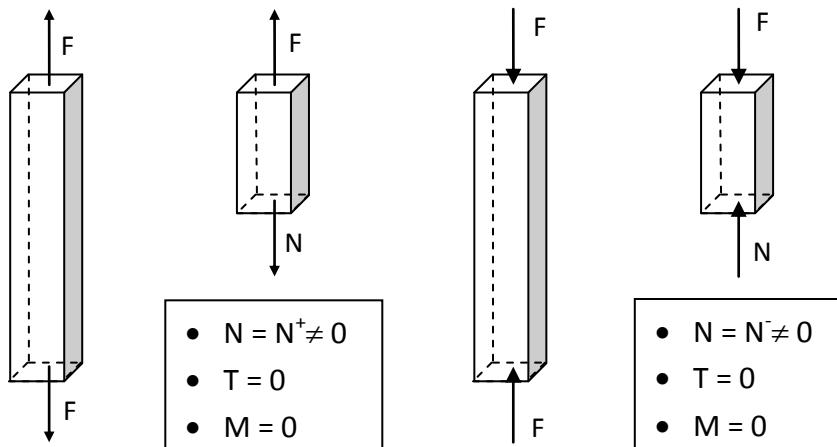


# Chapitre 3

## Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées : Traction simple et Compression simple

### 3.1 Définition

Une pièce en béton armé est soumise aux actions centrées lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, appliquées au centre des surfaces extrêmes, qui tendent à l'allonger (à la raccourcir). Ceci veut dire que dans toute section droite de cette pièce n'existe qu'un **effort normal N** appliqué au centre de gravité. S'il s'agit d'un **effort normal de traction  $N^+$** , on parle de **la traction simple** (Fig. 3.1), c'est le cas des tirants. Mais s'il s'agit d'un **effort normal de compression  $N^-$** , on dit que la pièce est soumise à **la compression simple** (Fig. 3.2), comme le cas d'un pilier symétriquement chargé.



**N** : l'effort normal, **T** : l'effort tranchant et **M** : le moment fléchissant

**Fig. 3.1** : Pièce soumise à la traction simple

**Fig. 3.2** : Pièce soumise à la compression simple

### 3.2 Traction simple

#### 3.2.1 Hypothèses de calcul

- La résistance du béton tendu n'est pas prise en compte;
- La totalité de l'effort de traction est équilibré par l'acier;

- Les armatures et la section de béton ont un même centre de surface;
  - La contrainte de calcul de l'acier correspond :
    - à l'état limite ultime de résistance (E.L.U.R.) à une déformation de  $\varepsilon_{st} = 10 \%$  (pivot A);
    - à l'état limite de service (E.L.S.) au cas de fissuration : peu nuisible, préjudiciable et très préjudiciable.

### 3.2.2 Détermination des armatures :

### 3.2.2.1 Calcul à l'état limite ultime de résistance :

La condition de résistance exige que la sollicitation agissante  $N_u$  soit au plus égale à la sollicitation résistante  $N_{ulimite}$  :

$$N_u \leq N_{ulimite} = A_{st}^u \times f_{su} = A_{st}^u \times \frac{f_e}{\gamma_s} \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

Avec  $\mathbf{N}_u$ : l'effort normal de traction à l'ELUR.

$$\text{d'où : } A_{st}^u \geq \frac{N_u}{f_{su}} = \frac{N_u}{\left(\frac{f_e}{v_s}\right)} \quad \dots \dots \dots \quad (3.2)$$

### 3.2.2.2 Calcul à l'état limite de service:

Selon la condition d'équilibre statique :

$$N_{ser} \leq A_{st}^{ser} \times \bar{\sigma}_{st} \quad \dots \dots \dots \quad (3.3)$$

Avec :  $N_{scr}$ : l'effort normal de traction à l'EI S

$\bar{\sigma}_{st}$ : contrainte limite d'ouverture des fissures (voir les valeurs des contraintes limites des armatures tendues : chapitre 2, paragraphe 2.3.2.3).

La section d'armatures tendues est donnée par la relation (3.4) :

$$A_{st}^{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\sigma_{st}} \dots \dots \dots (3.4)$$

### 3.2.2.3 Condition de non-fragilité :

La condition de non-fragilité conduit à placer une section minimum d'armatures tendues pour une dimension de coffrage donnée (voir chapitre 2, paragraphe 2.4).

$$A_{st} \geq B \frac{f_{t28}}{f_e} = A_{min} \quad \dots \dots \dots \quad (3.5)$$

Donc :  $A_{\min} = B \frac{f_{t28}}{f_e}$  .....(3.6)

Sachant que :

**A<sub>st</sub>** : section réelle des aciers tendus;

**f<sub>e</sub>** : limite d'élasticité de l'acier ;

**B** : section totale du béton tendu;

**f<sub>t28</sub>** : résistance caractéristique du béton à la traction.

Du point de vue résistance B peut être quelconque, mais pour que la pièce ne soit pas fragile, il faut que B vérifie la condition de non fragilité.

$$B \leq A_{st} \frac{f_e}{f_{t28}} \quad \dots \dots \dots \quad (3.7)$$

### **3.2.2.4 Section théorique à retenir :**

$$\mathbf{A}_{st} = \max (A_{st}^u, A_{st}^{ser}, A_{min}) \quad \dots \dots \dots \quad (3.8)$$

### 3.3 Compression simple

### 3.3.1 Hypothèses de calcul

- l'excentricité de l'effort normal est petite,
  - l'imperfection de rectitude est inférieure à : Max (1cm;  $l_0$  (la longueur libre)/500),
  - l'élancement est inférieur à 70 (voir paragraphe 3.3.3.2).
  - Dans un poteau sollicité en «compression centrée» le centre de gravité du béton et celui des armatures sont confondus,
  - Les règles BAEL n'imposent aucune condition à l'ELS pour les poteaux en compression centrée. Par conséquent, le dimensionnement et la détermination des armatures doivent se faire uniquement à l'ELU.
  - La section de béton étant entièrement comprimée, le diagramme des déformations passe par le Pivot C ( $\varepsilon_{bc} = 2\%$ ).
  - Il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton ( $\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{sc} = 2\%$ ).

### 3.3.2 Combinaison d'action de base

Dans les cas les plus courants, l'unique combinaison d'actions à considérer est :

$$1.35 G + 1.5 Q$$

avec :

G : charges verticales permanentes

Q : charges verticales d'exploitation

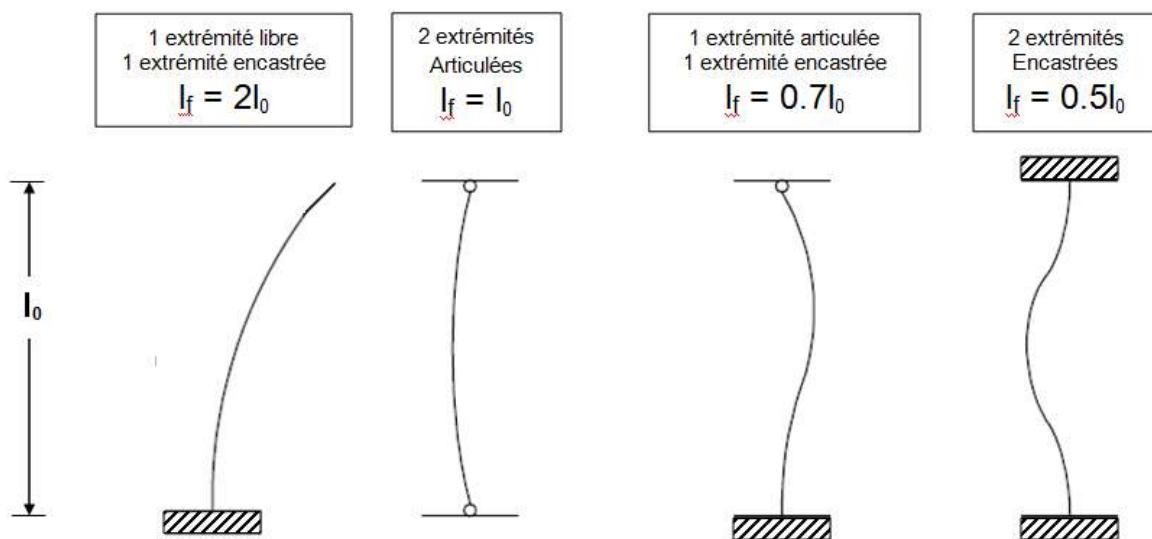
### 3.3.3 Longueur de flambement et élancement d'un poteau

#### 3.3.3.1 Longueur de flambement

Sous l'influence d'un effort de compression, les poteaux peuvent s'avérer instables et flamber. Il est donc nécessaire de prendre en compte dans les calculs une longueur fictive du poteau appelée longueur de flambement  $l_f$  à la place de sa longueur réelle (appelée aussi longueur libre)  $l_0$ .

La longueur de flambement  $l_f$  dépend du type de liaison présente aux extrémités de l'élément considéré (Fig. 3.3).

##### a. Cas du poteau isolé



**Fig 3.3 :** Relation entre la longueur libre  $l_0$  et la longueur de flambement  $l_f$

### **b. Cas des bâtiments :**

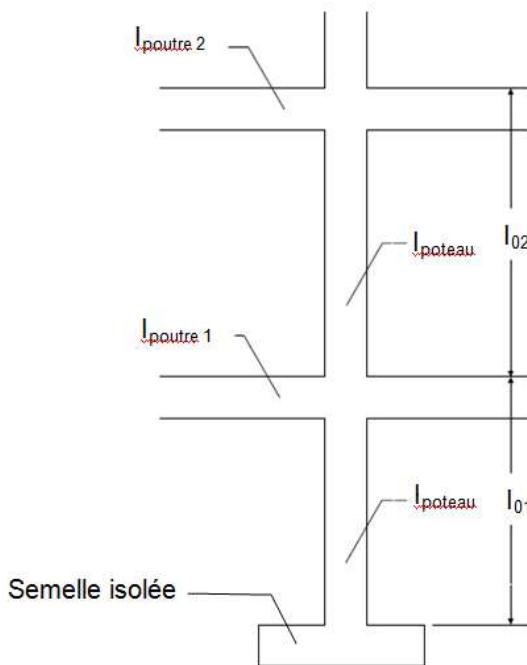
- (voir Fig. 3.4)
  - $l_0$  : la longueur libre du poteau :
    - entre faces supérieures de deux planchers consécutifs ;
    - entre la face supérieure de la fondation et la face supérieure du premier plancher.

- Cas d'un étage courant :  $I_f = 0.707I_0$

(si les inerties des poutres sont supérieures à l'inertie du poteau :  $I_{\text{poutre } 1} \geq I_{\text{poteau}}$  et  $I_{\text{poutre } 2} \geq I_{\text{poteau}}$ )

- Cas d'un poteau sur fondation :  $I_f = 0.707 I_0$

(si l'inertie de la poutre est supérieure à l'inertie du poteau :  $I_{\text{poutre}} \geq I_{\text{poteau}}$ )



**Fig. 3.4 :** Longueur de flambement pour un bâtiment

### **3.3.3.2 L'élancement**

L'élancement est désigné par le symbole  $\lambda$ , et il est défini comme étant le rapport de la longueur de flambement  $l_f$  sur le rayon minimal de giration  $i_{\min}$ :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}} \dots \dots \dots (3.9)$$

$$\text{où } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$$

- $I_{\min}$  : est le moment quadratique minimum de la section du poteau
- $B$  : est la section du poteau.

### Exemple :

- **Section rectangulaire :**

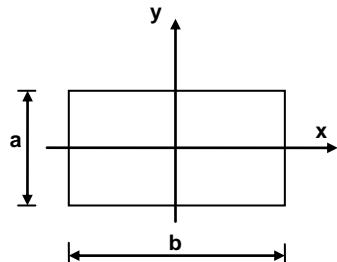
Soit  $a$  et  $b$  les côtés du poteau avec  $a < b$ , il vient :

- $B = a \cdot b$

- $I_{\min} = \frac{ba^3}{12}$

- $i_{\min} = \sqrt{\frac{ba^3}{12 \cdot a \cdot b}} = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

- $\lambda = \frac{l_f 2\sqrt{3}}{a}$



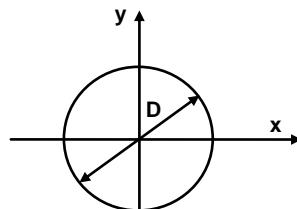
- **Section circulaire :**

- $B = \frac{\pi D^2}{4}$

- $I_{\min} = \frac{\pi D^4}{64}$

- $i_{\min} = \sqrt{\frac{\pi D^4 \cdot 4}{64 \cdot \pi D^2}} = \frac{D}{4}$

- $\lambda = \frac{4l_f}{D}$



### 3.3.4 Calcul à l'état limite ultime de résistance

Selon la condition de résistance, la sollicitation agissante  $N_u$  doit être au plus égale à la sollicitation résistante  $N_{ulimite}$  :

$$N_u \leq N_{ulimite} \quad \dots \quad (3.10)$$

L'effort normal limite théorique est :

$$N_{ulimite} = B \cdot f_{bu} + A_{sc} \sigma_{sc \ 2\%} \quad \dots \quad (3.11)$$

### 3.3.5 Calcul à l'état limite de stabilité de forme

Pour plus de sécurité, la résistance est minorée par un coefficient  $\alpha$ , et on utilise une section réduite de béton  $B_r$  au lieu de la section totale  $B$ , pour tenir compte de la sensibilité aux défauts d'exécution.

D'où la condition à respecter :

$$N_u \leq \alpha \cdot \left[ \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc \text{ 2\%}} \right] \quad \dots \dots \dots \quad (3.12)$$

Avec :

$B_r$  : section réduite du poteau telle que :

$$B_r = (a - 2 \text{ cm})(b - 2 \text{ cm})$$

- Voir Fig. 3.5.

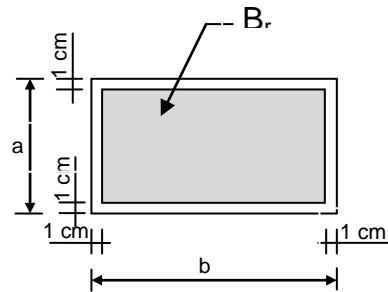


Fig. 3.5 : La section réduite du poteau ( $B_r$ )

$\alpha$  : Facteur réducteur affectant  $N_{ulimite}$  théorique qui tient compte des effets du second ordre que l'on a négligé.

$\alpha$	Condition
$\alpha = \frac{0.85}{1 + 0.2(\frac{\lambda}{35})^2}$	$\lambda \leq 50$
$\alpha = 0.6 \left( \frac{50}{\lambda} \right)^2$	$50 < \lambda \leq 70$

**N.B : La valeur de  $\alpha$  sera divisée par :**

- 1,10 si plus de la moitié des charges est appliquée à  $j < 90$  jours,
- 1,20 si plus de la moitié des charges est appliquée avant 28 jours  
(dans ce cas  $f_{c28}$  sera remplacée par  $f_{cj}$ ).

#### 3.3.5.1 Armatures longitudinales

##### a. Calcul de la section théorique

$$N_u \leq \alpha \cdot \left[ \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc \text{ 2\%}} \right] \Rightarrow A_{sc} \geq \left[ \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} \right] \frac{1}{\sigma_{sc \text{ 2\%}}}$$

Donc :  $A_{sc} = \left[ \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} \right] \frac{1}{\sigma_{sc} 2\%_0}$  ..... (3.13)

### b. Calcul de la section minimale

$$A_{min} = \max(4u, 0.2\%B) \dots \dots \dots (3.14)$$

**u** : le périmètre de la section en mètre.

### c. Calcul de la section maximale

$$A_{\max} = 5\% B \quad \dots \dots \dots \quad (3.15)$$

#### d-La section d'acier finale

$$A_{sc} = \max(A_{sc\text{th}}, A_{\min}), \text{ et } A_{sc} \leq A_{\max} \quad \dots \quad (3.16)$$

### 3.3.5.2 Armatures transversales

Le rôle principal des armatures transversales est d'empêcher le flambage des aciers longitudinaux. Les armatures transversales sont disposées en cours successifs plans et normaux à l'axe longitudinal de la pièce (Fig. 3.6).

#### a. Le diamètre :

Le diamètre des armatures transversales est au moins égal au tiers du diamètre des armatures longitudinales ( $\emptyset_1$ ) qu'elles maintiennent:

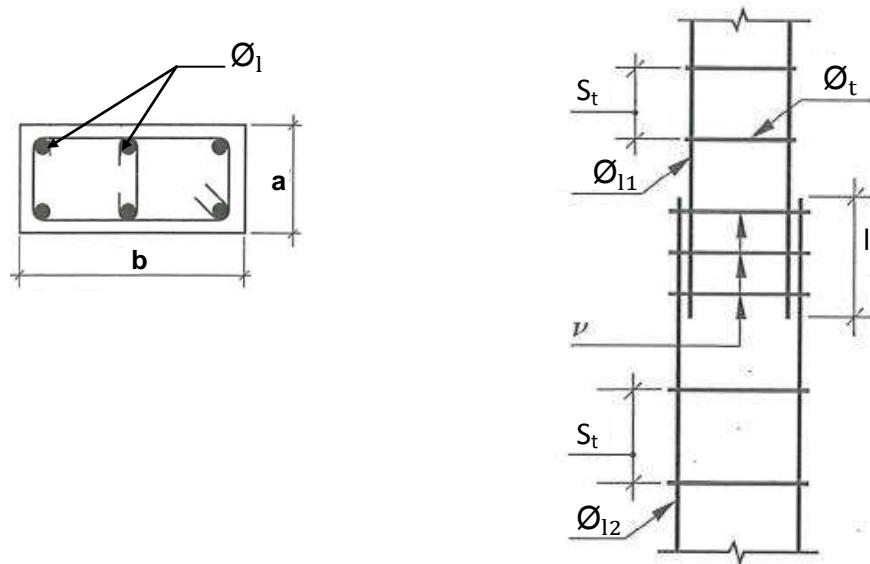
$$\emptyset_t \geq \frac{\emptyset_{l\max}}{3}$$

### b) L'espacement:

$$S_t = \min (40 \text{ cm} : a + 10 \text{ cm} : 15 \varnothing_{\text{limin}})$$

**a:** la plus petite dimension de la pièce (mesurée sur la section).

- Il faut placer au moins **3** nappes d'armatures transversales dans les zones de recouvrement.

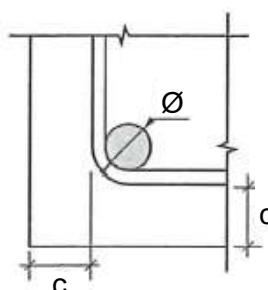


**Fig. 3.6 : Les armatures transversales**

### 3.3.6 Dispositions constructives et recommandations

#### a. L'enrobage

- L'enrobage cde toute armature est au moins égal à (Fig. 3.7):
  - **5 cm** pour les ouvrages exposés à la mer, aux embruns ou aux atmosphères très agressives (industries chimiques);
  - **3 cm** pour les parois soumises à des actions agressives, à des intempéries ou à des condensations;
  - **1 cm** pour les parois qui seraient situées dans des locaux couverts et clos et qui ne seraient pas exposées aux condensations.
- En plus : **c ≥ Ø<sub>l</sub> et c<sub>g</sub>** (diamètres maxi respectivement des aciers longitudinaux et des granulats)



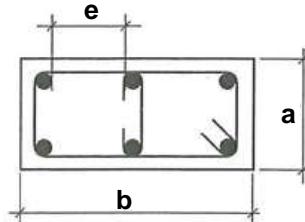
**Fig. 3.7 : Enrobage de toute armature**

### b. L'espacement entre les armatures longitudinales :

➤ Les armatures longitudinales sont réparties dans la section au voisinage des parois de façon à assurer au mieux la résistance à la flexion de la pièce dans les directions les plus défavorables. En particulier, dans une pièce de section rectangulaire, la distance maximale  $e$  (Fig. 3.8) de deux armatures voisines sur une même face est au plus égale à:

- la longueur du petit côté du rectangle augmentée de 10 cm ;
- 40 cm.

Si  $\lambda > 35$



**Fig. 3.8 : L'espacement entre les armatures longitudinales**

### c. La longueur de recouvrement :

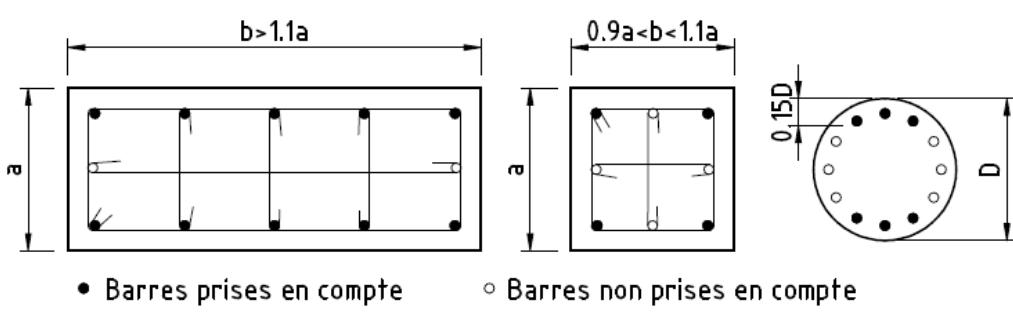
La longueur de recouvrement  $I_r$  est au moins égale à :

$$I_r = 0.6 I_s$$

où :  $I_s$  est la longueur de scellement droit.

### d. Pour le calcul de $N_u$ , les aciers pris en compte dans A, sont (Fig. 3.9):

- les barres maintenues par des cadres espacés au maximum de 15 fois le diamètre des barres,
- les barres qui augmentent la rigidité dans le plan de flambement lorsque  $\lambda > 35$ .



**Fig. 3.9 : Acier à prendre en compte pour le calcul de  $N_u$**