Série N°05
Variables continues

2024/ 2025

Exercice 1

Soit X la variable aléatoire associée à la durée de vie d'une lampe (en heures). On suppose que la densité de probabilité a pour expression :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x^3}, & x \in [1,2] \\ 0\,, & ailleurs \end{cases}$$

- Quelle est la probabilité pour que la durée de vie d'une lampe soit inférieure à 1,5 heure ?

Exercice2

Soit la densité de variable aléatoire X :

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & ailleurs \end{cases}$$

1) Vérifier que f est bien une densité et la représenter.
2) Calculer la fonction de répartition de X.
3) Calculer l'espérance et la variance de X.
4) Calculer $P(X > 1)$, $P(X < 1)$, $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$.

Exercice 3

La durée de vie en heures d'un tube électronique est une variable aléatoire X ayant pour densité

$$f(x) = xe^{-x}, \quad x \geq 0$$

1) Donner la fonction de répartition de X.
2) Calculer l'espérance de la durée de vie d'un tel tube

Exercice 4

La quantité de pain (en centaines de kilos) qu'une boulangerie vend en une journée est une variable aléatoire X de fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} cx, & 0 \leq x < 3 \\ c(6 - x), & 3 \leq x < 6 \\ 0, & sinon \end{cases}$$

1. Calculer la valeur de c.
2. Donner la fonction de répartition de X ?
3. Soit A l'évènement : « le nombre de kilos de pain vendus dans une journée est supérieur à 300 kg ». Soit B l'évènement : « le nombre de kilos de pain vendus dans une journée est compris entre 150 et 450 kg ». Les évènements sont-ils indépendants?

2024 / 2025

Série N°06
Lois usuelles continues

Exercice 1

A partie de 7 heures, les bus passent toutes les 15 minutes à un arrêt donné. Ils passent donc à 7h 00, 7h 15, 7h 30 et ainsi de suite. Un usager se présente entre 7h00 et 7h 30 à cet arrêt, l'heure exacte de son arrivée étant une variable uniforme sur cette période.

- Trouver la probabilité qu'il doive attendre moins de 5 minutes, puis plus de 10 minutes.

Exercice2

On suppose que la durée d'une conversation téléphonique, mesurée en minutes, est une variable aléatoire exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{10}$. Vous arrivez à une cabine téléphonique et quelqu'un passe juste devant vous.

Avec quelle probabilité devrez-vous attendre

1) Plus de 10 minutes ?
2) Entre 10 et 20 minutes ?

Exercice 3

On modélise le temps entre deux clics d'un compteur Geiger par une loi exponentielle. Le nombre moyens de clics par minutes égal à 50.

1) Calculer le paramètre λ de la loi exponentielle.
2) Quelle est la probabilité qu'on attende plus d'une seconde entre deux clics ?

On approche un minéral légèrement radioactif du compteur et le nombre de clics passe à 100 par seconde. Quelle est la probabilité d'attendre