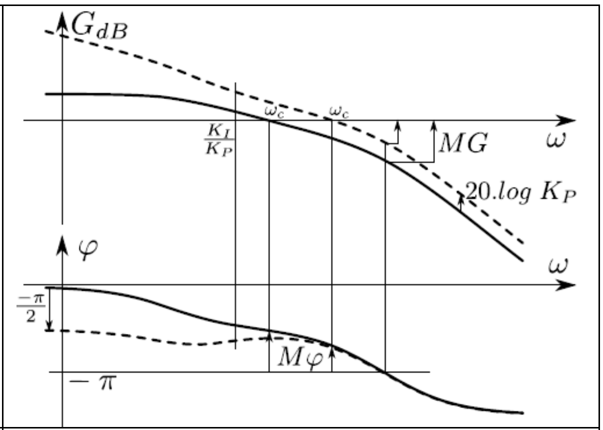
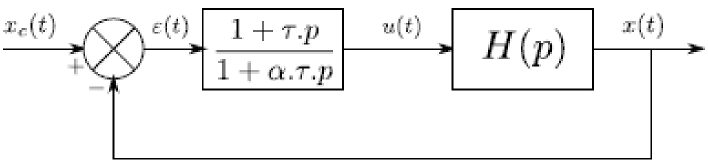


Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

4.3. Régulateur à retard de phase

La fonction de transfert de ce régulateur est: $C(p) = K_P \frac{1+\tau p}{1+\alpha\tau p}$ $avec$: $\alpha > 1$.



Le diagramme de Bode de ce régulateur nous montre ;

- qu'il ne modifie pas la phase pour $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ et n’amplifie pas infiniment les basses fréquences.
- Le minimum de phase est atteint pour $\omega = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$.

Selon les diagrammes de Bode qui montrent l’action du régulateur sur la FTBO, Il faut choisir

- τ à basse fréquence pour ne pas diminuer la marge de phase,
- $\alpha > K_P$ permet d’augmenter les marges de gain et de phase dans une certaine limite (en dégradant toutefois la rapidité).
- $K_P = \alpha$ permet d’améliorer la précision (en amplifiant les basses fréquences) sans toucher au comportement dynamique (rapidité, stabilité).

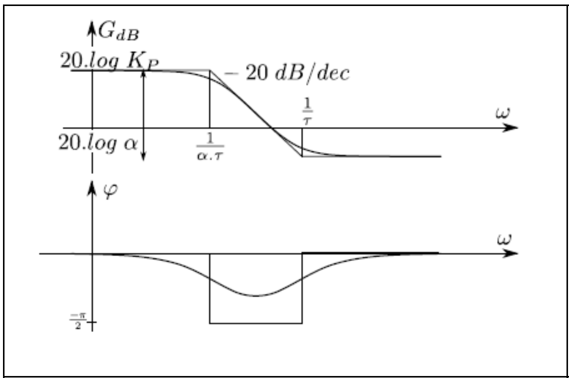


Diagramme de Bode du régulateur à retard de phase.

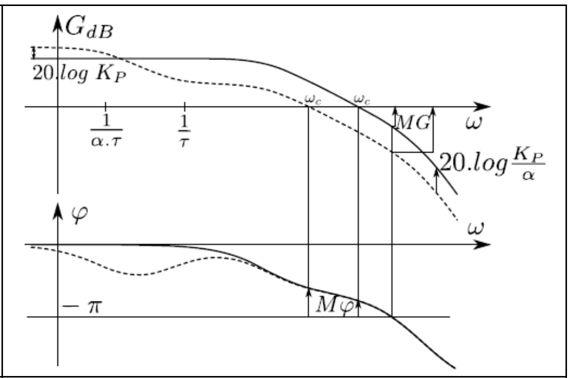


Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

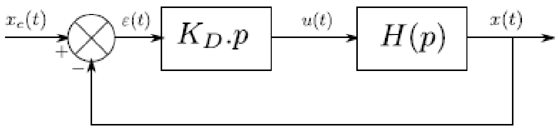
5. Régulateur Dérivée

Ces régulateurs influencent sur:

Marges de stabilité	Précision
les marges augmentent	peu d'influence (erreur statique non modifiée)
Rapidité	**Dépassement**
un peu améliorée (hautes fréquences moins amorties)	peu d'influence

5.1. Régulateur dérivateur pur

La fonction de transfert d'une régulation dérivée pure est : $C(p) = K_D.p$



Ce régulateur (d'après le diagramme de Bode):

- augmente la phase de $\frac{\pi}{2}$, ce qui améliore fortement les marges de stabilité,
- amplifie les hautes fréquences, ce qui est très nocif au comportement,
- réduit le nombre d'intégrations dans la chaîne directe (et donc dégrade la précision et l'insensibilité aux perturbations),
- n'est pas réalisable électroniquement car le degré du numérateur est supérieur à celui du dénominateur !

D'après l'action de ce régulateur sur la FTBO, on observe que cette régulation augmente les marges de stabilité tout en augmentant la rapidité.

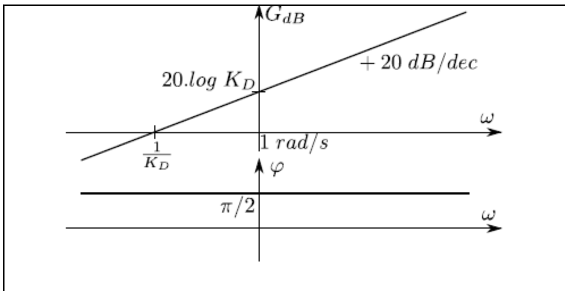
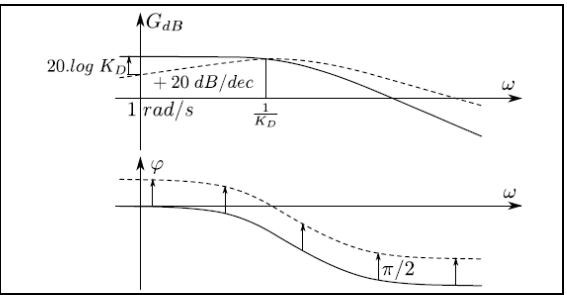
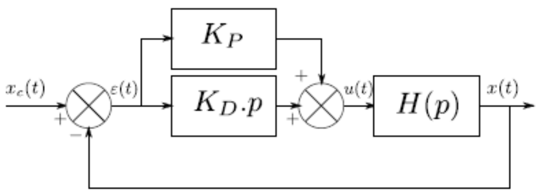
	

Diagramme de Bode du régulateur.	Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

5.2. Régulateur proportionnel dérivateur (PD)

La fonction de transfert de ce régulateur est : $C(p) = K_P + K_D.p$



Ce régulateur (d'après le diagramme de Bode):

- augmente la phase de $\frac{\pi}{2}$, pour $\omega \gg \frac{K_P}{K_D}$,

– amplifie les hautes fréquences,
– ne réduit pas le nombre d'intégrations dans la chaîne directe,
– n'est toujours pas réalisable car le degré du numérateur est supérieur à celui du dénominateur

D'après l'action de ce régulateur sur la FTBO, on observe que cette régulation augmente les marges de stabilité tout en augmentant la rapidité (la pulsation de coupure augmente).

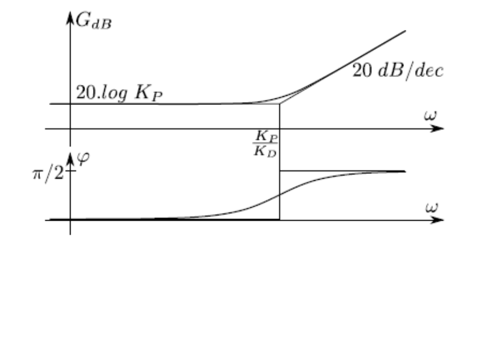


Diagramme de Bode du régulateur.

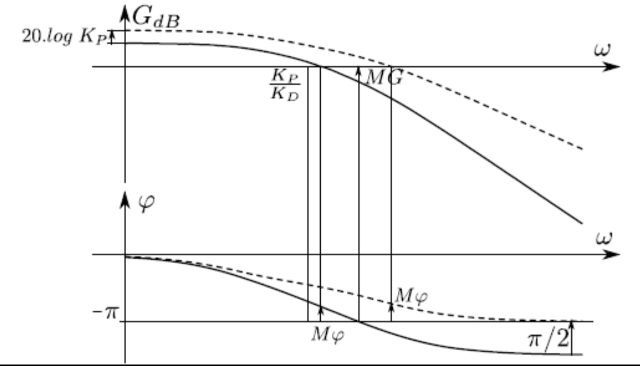
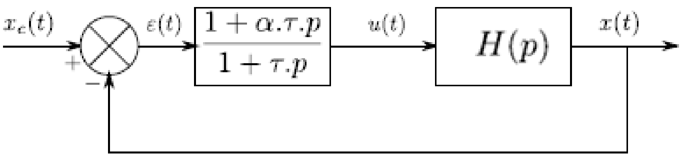


Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

5.3. Régulateur à avance de phase

La fonction de transfert de ce régulateur est: $C(p) = K_P \frac{1+\alpha\tau p}{1+\tau p}$ $avec: \alpha > 1$.



Le diagramme de Bode de ce régulateur nous montre ;

– Le maximum de phase est atteint pour $\omega = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$.
– augmente la phase de $\frac{\pi}{2}$ pour $\frac{1}{\alpha\tau} < \omega < \frac{1}{\tau}$.
– n'amplifie pas les hautes fréquences,
– ne réduit pas le nombre d'intégrations dans la chaîne directe,
– pratiquement réalisable

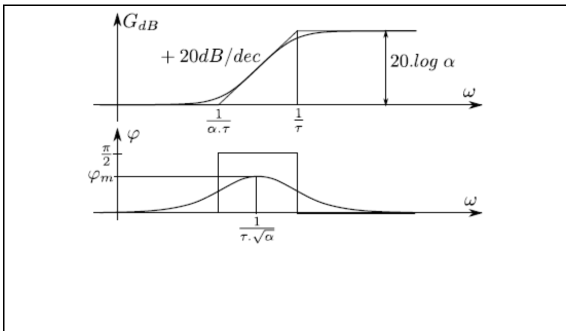


Diagramme de Bode du régulateur.

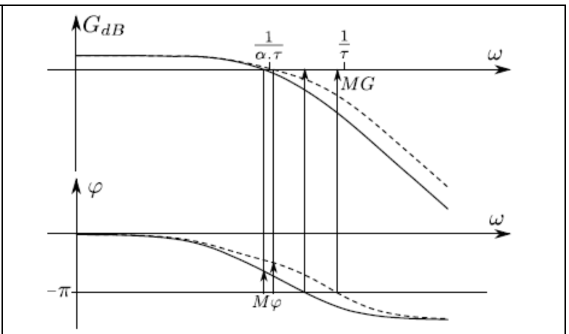
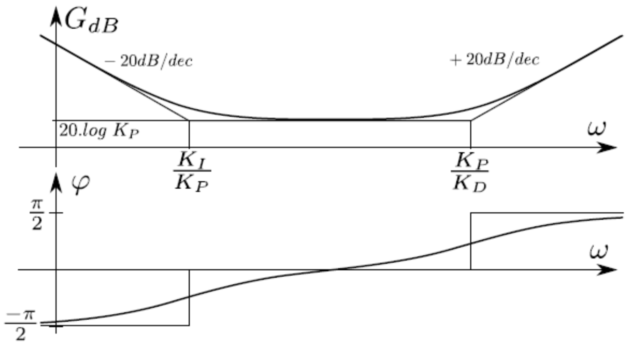


Diagramme de Bode des FTBO corrigée et non corrigée.

6. Régulateur PID : Proportionnel, Intégrale, Dérivée

Ce régulateur est essentiellement théorique, il regroupe les actions PI et PD. La fonction de transfert de ce régulateur est : $C(p) = K_P + \frac{K_I}{p} + K_D.p$

Le diagramme de Bode de ce régulateur est donné par:



En pratique, on traite la partie action dérivée par un effet d'avance de phase.