

TD 4 : Problèmes avec Recours

Corrigé de l'exercice 4

1) Programme linéaire

$$\text{Min } 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - (60y_1 + 40y_2 + 10y_3)$$

{Perte = Dépenses-Revenus}

$$y_1 \geq 170$$

$$y_2 \geq 120 \quad \text{(satisfaction de la demande)}$$

$$y_3 \geq 250$$

$$8y_1 + 6y_2 + y_3 \leq x_1 \quad \text{(bornes sup concernant les ressources allouées)}$$

$$4y_1 + 2y_2 + 1.5y_3 \leq x_2$$

$$2y_1 + 1.5y_2 + 0.5y_3 \leq x_3$$

$$x, y \geq 0$$

{contraintes de signe}

Notation

x_1 : quantité du bois utilisée

x_2 : nombre des heures de finition

x_3 : nombre des heures de menuiserie

y_1 : nombre des bureaux fabriqués

y_2 : nombre des tables fabriquées

y_3 : nombre des chaises fabriquées

2) Approche de la valeur estimée

$$\tilde{d} = \begin{pmatrix} \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \\ \tilde{d}_3 \end{pmatrix} \quad \text{Demande aléatoire, tel que :}$$

\tilde{d}_1 : demande sur les bureaux \tilde{d}_2 : demande sur les tables \tilde{d}_3 : demande sur les chaises

$$E(\tilde{d}_1) = 165 \quad E(\tilde{d}_2) = 143 \quad E(\tilde{d}_3) = 300$$

Les trois premières contraintes deviennent :

$$y_1 \geq 165$$

$$y_2 \geq 143$$

$$y_3 \geq 300$$

Approche d'analyse des scénarios

On doit résoudre quatre PLs où chaque fois on change de contraintes :

Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
$y_1 \geq 50$	$y_1 \geq 150$	$y_1 \geq 250$	$y_1 \geq 200$
$y_2 \geq 20$	$y_2 \geq 110$	$y_2 \geq 250$	$y_2 \geq 200$
$y_3 \geq 200$	$y_3 \geq 225$	$y_3 \geq 500$	$y_3 \geq 200$

3) Problème de la première étape

$$\text{Min } 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - E[Q(x, \tilde{d})]$$

$$x \geq 0$$

Problème de seconde étape

$$Q(x, \tilde{d}) = \min(60y_1 + 40y_2 + 10y_3)$$

$$y_1 \geq \tilde{d}_1$$

$$y_2 \geq \tilde{d}_2$$

$$y_3 \geq \tilde{d}_3$$

$$8y_1 + 6y_2 + y_3 \leq x_1$$

$$4y_1 + 2y_2 + 1.5y_3 \leq x_2$$

$$2y_1 + 1.5y_2 + 0.5y_3 \leq x_3$$

$$y \geq 0$$

4) Matrice de recours

Après passage à la forme standard $W =$

$$\left| \begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right|$$

5) Forme extensive du programme stochastique

$$\begin{aligned} \text{Min } & 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - [0.2 \times (60y_{11} + 40y_{21} + 10y_{31}) + 0.4 \times (60y_{12} + 40y_{22} + 10y_{32}) \\ & + 0.3 \times (60y_{13} + 40y_{23} + 10y_{33}) + 0.1 \times (60y_{14} + 40y_{24} + 10y_{34})] \end{aligned}$$

$$y_{11} \geq 50$$

$$y_{21} \geq 20$$

$$y_{31} \geq 200$$

$$8y_{11} + 6y_{21} + y_{31} \leq x_1$$

$$4y_{11} + 2y_{21} + 1.5y_{31} \leq x_2$$

$$2y_{11} + 1.5y_{21} + 0.5y_{31} \leq x_3$$

$$y_{12} \geq 150$$

$$y_{22} \geq 110$$

$$y_{32} \geq 225$$

$$8y_{12} + 6y_{22} + y_{32} \leq x_1$$

$$4y_{12} + 2y_{22} + 1.5y_{32} \leq x_2$$

$$2y_{12} + 1.5y_{22} + 0.5y_{32} \leq x_3$$

$$y_{13} \geq 250$$

$$y_{21} \geq 250$$

$$y_{31} \geq 500$$

$$8y_{13} + 6y_{23} + y_{33} \leq x_1$$

$$4y_{13} + 2y_{23} + 1.5y_{33} \leq x_2$$

$$2y_{13} + 1.5y_{23} + 0.5y_{33} \leq x_3$$

$$y_{14} \geq 200$$

$$y_{24} \geq 200$$

$$y_{34} \geq 200$$

$$8y_{14} + 6y_{24} + y_{34} \leq x_1$$

$$4y_{14} + 2y_{24} + 1.5y_{34} \leq x_2$$

$$2y_{14} + 1.5y_{24} + 0.5y_{34} \leq x_3$$

$$x, y \geq 0$$