

## TD 4 : Problèmes avec Recours

### Corrigé de l'exercice 4

#### 1) Programme linéaire

$$\text{Min } 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - (60y_1 + 40y_2 + 10y_3)$$

{Perte = Dépenses-Revenus}

$$y_1 \geq 170$$

$$y_2 \geq 120 \quad \{\text{satisfaction de la demande}\}$$

$$y_3 \geq 250$$

$$8y_1 + 6y_2 + y_3 \leq x_1 \quad \{\text{bornes sup concernant les}$$

$$4y_1 + 2y_2 + 1.5y_3 \leq x_2 \quad \text{ressources allouées}\}$$

$$2y_1 + 1.5y_2 + 0.5y_3 \leq x_3$$

$$x, y \geq 0 \quad \{\text{contraintes de signe}\}$$

#### Notation

$x_1$ : quantité du bois utilisée

$x_2$ : nombre des heures de finition

$x_3$ : nombre des heures de menuiserie

$y_1$ : nombre des bureaux fabriqués

$y_2$ : nombre des tables fabriquées

$y_3$ : nombre des chaises fabriquées

#### 2) Approche de la valeur estimée

$$\tilde{d} = \begin{pmatrix} \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \\ \tilde{d}_3 \end{pmatrix} \quad \text{Demande aléatoire, tel que :}$$

$\tilde{d}_1$ : demande sur les bureaux  $\tilde{d}_2$ : demande sur les tables  $\tilde{d}_3$ : demande sur les chaises

$$E(\tilde{d}_1) = 165 \quad E(\tilde{d}_2) = 143 \quad E(\tilde{d}_3) = 300$$

Les trois premières contraintes deviennent :

$$y_1 \geq 165$$

$$y_2 \geq 143$$

$$y_3 \geq 300$$

#### Approche d'analyse des scénarios

On doit résoudre quatre PLs où chaque fois on change de contraintes :

Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
$y_1 \geq 50$	$y_1 \geq 150$	$y_1 \geq 250$	$y_1 \geq 200$
$y_2 \geq 20$	$y_2 \geq 110$	$y_2 \geq 250$	$y_2 \geq 200$
$y_3 \geq 200$	$y_3 \geq 225$	$y_3 \geq 500$	$y_3 \geq 200$

#### 3) Problème de la première étape

$$\text{Min } 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - E[Q(x, \tilde{d})]$$

$$x \geq 0$$

#### Problème de seconde étape

$$Q(x, \tilde{d}) = \min(60y_1 + 40y_2 + 10y_3)$$

$$y_1 \geq \tilde{d}_1$$

$$y_2 \geq \tilde{d}_2$$

$$y_3 \geq \tilde{d}_3$$

$$8y_1 + 6y_2 + y_3 \leq x_1$$

$$4y_1 + 2y_2 + 1.5y_3 \leq x_2$$

$$2y_1 + 1.5y_2 + 0.5y_3 \leq x_3$$

$$y \geq 0$$

#### 4) Matrice de recours

Après passage à la forme standard  $W =$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

#### 5) Forme extensive du programme stochastique

$$\begin{aligned} \text{Min } 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - [ & \mathbf{0.2} \times (60y_{11} + 40y_{21} + 10y_{31}) + \mathbf{0.4} \times (60y_{12} + 40y_{22} + 10y_{32}) \\ & + \mathbf{0.3} \times (60y_{13} + 40y_{23} + 10y_{33}) + \mathbf{0.1} \times (60y_{14} + 40y_{24} + 10y_{34}) ] \end{aligned}$$

$$y_{11} \geq 50$$

$$y_{21} \geq 20$$

$$y_{31} \geq 200$$

$$8y_{11} + 6y_{21} + y_{31} \leq x_1$$

$$4y_{11} + 2y_{21} + 1.5y_{31} \leq x_2$$

$$2y_{11} + 1.5y_{21} + 0.5y_{31} \leq x_3$$

$$y_{12} \geq 150$$

$$y_{22} \geq 110$$

$$y_{32} \geq 225$$

$$8y_{12} + 6y_{22} + y_{32} \leq x_1$$

$$4y_{12} + 2y_{22} + 1.5y_{32} \leq x_2$$

$$2y_{12} + 1.5y_{22} + 0.5y_{32} \leq x_3$$

$$y_{13} \geq 250$$

$$y_{21} \geq 250$$

$$y_{31} \geq 500$$

$$8y_{13} + 6y_{23} + y_{33} \leq x_1$$

$$4y_{13} + 2y_{23} + 1.5y_{33} \leq x_2$$

$$2y_{13} + 1.5y_{23} + 0.5y_{33} \leq x_3$$

$$y_{14} \geq 200$$

$$y_{24} \geq 200$$

$$y_{34} \geq 200$$

$$8y_{14} + 6y_{24} + y_{34} \leq x_1$$

$$4y_{14} + 2y_{24} + 1.5y_{34} \leq x_2$$

$$2y_{14} + 1.5y_{24} + 0.5y_{34} \leq x_3$$

$$x, y \geq 0$$