Série N°04
Lois discrètes usuelles

2016 / 2017

Exercice 1

On s'intéresse à l'infection des arbres d'une forêt par un parasite. Soit p la proportion d'arbres infectés. On étudie 4 arbres. Si un arbre est infecté, on dit qu'on a un succès, sinon un échec.

Exercice 2

Un philatéliste acquiert un lot très important de timbres en vrac aux sujets variés. Son fournisseur lui a assuré que le lot contenait 5 % de timbres sur le thème du sport (ce sont ceux que notre collectionneur préfère).

Le philatéliste tire cinq timbres au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de timbres de sport obtenus. Compte tenu de la quantité importante de timbres, on considère que la probabilité de succès reste identique après chaque tirage. Dans cette partie 1, on suppose aussi que le fournisseur dit la vérité.

1- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2- Calculer la probabilité d'obtenir un seul timbre de sport.
3- Calculer la probabilité d'obtenir au moins un timbre de sport.

Le philatéliste pioche à présent 80 timbres. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de timbres de sport obtenus.

1- Déterminer la loi de probabilité suivie par Y.

Exercice 3

Un contrôle rigoureux des ampoules électriques fournies par un atelier a permis de constater que sur 14760 ampoules, il y avait 738 ampoules défectueuses. Soit X le nombre des ampoules défectueuses figurant dans un lot de 60 ampoules.

a) Indiquer la loi de probabilité de X.
b) Quelle est la probabilité d'avoir plus de 3 ampoules défectueuses dans un lot de 60 ampoules ?
c) Quelle est la probabilité d'avoir 78 ampoules bonnes dans un lot de 80 ampoules ?

Exercice 4

30 étudiants dont aucun n'a étudié les sujets du cours passent un examen en deux questions. La question 1 a 4 réponses indiquées dont une seule est juste. La question 2 en a 5, dont une seule est juste. Soit la variable aléatoire X qui désigne le nombre d'étudiants qui ont au moins une réponse correcte.

a) Quelle est l'espérance du nombre d'étudiant qui ont au moins une réponse correcte ?
b) Calculer la probabilité pour que 15 étudiants de la classe aient au moins une réponse correcte.

Exercice 5

Un étudiant doit passer un examen, il a dix sujets à apprendre, il n'en apprend que trois. Sachant qu'on lui posera deux questions :

a) Calculer la probabilité pour que les questions posées soient parmi les trois sujets appris.
b) Combien aurait-il dû au minimum apprendre de sujets pour que cette probabilité soit supérieure ou égale à 0,5 ?

Exercice 6

On suppose que le temps d'attente (en minutes) d'un métro suit une loi géométrique. Durant les heures de pointes du matin, le temps d'attente moyen d'un métro pour la ligne 8 est de 3 minutes tandis qu'il est de 2 min pour la ligne 9.

a) Quels sont les paramètres des lois géométriques pour les lignes n° 8 et n° 9 ?

b) Quelle est la probabilité d'attendre entre 2 et 4 minutes un métro de la ligne 8 ? De la ligne 9 ?

c) Même question pour un temps d'attente de plus de 5 minutes.

Exercice 7

Une compagnie d'assurance automobile gère 1000 polices. On admet que chaque automobiliste a une probabilité de 0,004 d'avoir un accident durant l'année. Soit X la variable aléatoire qui désigne le nombre d'accidents enregistrés.

a) Déterminer la loi de X et donner ses paramètres.

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.

c) Chaque accident coûte à la compagnie 4000 dirhams ; soit la variable aléatoire Y qui désigne le coût annuel total. Déterminer la loi de Y et calculer son espérance mathématique et son écart type.

Exercice 8

Il a été constaté que le nombre de bateaux qui mouillent dans un port est de 90 bateaux par mois. Calculer la probabilité que :

a) Aucun bateau ne mouille pendant 1 jour.

b) Le nombre de bateaux qui mouillent est au moins égal à 3 pendant un jour.

Exercice 9

Un appareil électronique utilise 20 transistors identiques dans sa fabrication. On admet que ces transistors sont les seules sources de panne de l'appareil. La probabilité qu'un transistor soit défectueux est de 0,1. Dès qu'un appareil contient au moins deux transistors défectueux, il tombe en panne.

a) Quelle est la probabilité qu'un appareil tombe en panne ?

b) Jugeant l'appareil précédant peu rentable, on en construit un autre dont la probabilité de tomber en panne est égale à 0,2. Sur un lot de 2000 appareils, quel est le nombre d'appareils en panne auquel doit-on s'attendre ? Et avec quel écart type ?