

CHAP II. Commande du moteur à courant continu

1. Rappels sur les caractéristiques des moteurs à courant continu

1.1. Force contre-électromotrice (f.c.e.m)

$$E' = \frac{p}{a} \frac{N}{2\pi} \Omega \Phi \quad (1)$$

Avec:

p : Nombre de paires de pôles de l'inducteur.

a : Nombre de paire de voies de l'enroulement d'induit.

N : Nombre total de brins actifs de l'induit.

F : Flux utile par pole (Weber).

W : Vitesse de rotation (rd/s).

E' : fcem (V).

Remarque: En général, le facteur $\frac{p}{a} \frac{N}{2\pi} = k$ est constant, ce qui donne:

$$E' = k\Phi\Omega \quad (2)$$

1.2. Equations de fonctionnement

○ Equation électrique d'induit

L'équation électrique d'induit s'écrit:

$$U_a = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + E' \quad (3)$$

En régime permanent, $\frac{dI_a}{dt} \approx 0$, ce qui donne: le facteur $E' \approx U_a - R_a I_a$ (4).

○ Bilan des puissances

Le bilan des puissances peut être schématisé en figure 1.

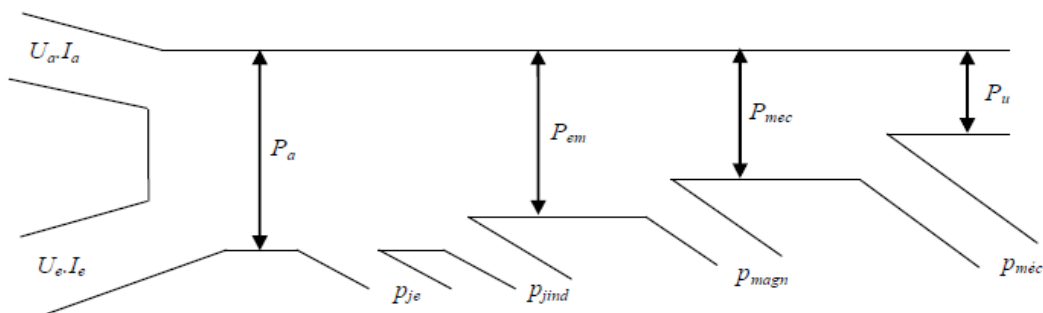


Fig.1. Bilan des puissances d'un moteur à courant continu à excitation séparée

○ Puissance absorbée (P_a):

$$P_a = U_a I_a + U_e I_e \quad (5)$$

○ Pertes joule (excitation p_{je} et induit p_{jind}):

$$P_{je} = U_e I_e \quad (6)$$

$$P_{jind} = E_a I_a^2 \quad (7)$$

$$P_j = P_{je} + P_{jind} \quad (8)$$

- **Puissance électromagnétique:** $P_{em} = P_a - P_j$ (9)

- **Puissance mécanique:** $P_{mec} = P_{em} - P_{magn}$ (10)

Avec: $p_{magn} = p_{hysteresis} - p_{courants\ de\ Foucault}$ (11)

- **Puissance utile:** $P_u = P_{mec} - P_{mec}$ (12)

Avec: $p_{mec} = p_{frottements} - p_{ventilation}$ (13)

Note: En général, la somme des pertes magnétiques et mécanique est appelée "pertes constantes: $p_c = p_{magn} + p_{mec}$ " car cette somme ne dépend pas de la charge du moteur.

○ Expressions des couples

* Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique peut s'écrire comme suit: $C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega}$ (14)

P_{em} : puissance électromagnétique (Fig.1)

En négligeant les pertes joule dans l'inducteur on aura: $P_{em} \approx (U_a - R_a I_a) I_a$

En se basant sur la relation (4), on aura: $P_{em} = E' I_a$ (15)

Ce qui donne: $C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{E' I_a}{\Omega} = \frac{k \Omega \Phi I_a}{\Omega}$ (16)

Ou encore: $C_{em} = k \Phi I_a$ (17)

- * **Couple utile** $C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_{em} - p_c}{\Omega} = C_{em} - C_p$ (18)

C_p : couple de pertes. En pratique $C_p \ll C_{em}$ et on peut écrire:

$$C_u \approx C_{mec} \approx C_{em} = C = k \Phi I_a \quad (19) \text{ (le couple utile est proportionnel à } I_a \text{ et à } \Phi)$$

1.3. Caractéristiques du mcc

Dans la commande, les caractéristiques qui nous intéressent sont:

- La caractéristique électromécanique de vitesse: $\Omega = f(I_a)$.
- La caractéristique électromécanique de couple: $C = f(I_a)$.
- La caractéristique mécanique de couple: $C = f(\Omega)$.

Note: Nous allons donner les caractéristiques du mcc à excitation séparée constante qui est le plus utilisé dans la commande.

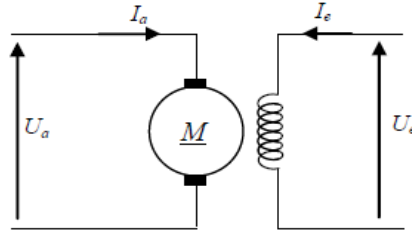


Fig.2. moteur à courant continu à excitation séparée

Dans ce cas, le couple a pour expression:

$$C = k\Phi I_a = k' I_a \quad (20)$$

$$\text{Avec: } k' = k\Phi = \frac{p}{a} \frac{N}{2\pi} \Phi \quad (21)$$

A partir de l'équation (2), on peut écrire: $E' = k\Phi\Omega = k'\Omega$

$$\text{Et l'équation (4) devient: } U_a = k'\Omega + R_a I_a \quad (22)$$

$$\text{Ce qui donne: } \Omega = \frac{U_a - R_a I_a}{k'} \quad (23)$$

$$\text{Ou encore: } \Omega = \frac{U_a}{k'} - \frac{R_a}{k'} I_a \quad (24)$$

A partir des équations (20) et (24), nous pouvons tracer les caractéristiques électromécaniques de vitesse et de couple suivante:

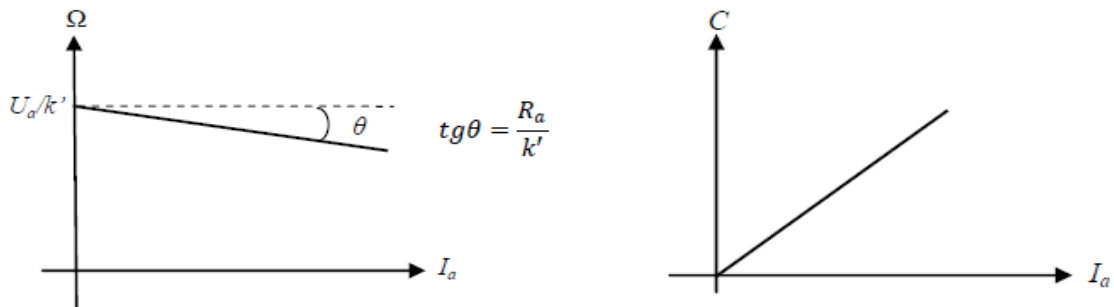


Fig.3. Caractéristiques $\Omega = f(I_a)$ et $C = f(I_a)$

La caractéristique mécanique $C = f(\Omega)$ (Fig.4) avec Φ et U_a constants peut être retrouvée en considérant l'équation (23) et en remplaçant I_a par son expression dans (21), ce qui donne:

$$U_a = k'\Omega + R_a I_a = k'\Omega + \frac{R_a}{k'} C \quad (25)$$

$$\text{Enfin: } C = \frac{k'}{R_a} U_a - \frac{k'^2}{R_a} \Omega \text{ ou bien } \Omega = \frac{1}{k'} U_a - \frac{R_a}{k'^2} C \quad (26)$$

Remarque: on voit bien dans (Fig.4) que la vitesse du moteur est presque constante (elle dépend très peu de la charge du moteur).

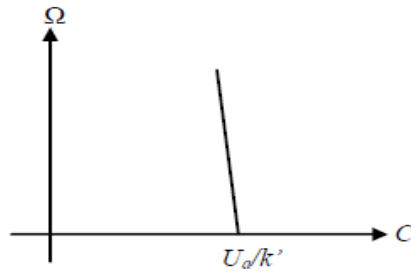


Fig.4. Caractéristique $\Omega = f(C)$

1.4 Caractéristiques mécaniques des charges entraînées

Les caractéristiques mécaniques des charges entraînées sont souvent compliquées. En pratique, on se réfère habituellement à l'un ou l'autre des deux modes de fonctionnement suivants :

1.4.1 Fonctionnement à couple constant $C_r = \text{Const.}$

Le couple est indépendant de la vitesse, tandis que la puissance est proportionnelle à la vitesse. Ce fonctionnement est le plus utilisé, il est applicable à l'ensemble des engins de levage (grues, ascenseurs, convoyeurs,...).

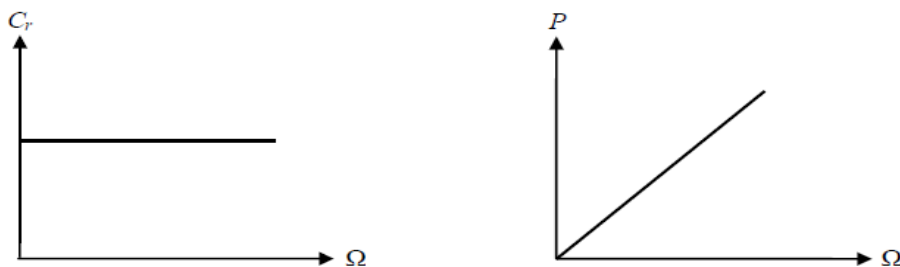


Fig.5. Caractéristique $C(\Omega)$ et $P(\Omega)$

1.4.2 Fonctionnement à puissance constante $P = \text{Const.}$

Le deuxième entraînement moins fréquent que le précédent travaille à puissance constante, le couple ($C_r = P/\Omega$) est inversement proportionnel à la vitesse.

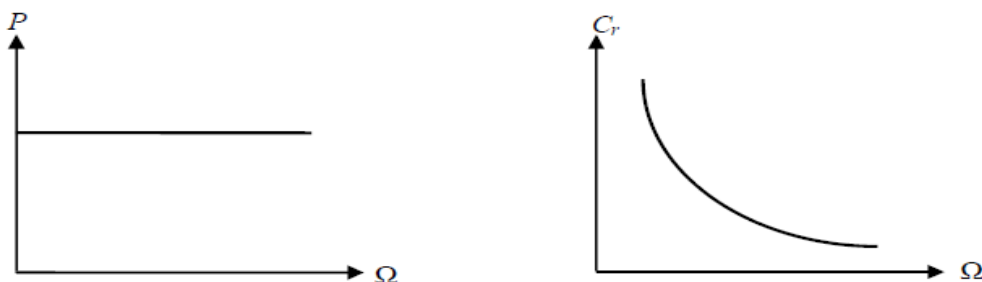


Fig.6. Caractéristique $P(\Omega)$ et $C(\Omega)$

1.5 Point de fonctionnement d'un groupe moteur- charge entraînée

Le point d'intersection des deux courbes $C_m = f(\Omega)$ et $C_r = f(\Omega)$, (C_m : couple moteur et C_r : couple résistant) donne le point de fonctionnement. A ce point on associe habituellement le couple nominal (C_n) et la vitesse nominale (Ω_n) du groupe.

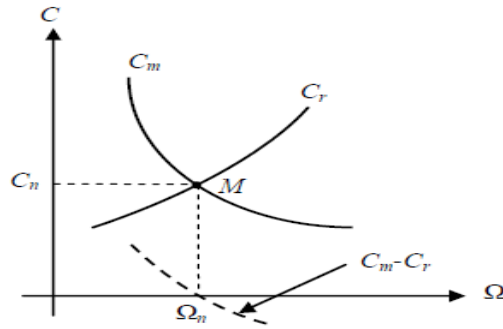


Fig.9. Point de fonctionnement d'un groupe (moteur – charge entraînée)

2. Réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu

2.1 Méthodes de réglage de la vitesse

La relation de la vitesse d'un moteur à courant continu (à excitation séparée) est donnée par :

$$\Omega = \frac{U_a - R_a I_a}{k'} = \frac{U_a - R_a I_a}{k\Phi} \quad (27)$$

A partir de cette relation, il y a trois possibilités pour le réglage de la vitesse :

- Par action sur R_a (réglage rhéostatique).
- Par action sur Φ (réglage par le flux : $\Omega = \frac{U_a - R_a I_a}{k'} = \frac{U_a - R_a I_a}{k\Phi}$ par excitation).
- Action sur U_a (réglage par la tension d'induit).

A) Réglage rhéostatique

On maintient Φ et Φ fixes (à leur valeur nominale) et on réduit la vitesse en augmentant la résistance d'induit à l'aide d'un rhéostat (R_h) branché en série avec l'induit, ce qui donne:

$$C = k' I_a \quad (28)$$

$$\Omega = \frac{U_a - (R_a + R_h) I_a}{k'} \quad (29)$$

Remarques:

1/ Pour $I_a = 0$, l'augmentation de R_h permet de réduire la vitesse.

2/ Pour $I_a = 0$, $C = 0$ et la vitesse a pour expression: U_a/k' . en ce point la vitesse ne dépend pas de R_h .

La caractéristique couple-vitesse sera alors celle de la figure 10.

3/ En pratique, ce réglage est médiocre (il n'est pas précis et il provoque beaucoup de pertes et les caractéristiques du moteur ne sont pas conservées...). Il n'est utilisé que pour le démarrage (démarrage rhéostatique ou bien pour le freinage)

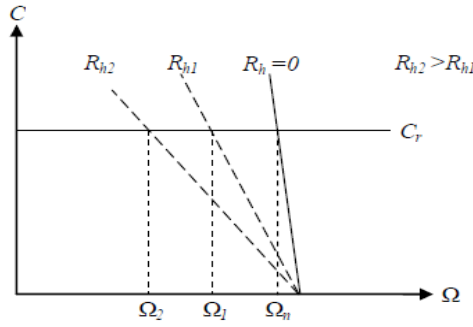


Fig.10. Réglage rhéostatique : Caractéristique de réglage

B) Réglage par le flux

Regroupons les équations (28) et (29) dans (30), on voit qu'on peut augmenter la vitesse Ω par réduction du flux d'excitation Φ mais en contrepartie, on voit bien dans que le couple C diminue.

$$\begin{cases} \Omega = \frac{U_a - R_a I_a}{k\Phi} \\ C = k\Phi I_a \end{cases} \quad (30)$$

Alors (voir figure 11):

Pour $C = 0$, $I_a = 0$ et $\Omega = \frac{U_a}{k\Phi}$: Une réduction de Φ provoque une augmentation de Ω .

Pour $\Omega = 0$, $I_a = U_a/R_a$ et $C = k\Phi \frac{U_a}{R_a}$: Une réduction de Φ provoque une diminution de C .

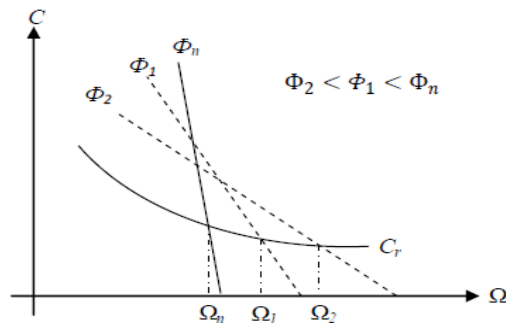


Fig.11. Caractéristique du réglage par le flux

Ce procédé n'est pas un vrai réglage néanmoins, il permet de faire tourner le moteur à une vitesse supérieure à la vitesse nominale (par diminution du courant d'excitation) à condition de réduire la charge pour éviter la surcharge et la surchauffe du moteur.

C/ Réglage par la tension d'induit

On fixe le flux d'excitation à sa valeur nominale et on règle la vitesse en dessous de sa valeur nominale en réduisant la valeur de la tension d'alimentation. Ainsi, en fixant le flux, les équations 30 peuvent être simplifiées comme suit:

$$\begin{cases} \Omega = \frac{U_a - R_a I_a}{k'} \\ C = k' I_a \end{cases} \quad (31)$$

Avec $k' = k\Phi$

Ce qui donne (voir figure 12):

- Pour $C = 0$; $I_a = 0$ alors $\Omega = U_a / k'$, ce qui donne: $\Delta\Omega = (\Delta U_a) / k'$: Lorsqu'on réduit la tension U_a la vitesse Ω diminue.
- Pour $\Omega = 0$; $I_a = U_a / R_a$ alors $C = k' U_a / R_a$, ce qui donne: $\Delta C = k' (\Delta U_a) / R_a$: Lorsqu'on réduit la tension U_a le couple C diminue.

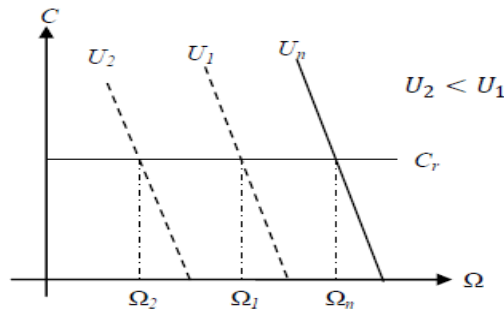


Fig.12. Caractéristique de réglage par la tension d'induit

Ce réglage est excellent car la caractéristique mécanique n'est pas déformée, de plus aucune énergie n'est gaspillée et le rendement demeure élevé. Cependant, cette solution nécessite l'emploi d'un variateur de vitesse à base des convertisseurs électroniques de puissance.

3. Variateurs de vitesse pour mcc

Le mcc est le moteur le mieux adapté au fonctionnement à vitesse variable à condition de régler sa vitesse par la tension d'induit. Dans la figure 13 ci-après, le convertisseur électronique alimente l'induit du moteur et sa vitesse est captée par une dynamo tachymétrique T_y . La vitesse mesurée (n_{mes}) est comparée à la vitesse de référence (n_{ref}). L'écart de régulation constitue l'entrée du régulateur de vitesse qui génère le signal à l'entrée de la boucle de réglage de courant (boucle interne) ajoutée à la boucle de vitesse (boucle externe). Un shunt (Sh) donne une tension proportionnelle au courant (I_c) appliquée à l'entrée du régulateur de courant. Les limiteurs servent à maintenir le courant et la tension d'induit entre les valeurs maximales admises.

Les convertisseurs utilisés peuvent être comme suit :

- Convertisseurs alternatif-continu (Redresseurs) : réversibles et non réversibles.
- Hacheurs: ils peuvent être aussi non réversibles et réversibles.

Remarque: Dans cette figure, le but est le réglage de la vitesse (variable externe), seulement, il est nécessaire d'utiliser une boucle interne pour le courant pour éviter que ce dernier ne prenne des valeurs excessives qui peuvent causer la destruction du moteur. La structure des deux boucles en cascade adoptée dans la figure 14 (boucle interne + boucle externe adoptée) est bien adaptée au cas du mcc.

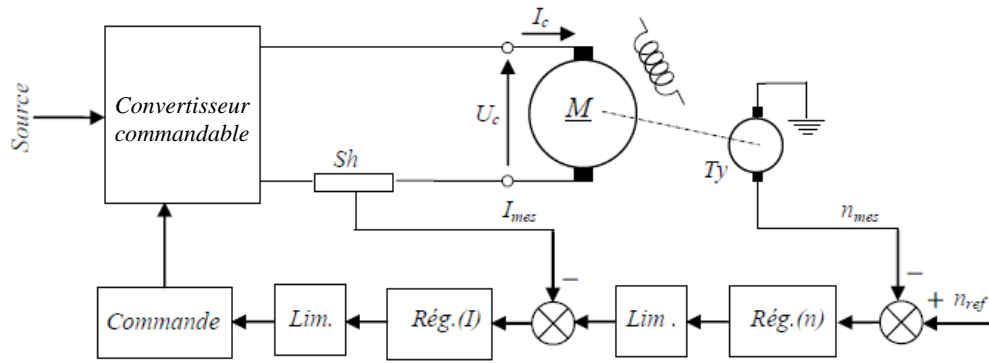
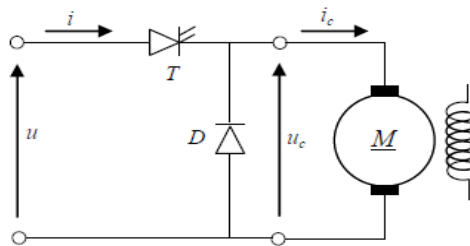


Fig.13. Exemple de variateur de vitesse pour mcc à l'aide d'une tension d'induit variable

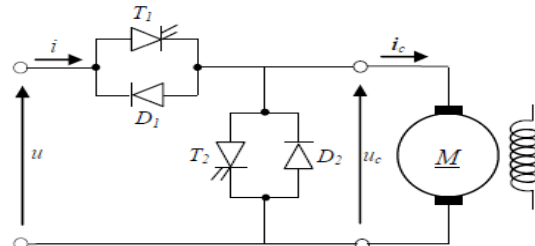
4. Variateurs de vitesse pour mcc utilisant des hacheurs

Les hacheurs sont utilisés lorsque la source est à courant continu. Dans le cas d'une source à courant alternatif, on utilise généralement un pont redresseur à diodes (monophasé ou triphasé) suivi d'un filtre capacitif pour obtenir la source continu puis on place le hacheur. En général, on ajoute une petite inductance en série avec l'induit du mcc pour lisser le courant.

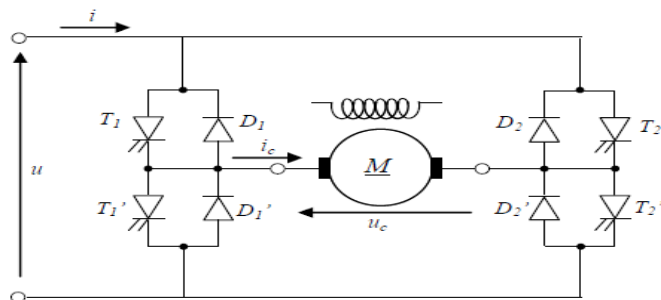
1. Le hacheur série est utilisé lorsque le moteur ne doit travailler que dans le quadrant 1 (chap. 1), (Fig.14.a).
2. Le hacheur réversible en courant (hacheur en demi-pont ou hacheur série-parallèle) est utilisé lorsque le moteur doit travailler dans les quadrants 1 et 2. La marche dans le quadrant 2 exige que la source alimentant le hacheur soit réversible en courant, (Fig.17.b).
3. Le hacheur en pont (hacheur quatre quadrants) est utilisé lorsque le moteur doit travailler dans les quatre quadrants. La marche dans les quadrants 2 et 3 exige que la source alimentant le hacheur soit réversible en courant, (Fig.14.c).



a. Hacheur série



b. Hacheur réversible en courant



c. Hacheur en pont (réversible en courant et en tension)

Fig.14. Association hacheur - mcc

5. Commande en vitesse du mcc

5.1 Quelques notions sur la commande du mcc

a. Boucle de réglage

Pour réaliser la commande de la grandeur d'entrée (référence) d'un système (dans le cas des machines: courant, tension, vitesse, couple,...), on utilise un système asservi (structure en boucle) selon le schéma de principe ci-après :

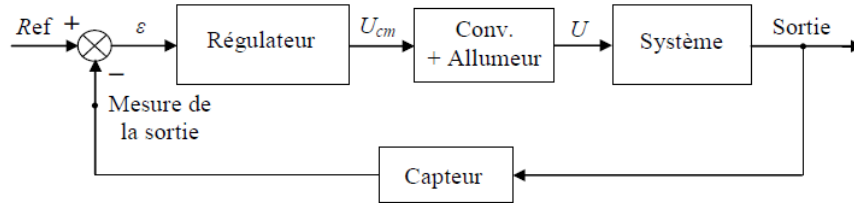


Fig.15. Schéma de principe d'une boucle de réglage

b. Principe de la régulation en cascade de la vitesse du mcc

Un schéma simplifié de la régulation en cascade de la vitesse du mcc est donné en figure 16. La boucle externe (boucle de vitesse) permet de régler la vitesse et la boucle interne du courant permet de régler celui-ci dans les limites acceptables de la machine. Pour obtenir un bon fonctionnement des boucles en cascade, la boucle interne doit être au plus rapide que la boucle externe, ce qui est bien vérifié dans notre cas car les variables électriques varient plus rapidement que les variable mécaniques.

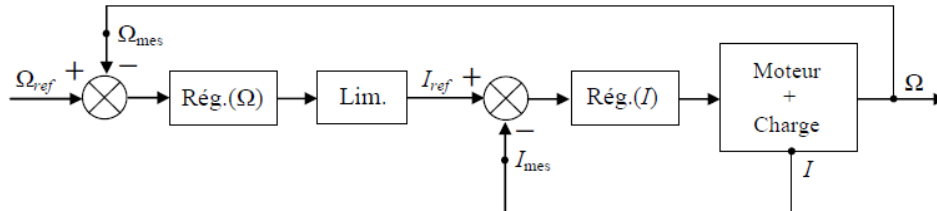


Fig.16. Régulation en cascade de la vitesse du mcc

5.2 Modèle du mcc à excitation constante (flux constant)

Reprenons l'équation 3:

$$U_a = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + E' \quad (31)$$

$$\text{Avec } E' = k' \Omega \quad (32)$$

L'équation mécanique est donnée par:

$$\sum C = C_m - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} \quad (33)$$

avec:

$$C_m \approx C_{em} = k' I_a \quad (34)$$

$$C_r = C_f + C_{sec} \quad (35)$$

$$C_f = f \Omega \quad (36)$$

C_{sec} : Couple sec indépendant de la vitesse (charge quelconque)

(C_f : couple de frottement et f : coefficient de frottement)

L'application de la transformée de LAPLACE à l'équation électrique (31) et à l'équation mécanique (33) donne:

$$U_a = R_a I_a + sL_a I_a + E', \text{ ce qui donne } U_a - E' = (R_a + sL_a) I_a \text{ ou encore } I_a = \frac{U_a - E'}{R_a + sL_a} \quad (37)$$

$$C_m - C_{\text{sec}} = (f + sJ)\Omega \rightarrow \Omega = \frac{C_m - C_{\text{sec}}}{f + sJ} \quad (38)$$

D'où le schéma fonctionnel suivant:

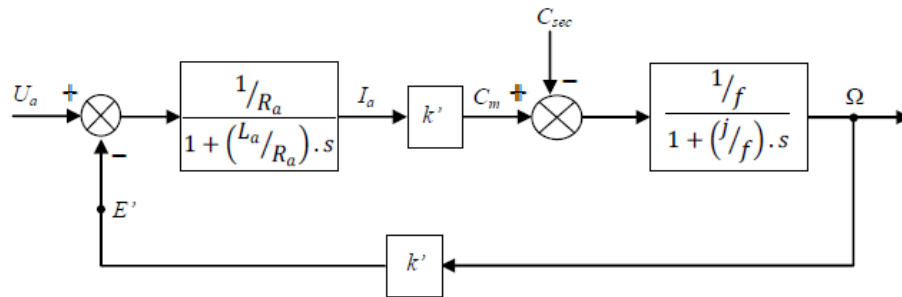


Fig.17. Schéma fonctionnel du MCC à excitation constante

Remarque:

On peut poser: $T_e = L_a/R_a$ (constante de temps électrique) et $T_m = J/f$ (constante de temps mécanique), en général $T_e \ll T_m$.

5.3. Notions sur les régulateurs classiques

Les régulateurs classiques ont trois actions principales (proportionnelle **P**, intégrale **I** et dérivée **D**); ces actions peuvent aussi être combinées (**PI**, **PD**, **PID**,...). Les principales tâches de ces régulateurs sont:

- La correction.
- L'amplification.
- La correction

5.3.1. Action proportionnelle (réglage P)

Ce régulateur produit un signal de commande proportionnel au signal d'erreur :

$$u_{cm}(t) = k_p \cdot \varepsilon(t)$$

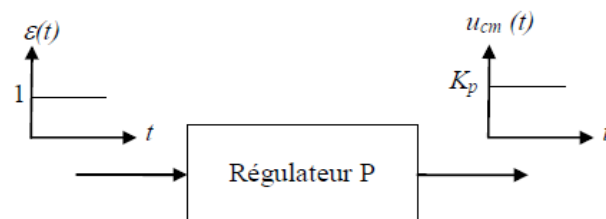


Fig.18. Régulateur P

Transmittance:

$$G_{rP}(s) = \frac{U_{cm}(s)}{\varepsilon(s)} = K_P$$

5.3.2. Action intégrale (réglage I)

Elle crée un signal de commande qui est l'intégrale du signal d'erreur ;

$$u_{cm} = K_I \int_0^t \varepsilon(t) dt$$

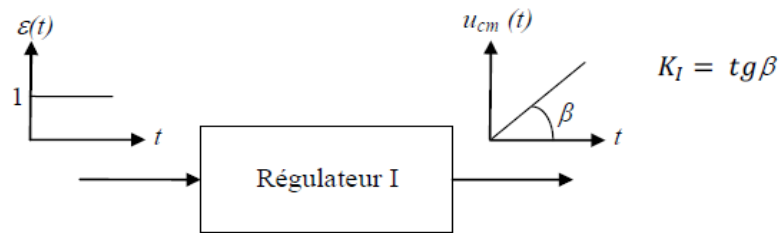


Fig.19. Régulateur I

Transmittance:

$$G_{rI}(s) = \frac{U_{cm}(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{K_I}{s} = \frac{1}{T_I \cdot s}$$

K_I : Gain intégral

$\frac{1}{K_I} = T_I$: Constante de temps d'intégration

5.3.3. Action dérivée (réglage D)

L'action(D) crée un signal de commande qui est la dérivée du signal d'erreur ;

$$u_{cm}(t) = K_D \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

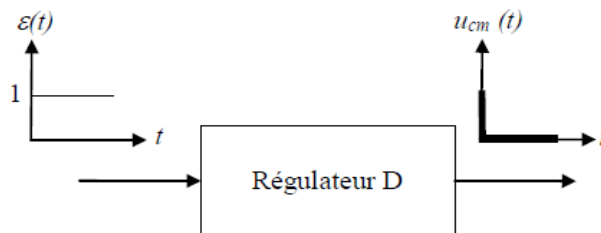


Fig.20. Régulateur D

Transmittance:

$$G_{rD}(s) = \frac{U_{cm}(s)}{\varepsilon(s)} = K_D \cdot s = T_D \cdot s$$

k_d : Gain dérivé ;

T_d : Constante de temps de dérivation.

5.3.4. Action proportionnelle et intégrale (réglage PI)

Le signal de commande est donné par :

$$U_{cm} = K_P \cdot \varepsilon(t) + K_I \int_0^t \varepsilon(t) dt$$

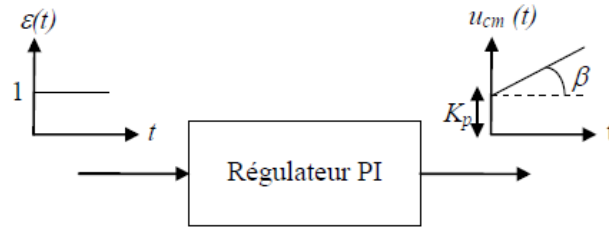


Fig.21. Régulateur PI

Transmittance:

$$U_{cm}(s) = K_p \cdot \varepsilon(s) + \frac{K_I}{s} \varepsilon(s)$$

$$U_{cm}(s) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right) \cdot \varepsilon(s)$$

$$U_{cm}(s) = \frac{K_p \cdot s + K_I}{s} \varepsilon(s) = \frac{1 + \left(\frac{K_p}{K_I} \right) \cdot s}{\frac{1}{K_I} s} \varepsilon(s)$$

$$G_{rPI}(P) = \frac{U_{cm}(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{1 + s \cdot T_n}{s \cdot T_I}$$

$T_n = \frac{K_p}{K_I}$: Dosage de corrélation d'intégrale

$T_I = \frac{1}{K_I}$: Constante de temps d'intégration

5.3.5. Action proportionnelle et dérivée (réglage PD)

Le signal de commande est donné par :

$$u_{cm}(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

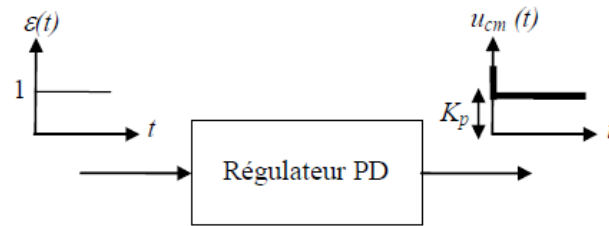


Fig.22. Régulateur PD

Transmittance:

$$G_{rPD}(s) = K_p + K_D \cdot s$$

$$G_{rPD}(s) = K_p \left(1 + \frac{K_D}{K_p} s \right) = K_p (1 + s \cdot T_d)$$

K_p : gain statique

$T_d = \frac{K_D}{K_p}$: Constante de temps de dérivation

5.3.6. Action proportionnelle, intégrale et dérivée (réglage PID)

Le signal de commande est donné par: $u_{cm} = K_p \varepsilon(t) + K_I \int_0^t \varepsilon(t) dt + K_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$

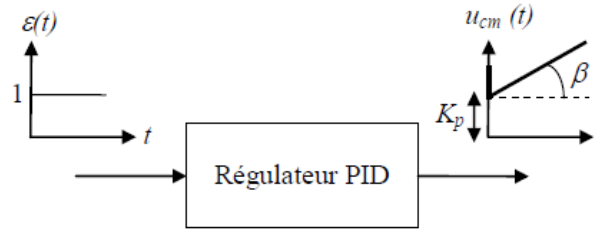


Fig.23. Régulateur PID

Transmittance:

$$G_{rPID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s$$

$$G_{rPID}(s) = \frac{K_P \cdot s + K_I + K_D \cdot s^2}{s} + \frac{1 + \frac{K_P}{K_I} \cdot s + \frac{K_D \cdot s^2}{K_I}}{\frac{1}{K_I} \cdot s^2}$$

$$G_{rPID}(p) = \frac{(1 + s \cdot T_n)(1 + s \cdot T_v)}{T_I \cdot s}$$

$$T_n = \frac{1}{2} \frac{K_P}{K_I} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{K_P}{K_I} \right)^2 - \frac{K_D}{K_I}}$$

$$T_v = \frac{1}{2} \frac{K_P}{K_I} - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{K_P}{K_I} \right)^2 - \frac{K_D}{K_I}}$$

T_I : Constante de temps d'intégration ;

T_v : Dosage de corrélation de dérivée ;

T_n : Dosage de corrélation d'intégrale.

5.3.7. Dimensionnement des régulateurs

Il existe plusieurs méthodes pour le dimensionnement des régulateurs standards. Souvent on fait appel aux critères selon Ziegler-Nichols. Dans le domaine des réglages industriels, on utilise d'autres critères simples et qui donnent des résultats satisfaisants, à s'avoir :

- Le critère méplat ;
- Le critère symétrique.

a. Critère méplat

Ce critère consiste à:

- Compenser la constante de temps dominante du système.
- Avoir $|F_{BF}(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \cong Cste$.

Selon ce critère, les constantes de temps du régulateur sont données en fonction des constantes de temps du système dans le tableau suivant:

Ns	Type de régulateur	T_n	T_v	T_{v2}	T_i
1	PI	T_1	-	-	$2kT_p$
2	PID	T_1	T_2	-	$2kT_p$
3	PID2	T_1	T_2	T_3	$2kT_p$

Avec:

Ns: Ordre du système

Tp: petite constante de temps (choisie généralement pour avoir : $|F_{BF}(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \cong Cste$)

b. Critère sur la réponse harmonique symétrique (ou critère symétrique)

L'emploi du critère méplat pose des problèmes lorsque le système à régler possède un comportement intégral. De même, si les constantes de temps dominantes sont élevées (le temps de réglage pour annuler l'influence de la grandeur de perturbation devient trop long). Pour à pallier ces inconvénients, on peut dimensionner le régulateur selon le critère sur la réponse harmonique symétrique (ou plus court : critère symétrique).

Ce critère consiste à avoir:

- La réponse harmonique du circuit de réglage en boucle ouverte doit prendre une forme symétrique.
- Aux faibles valeurs de la pulsation ω , cette réponse doit avoir une amplification élevée.

Selon ce critère, les constantes de temps du régulateur sont données en fonction des constantes de temps du système dans le tableau suivant:

Ns	Type de régulateur	T_n	T_v	T_{v2}	T_i
1	PI	$4T_p$	-	-	$8 \frac{K}{T_1} T_p^2$
2	PID	$8T_p$	$8T_p$		$128 \frac{K}{T_1 T_2} T_p^3$
3	PID2	$12T_p$	$12T_p$	$12T_p$	$3456 \frac{K}{T_1 T_2 T_3} T_p^4$

5.4. Réglage de vitesse classique d'un mcc à excitation séparée (constante)

Nous considérons le schéma de réglage en cascade donné en figure 24. La vitesse (grandeur primaire) est réglée par la boucle externe et la boucle interne assure le réglage du courant dont la référence est donnée par la sortie du régulateur de vitesse.

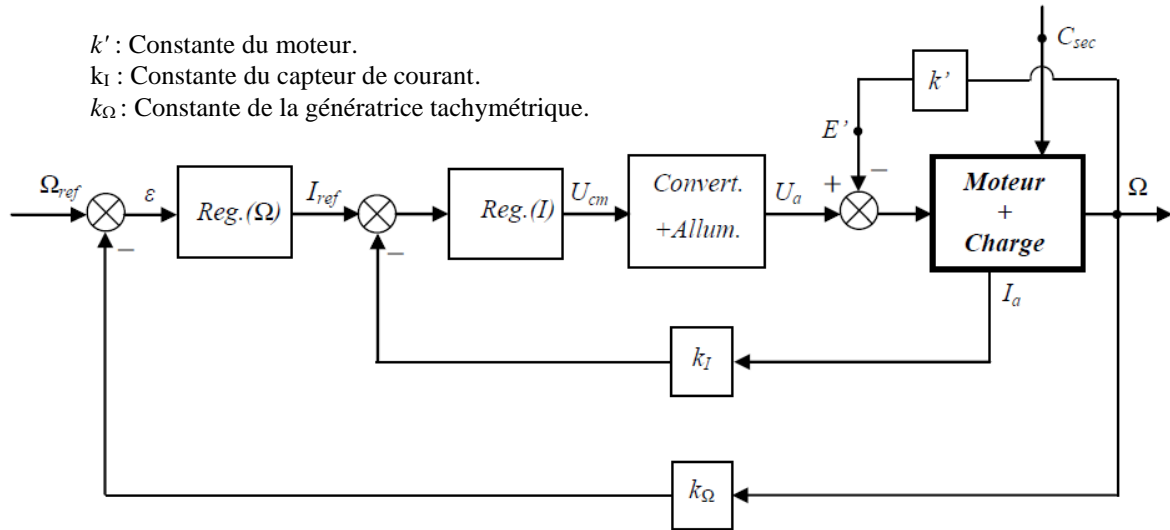


Fig.24. Schéma fonctionnel global du réglage en cascade de la vitesse d'un mcc à excitation séparée

Remarque importante: Dans le domaine de la commande, l'entrée considérée du convertisseur est le signal de commande (U_{cm}) et la sortie est la tension de sortie (U_a). Le convertisseur est considéré comme un amplificateur avec un retard T_r . La fonction de transfert est donnée par:

$$G_{cm}(s) = \frac{U_a(s)}{U_{cm}(s)} = G_0 e^{-sT_r} \quad (38)$$

Avec: $G_0 = \frac{|U_a(s)|}{|U_{cm}(s)|}$ et T_r étant le retard.

Comme T_r est petite, la F.T. donnée par l'expression (38) peut être approximée par un élément du premier ordre comme suit:

$$G_{cm}(s) = \frac{U_a(s)}{U_{cm}(s)} = \frac{G_0}{(1 + sT_r)} \quad (39)$$

La constante de temps du convertisseur T_r est donnée par:

Cas du redresseur: $T_r = \frac{1}{2pf}$ avec p : indice de pulsation du redresseur (nombre de callote de

sinusoïde par période de la tension du réseau et f la fréquence du réseau ($f = 50$ Hz).

* Pour les redresseurs P2 et PD2, $p = 2$ alors $T_r = 1/(2*2*50) = 0.005$ s = 5 ms.

* Pour le redresseurs P3, $p = 3$ alors $T_r = 1/(2*3*50) = 0.0033$ s = 3.33 ms.

* Pour le redresseurs PD3, $p = 6$ alors $T_r = 1/(2*6*50) = 0.00167$ s = 1.67 ms.

Cas du hacheur: $T_r = \frac{1}{2f_p}$ (f_p : fréquence de la porteuse) pour le cas d'une porteuse en dent de

scie et $T_r = \frac{1}{2f_p}$ pour le cas d'une porteuse triangulaire.

En général, T_r est plus petite pour les hacheurs que pour les redresseurs.

5.4. Boucle de courant

Le schéma fonctionnel de la boucle de courant est donné dans la figure 25 suivante:

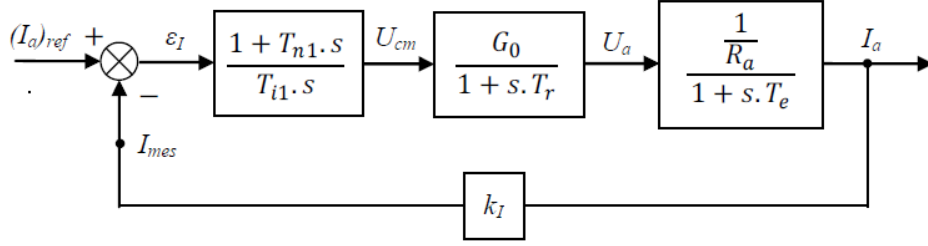


Fig.25. Boucle de courant

Remarques:

1/ En général, on utilise un régulateur PI

2/ L'entrée E' ($E' = k' \Omega$) est considérée comme une perturbation (le réglage est dimensionné par rapport à l'entrée principale).

Pour la synthèse du régulateur on utilise le critère méplat qui consiste à:

- compenser la constante de temps dominante $T_{n1} = T_e$.
- Calcul de T_{i1} :

$$F_{BF}(s) = \frac{\frac{1}{k_I}}{1 + \frac{sT_{i1}(1 + sT_r)}{k_G}} \quad (40)$$

Avec: $k_G = k_I G_0 / R$

Pour avoir la condition: $|F_{BF}(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \cong Cste$, calculons $|F_{BF}^2(j\omega)|$:

$$|F_{BF}^2(j\omega)| = F_{BF}(j\omega) \cdot F_{BF}(-j\omega) = \frac{\frac{1}{k_I^2}}{1 + \left[\left(\frac{T_{i1}}{k_G} \right)^2 - \frac{2T_{i1}T_r}{k_G} \right] \omega^2 + \left(\frac{T_{i1}T_r}{k_G} \right) \omega^4}$$

Pour $\omega \rightarrow 0$, $\omega^4 \ll \omega^2$ alors la condition $|F_{BF}(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \cong Cste$ donne: $T_{i1} = 2k_G \cdot T_r$.

Enfin le calcul des constantes de temps du régulateur donne $T_{n1} = T_e$ et $T_{i1} = 2k_G \cdot T_r$.

Remarque: On peut analyser la boucle de courant après correction en utilisant le diagramme de Bode.

$$\text{La FTBF (40) peut s'exprimer par : } F_{BF}(s) = \frac{\frac{1}{k_I}}{1 + 2T_r \cdot s + 2T_r^2 \cdot s^2} \quad (41).$$

Le calcul des pôles de cette FTBF donne: $p_{1,2} = s_{1,2} = -\frac{1}{2T_r} \pm j \frac{1}{2T_r}$. On voit que le système possède 2 pôles complexes conjugués à partie réelle négative (système stable) (Fig.26)

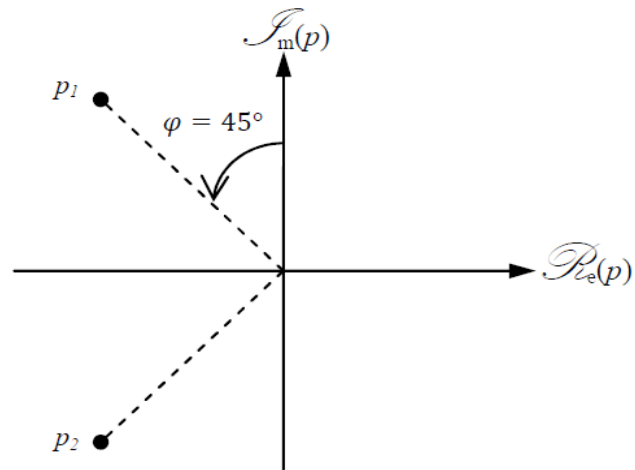


Fig.26. Disposition des pôles dans le plan complexe

Remarque: Pour un tel système, l'amortissement $\xi = \sin(\varphi) \approx 0.7$, ce qui donne un dépassement max $D_{\max} = 5\%$ et un temps de réponse à 95 % minimal.

La FTBO du système réglé est: $F_{BO}(s) = \frac{1}{2T_r \cdot s(1 + sT_r)}$. Le diagramme de Bode tracé pour la FTBO est le suivant:

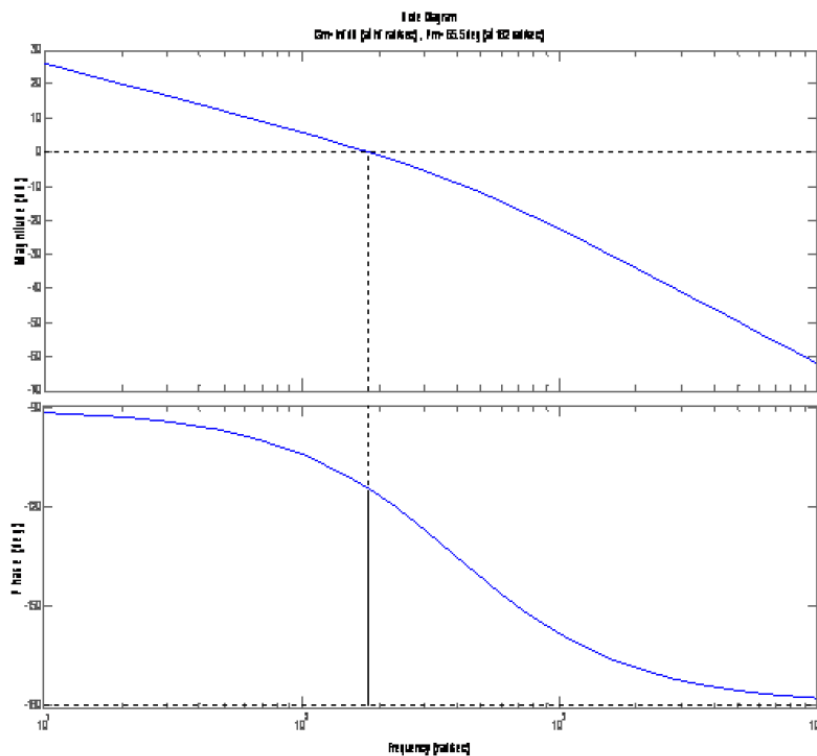


Fig.27. Diagramme de Bode (en BO)

Remarques:

ω_c : pulsation de coupure à $|FTBO(\omega_c)|_{dB} = 0$

Marge de phase: $m_\varphi = \varphi(\omega_c) + 180^\circ \approx 63^\circ > 0$: système stable.

Marge de gain: $m_G = 0 - |FTBO(\omega_{-180^\circ})| > 0$. Dans notre cas m_G est infinie: système stable.

5.4. Boucle de vitesse

On considère la FTBF du système $F_{1BF}(s) = \frac{\frac{1}{k_I}}{1 + 2sT_r(1 + sT_r)} = \frac{\frac{1}{k_I}}{1 + 2sT_r + 2s^2T_r^2}$: Système du 2^{ème} ordre. Pour le choix du régulateur de vitesse, on peut soit laisser cette expression et utiliser un régulateur PID, soit simplifier cette expression en négligeant le terme $2s^2T_r^2$ devant $2sT_r$ car ($T_r \ll 1$ alors $T_r^2 \ll T_r$). On aura alors :

$$F_{2BF}(s) \approx \frac{\frac{1}{k_I}}{1 + sT_{eq}} \text{ avec } T_{eq} = 2T_r.$$

D'où le schéma fonctionnel de la boucle de vitesse suivant:

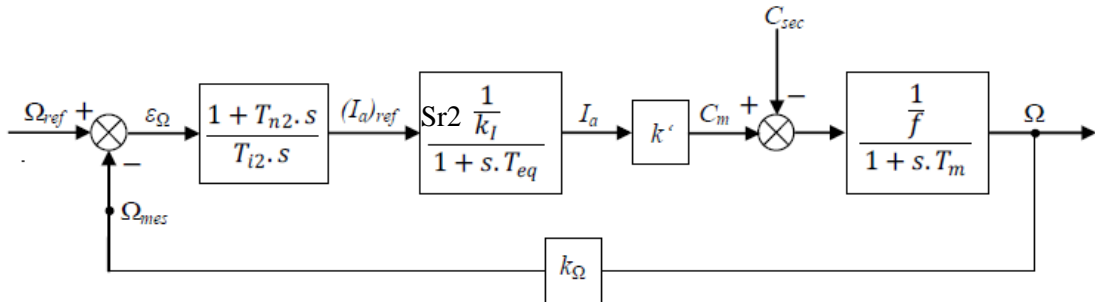


Fig.28. Schéma fonctionnel de la boucle de vitesse

Remarque: Vu que la constante de temps à éliminer (constante de temps mécanique), le critère symétrique va être appliqué pour ce régulateur car il s'adapte mieux que le critère méplat.

Dimensionnement du régulateur de vitesse (calcul des constantes de temps)

$$F_{BO}(s) = \frac{1 + sT_{n2}}{sT_{i2}} \cdot \frac{\frac{k_\Omega k'}{K_I}}{1 + sT_{eq}} \cdot \frac{1}{1 + sT_m}$$

Comme T_m est généralement élevée, on peut négliger 1 devant sT_m , ce qui donne:

$$F_{BO}(s) = \frac{1 + sT_{n2}}{sT_{i2}} \cdot \frac{\frac{k_\Omega k'}{K_I}}{1 + sT_{eq}} \cdot \frac{1}{Js}$$

Ce qui donne en BF:

$$F_{BF}(s) = \frac{\frac{1 + sT_{n2}}{k_\Omega}}{1 + sT_{n2} + \frac{T_{n2}T_{i2}}{k_0}(1 + sT_{eq})s^2} \text{ Avec } k_0 = \frac{k'k_\Omega T_{n2}}{K_I J}$$

$$|F_{BF}(j\omega)| = \frac{1}{k_\Omega^2} \frac{1 + \omega^2 T_{n2}^2}{D(\omega)}$$

Avec:

$$D(\omega) = 1 + T_{n2} \left(T_{n2} - \frac{2T_{i2}}{k_0} \right) \omega^2 + \frac{T_{n2}^2 T_{i2}}{k_0} \left(\frac{T_{i2}}{k_0} - 2T_{eq} \right) \omega^4 + \left(\frac{T_{n2} T_{i2}}{k_0} T_{eq} \right)^2 \omega^6$$

$$\begin{cases} \frac{T_{i2}}{k_0} - 2T_{eq} = 0 \Rightarrow T_{i2} = 2k_0 T_{eq} \\ T_{n2} - \frac{2T_{i2}}{k_0} = 0 \Rightarrow T_{n2} = 4T_{eq} = 8T_r \end{cases}$$

Enfin, les constantes de temps du régulateur de vitesse sont: $T_{n2} = 8T_r$ et $T_{i2} = \frac{32k'k_\Omega}{J.K_I} T_r^2$.

Remarque: On peut effectuer l'analyse de Bode du système réglé en considérant la FTBO suivante:

$$F_{BO}(s) = \frac{1 + 8sT_r}{8sT_r} \cdot \frac{1}{1 + 2sT_r} \cdot \frac{1}{4sT_r}$$

On voit bien que la réponse harmonique (gain de Bode) présente une symétrie par rapport à la fréquence de coupure (Fig.29)

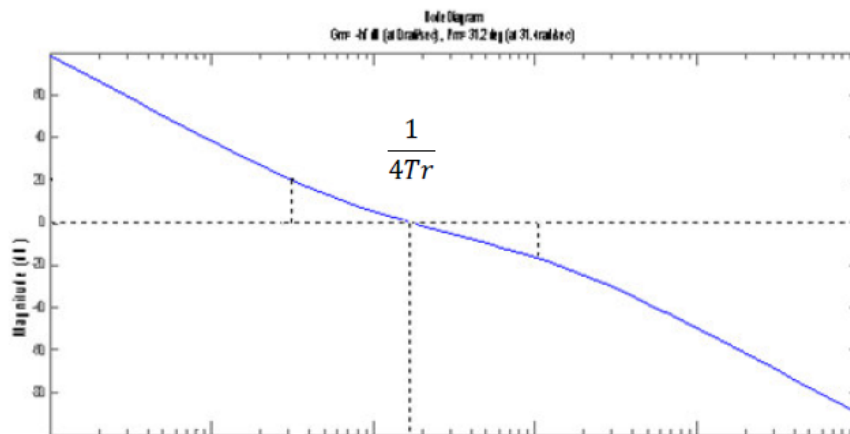


Fig.30. Réponse harmonique