

Série de TD N°2**Exercice 1**

Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange P_3 de la fonction f dont on connaît les valeurs suivantes :

x_i	0	1	3	4
$f(x_i)$	1	3	0	5

Exercice 2

Soit la fonction

$$f(x) = \frac{1}{2x + 1}$$

On souhaite trouver le polynôme d'interpolation $P_2(x)$ de degré 2 de la fonction $f(x)$, avec $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ et $x_2 = 4$.

1. Déterminer la table des différences divisées relative aux $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ et $x_2 = 4$.
2. Ecrire $P_2(x)$ sous la forme de Newton.
3. Evaluer une approximation de f au point $x = 3$.
4. Quelle est l'erreur de l'approximation de $f(2.5)$.

Exercice 3

1. La concentration de sel x dans une machine à savon artisanale est donnée en fonction du temps par

$$\frac{dx}{dt} = 37.5 - 3.5x$$

Au temps initial, $t = 0$, la concentration en sel dans le réservoir est de 50 g/L .

En utilisant la méthode d'Euler et un pas de $h = 1,5 \text{ min}$, quelle est la concentration en sel après 3 minutes ? Calculer cette concentration par la méthode de RK4.

2. La réponse en boucle ouverte, c'est-à-dire la vitesse du moteur à une entrée de tension de 20 V , en supposant un système sans amortissement est

$$20 = 0.02 \frac{d\omega}{dt} + 0.06 \omega$$

Si la vitesse initiale est nulle ($\omega(0) = 0$), et en utilisant la méthode d'Euler, quelle est la vitesse à $t = 0,8 \text{ s}$? supposons une taille de pas de $h = 0,4 \text{ s}$. Calculer cette vitesse par la méthode de RK4.