

Exercice 1

Soit une urne contenant 4 boules rouges (numérotées de 1 à 4) et 6 boules bleues (numérotées de 1 à 6) et examiner différents types de tirages dans cette urne.

- 1) On tire successivement, avec remise, 3 boules de l'urne
 - a) Combien y a-t-il de tirages différents ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages avec la première boule bleue.
 - c) Combien y a-t-il de tirages avec zéro boule rouge ?
 - d) Combien y a-t-il de tirages avec trois boules rouges ?
 - e) Combien y a-t-il de tirages avec deux boules rouges ?
 - f) Combien y a-t-il de tirages avec une seule boule rouge ?
 - g) Combien y a-t-il de tirages avec au moins une boule rouge ?
- 2) On tire successivement, sans remise, 3 boules de l'urne.
 - a) Combien y a-t-il de tirages différents ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages avec la première boule bleue.
 - c) Combien y a-t-il de tirages avec zéro boule rouge ?
 - d) Combien y a-t-il de tirages avec trois boules rouges ?
 - e) Combien y a-t-il de tirages avec deux boules rouges ?
 - f) Combien y a-t-il de tirages avec une seule boule rouge ?
 - g) Combien y a-t-il de tirages avec au moins une boule rouge ?
- 3) On tire simultanément 3 boules de l'urne.
 - a) Combien y a-t-il de tirages différents ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages avec la première boule bleue.
 - c) Combien y a-t-il de tirages avec zéro boule rouge ?
 - d) Combien y a-t-il de tirages avec trois boules rouges ?
 - e) Combien y a-t-il de tirages avec deux boules rouges ?
 - f) Combien y a-t-il de tirages avec une seule boule rouge ?
 - g) Combien y a-t-il de tirages avec au moins une boule rouge ?
 - h) Calculer la probabilité des événements suivants :
 - i. $A = \text{"les trois boules sont rouges"}$.
 - ii. $B = \text{"avoir une seule boule rouge"}$.
 - iii. $C = \text{"aucune des trois boules n'est rouge"}$.
 - iv. $D = \text{"au moins une des trois boules est rouge"}$.

Exercice 2

On considère le mot ATTACHANT. On tire au hasard et sans remise 4 lettres de ce mot.

- 1) Quelle est la probabilité de pouvoir écrire le mot CHAT avec les lettres obtenues ? D'écrire directement le mot CHAT ?
- 2) Reprendre la question dans le cas de tirages avec remise.

Exercice3

Soit (Ω, T, P) un espace de probabilité. On considère les événements A et B tels que :

$$p(A) = \frac{1}{5} \quad p(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

- 1) Supposons que A et B soient incompatibles. Calculer $p(B)$.
- 2) Supposons que A et B soient indépendants. Calculer $p(B)$
- 3) Calculer $p(B)$ en supposant que l'événement A ne peut être réalisé que si l'événement B est réalisé.

Exercice 4

Soient A , B et C trois événements d'un espace de probabilité (Ω, \mathcal{T}, P) .

- Montrer que les événements A , $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$ forment un système complet d'événement.

Exercice 5

Une urne contient 4 boules noires et 2 boules blanches ; une autre 2 boules noires et 4 boules blanches. On effectue une succession de tirages avec remise dans une des urnes choisie au hasard. Quelle est la probabilité que la troisième boule tirée soit blanche sachant que les deux premières l'étaient ?

Exercice 6

Une usine d'ampoules dispose de 3 machines qui fabriquent respectivement 20, 30 et 50% de la production. Sachant que la probabilité qu'une ampoule défectueuse ait été fabriquée par A , B , C est $P(D/A) = 0,05$; $P(D/B) = 0,04$; $P(D/C) = 0,01$. Calculer la probabilité :

- qu'une ampoule soit défectueuse ;
- qu'une ampoule défectueuse provienne de A ;
- qu'une ampoule non défectueuse provienne de C

Exercice 7

On suppose que l'on a dans un magasin des machines provenant de 2 usines différentes A et B : 70% viennent de A et 30% viennent de B . Parmi celles qui viennent de A , 20% présentent un défaut ; parmi celles qui viennent de B , 10% présentent un défaut.

- Déterminer le pourcentage de machines dans le magasin qui présentent un défaut.
- Une machine donnée présente un défaut. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'usine B ?

Exercice 8

Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules blanches. On tire une boule et on remet dans l'urne une boule de l'autre couleur. Quelle est la probabilité que la deuxième boule tirée soit rouge ?

Exercice 9

Une urne contient 5 boules rouges et 1 noire. Déterminer la probabilité qu'il faille retirer successivement 3 boules, sans remise dans l'urne, pour extraire la boule noire.

Exercice 10

Un sac contient 3 jetons. L'un de ces jetons a 2 faces noires, un autre 2 faces blanches et le troisième a une face noire et l'autre blanche. On tire au hasard un jeton du sac et on le pose sur la table: la face visible est noire.

- Quelle est la probabilité que le jeton tiré ait 2 faces noires ?

Exercice 11

On considère 100 dés à 6 faces dont 50 sont pipés et 50 sont corrects. Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir la face 6 est $1/2$. On prend un dé au hasard parmi les 100, on le jette et on constate que la face 6 apparaît.

- Quelle est la probabilité que le dé soit pipé ?

Exercice 12

Des pièces mécaniques sont fabriquées en grande série. On effectue un test sur chacune d'elles pour en contrôler la qualité. On appelle p la probabilité pour qu'une pièce choisie au hasard soit bonne ; a la probabilité pour que le test indique comme bonne une pièce qui est effectivement bonne ; b la probabilité pour que le test indique comme bonne une pièce qui en réalité est mauvaise.

- Calculer la probabilité pour qu'une pièce indiquée par le test comme bonne soit effectivement bonne.
- A quelle condition le test est-il utile ? (c'est-à-dire à quelle condition cette probabilité est-elle supérieure à p ?).