

## TD Régulation

### Exercice (Correction prop. d'un système du premier ordre)

Un système du premier ordre d'entrée  $u(t)$ , de sortie  $y(t)$  et de modèle  $\tau\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$  est asservi par un correcteur proportionnel de gain  $K_c$ . On donne  $K = 0,2$  et  $\tau = 80 \text{ ms}$

1. Déterminez l'équation différentielle liant le signal de référence  $r(t)$  et la mesure  $y(t)$ .
2. Déterminez la fonction de transfert du système en boucle fermée liant  $R(s)$  et  $Y(s)$ .
3. Déterminez les expressions du gain statique et de la constante de temps du système bouclé.
4. Déterminez le gain du correcteur permettant d'obtenir un temps d'établissement à 5 %,  $T_m$ , égal à 30 ms.
5. Calculez le gain statique obtenu.

### Exercice (Correcteur prop. d'un système du second ordre)

Soit un système de transfert  $G(s) = \frac{K}{(s+\omega_1)(s+\omega_2)}$ . On envisage d'asservir ce système par un correcteur proportionnel. On a  $K = 10$ ,  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  et  $\omega_2 = 50 \text{ rad/s}$ .

1. Représentez le diagramme de Bode de la FTBO.
2. Déterminez la pulsation pour laquelle la phase est à  $-135^\circ$ .
3. Déterminez la valeur du gain permettant d'obtenir une marge de phase de  $45^\circ$ .
4. Déterminez la marge de gain.
5. Déterminez de manière approchée le temps de réponse du système.
6. Déterminez la précision du système asservi.

### Exercice (Correcteur PI pour système du premier ordre)

Soit un système d'équation différentielle  $\tau\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$  avec  $\tau = 20 \text{ ms}$  et  $K = 0,4$ . On envisage une loi de commande proportionnelle-intégrale de la forme  $u(t) = -K_p y(t) + K_i \int^t (r(\tau) - y(\tau)) d\tau$ .

1. Déterminez l'équation différentielle du second ordre liant la référence et la mesure et modélisant le système bouclé.
2. Montrez que l'erreur statique est nulle quelque soit les valeurs des paramètres du correcteur.
3. Déterminez les valeurs des paramètres permettant d'obtenir une pulsation propre de  $200 \text{ rad/s}$  et un amortissement de 1.

### Exercice (Asservissement PI d'un système du second ordre)

Soit un système de fonction de transfert  $H(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)}$  avec  $a = 10 \text{ rad/s}$ ,

$b = 40 \text{ rad/s}$  et  $K = 10$ . On envisage d'utiliser un correcteur PI de la forme  $K(s) = \frac{K_p}{s}(s + \frac{1}{\tau_i})$  où  $K_p$  est le gain du correcteur et  $\tau_i$  est sa constante de temps. On choisit la stratégie suivante : on règle le correcteur de manière à compenser le pôle basse fréquence du système et à avoir une marge de gain de  $45^\circ$ .

1. Tracez l'allure du diagramme de Bode du système et de celui du correcteur pour des valeurs quelconques de ses paramètres.
2. Écrivez la FTBO du système.
3. Donnez la valeur de  $\tau_i$  et simplifiez l'expression de la FTBO en conséquence.
4. Tracez le diagramme de Bode de la FTBO.
5. Donnez la valeur de  $K_p$  permettant de respecter la marge de phase spécifiée.
6. Donnez le temps de réponse approché du système.
7. Quelle est la précision du système asservi ?
8. On suppose que le système est perturbé en entrée par un signal exogène  $p(t)$  qui s'ajoute à  $u(t)$ . Calculez la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{yp}(s)$  entre  $P(s)$  et  $Y(s)$ .
9. Tracez l'allure du diagramme de Bode de  $H_{yp}(s)$ .
10. Calculez le gain maximal de  $H_{yp}(s)$ . Pour quel pulsation est-il obtenu ?

### Exercice (Correction PI d'un système à retard)

On considère un système du premier ordre avec retard de fonction de transfert  $H(s) = \frac{K \exp(-t/\tau)}{s+a}$  avec  $a = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\tau = 0.1 \text{ s}$  et  $K = 1$ . On envisage d'utiliser un correcteur PI de la forme  $K(s) = \frac{K_p}{s}(s + \frac{1}{\tau_i})$ . On choisit la stratégie suivante : on règle le correcteur de manière à compenser le pôle du système et à avoir une marge de gain de  $45^\circ$ .

1. Tracez l'allure du diagramme de Bode du système et de celui du correcteur pour des valeurs quelconques de ses paramètres.
2. Écrivez la FTBO du système.
3. Donnez la valeur de  $\tau_i$  et simplifiez l'expression de la FTBO en conséquence.
4. Tracez le diagramme de Bode de la FTBO.
5. Donnez la valeur de  $K_p$  permettant de respecter la marge de phase spécifiée.
6. Donnez le temps de réponse approché du système.
7. Quelle est la précision du système asservi ?

**Exercice (Correcteur PD et système du second ordre)**

Soit un système du second ordre d'équation différentielle  $\ddot{y}(t) + 10\dot{y}(t) + 100y(t) = 20u(t)$ . On envisage d'asservir ce système par un correcteur proportionnel-dérivé dont le comportement est régit par l'équation différentielle de la forme  $u(t) = K_p(r(t) - y(t)) - K_d\dot{y}(t)$ .

1. Déterminez la pulsation propre, l'amortissement et le gain statique du système en boucle ouverte.
2. Déterminez la forme de l'équation différentielle liant la référence et la mesure.
3. Déterminez les paramètres  $K_p$  et  $K_d$  du correcteur de sorte que le système en boucle ouverte ait une pulsation propre de 50 rad/s et un amortissement égal à 1.
4. Déterminez le gain statique du système asservi ainsi réglé.

**Exercice (Correction à avance de phase pour intégrateur double)** Soit un système de type double intégrateur de fonction de transfert  $H(s) = \frac{K}{s^2}$  avec  $K = 10$ . On envisage de l'asservir par un correcteur à avance de phase (??).

1. Représentez le diagramme de Bode du système à asservir.
2. Représentez le diagramme de Bode du correcteur.
3. Donnez la FTBO du système ; donnez l'allure de son diagramme de Bode.
4. Déterminez le maximum de la phase du correcteur en fonction de  $\frac{b}{a}$  ainsi que la pulsation à laquelle ce maximum est atteint.
5. Déterminez le rapport  $\frac{b}{a}$  permettant d'apporter une phase de  $60^\circ$ .
6. Déterminez le correcteur permettant d'avoir une marge de phase de  $60^\circ$  et un temps d'établissement de 10 ms.