3.1. L'action de l'eau interstitielle sur les milieux poreux

L’action de l’eau interstitielle sur le milieu poreux sont nombreux :

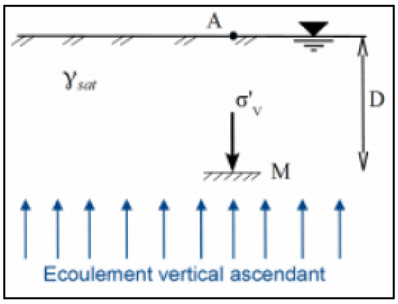
a. Érosion interne

Un phénomène d’érosion interne intervient lorsque la force d'écoulement est ascendante et module supérieur au module de la force de pesanteur, c’est à dire si :

$$\gamma_W . i > \gamma'$$

b. Phénomène de boulance

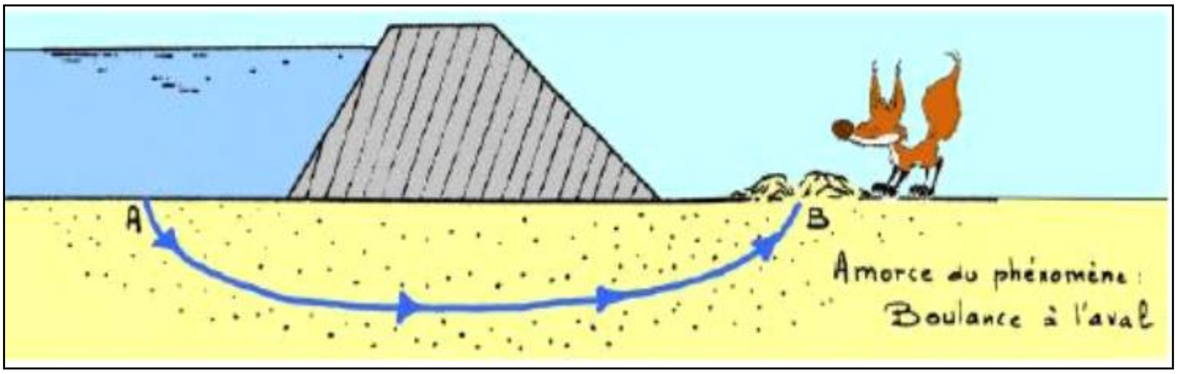
Dans une nappe en équilibre hydrostatique (sans écoulement), l’action de l’eau sur le squelette solide se réduit à la poussée d’Archimède s’exerçant sur les grains vers le haut. Mais lorsqu’il a écoulement, apparait une perte de charge qui traduit une dissipation d’énergie par frottement visqueux du fluide sur les grains du sol. On voit ainsi apparaître sur les grains du sol, une criée par l’eau dirigée dans le sens de l’écoulement. Considérons le cas d’un écoulement vertical ascendant (homogène) tel que représenté sur la figure suivante. Le point M se trouve une profondeur D et la point A est à la verticale de M.



c. Phénomène de renard

Dans le cas général d’un écoulement, vertical ou non, en milieu perméable,

- l’eau peut atteindre localement des vitesses élevées susceptibles d’entrainer les particules fines du sol).
- De ce fait, le sol étant rendu localement plus perméable, la vitesse de l’eau augmente et le phénomène s’amplifie.
- Des éléments plus gros vont être entrainés tandis que l’érosion progressera de manière régressive (de l’aval vers l’amont) le long d’une ligne de courant.
- Un conduit se forme par où l’eau s’engouffre et désorganise complètement le sol. C’est le phénomène de renard.



3.1.1. Contraintes effectives et pression neutre.

-Hypothèses de base

La mécanique des sols, passe nécessairement par la connaissance de l’état des contraintes. Or, le sol étant un milieu polyphasique, nous serions amenés à admettre certaines hypothèses faites sur chaque phase. Si le sol est saturé, les actions se transmettent à travers les grains et l’eau interstitielle. Comme il n’est pas possible d’étudier la répartition réelle des contraintes en fonction de la position, de la taille, de la forme, de l’orientation etc..., de chacun des grains,

on est dans l'obligation de considérer que le milieu est homogène et on supposera implicitement que :
-Le liquide interstitiel est incompressible;
-Les grains solides formant le milieu poreux sont également incompressibles;
-Toutefois le milieu poreux est compressible;
-Les forces d'inerties du fluide et du squelette solide sont négligées;
-Les hypothèses de la mécanique des milieux continus sont valables (continuité du milieu et celle des déformations)
Il faut dire que ces hypothèses sont raisonnables et s'expliquent par la nature et la grandeur des charges et des mouvements auxquels les sols sont souvent soumis.

CONTRAINTES TOTALES ET EFFECTIVES

A. Le sol, un milieu continu

La mécanique des sols considère en général le sol comme un milieu continu. Cette hypothèse s'avère fausse lors de l'étude des contraintes à l'échelle des grains puisque leur mouvement relatif constitue des discontinuités. De plus, lors de phases de rupture, l'apparition de surface de glissement amène également des discontinuités.

A.1. *Distribution des contraintes autour d'un point*

On définit l'état de contraintes en un point M d'un milieu continu par le tenseur σ :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

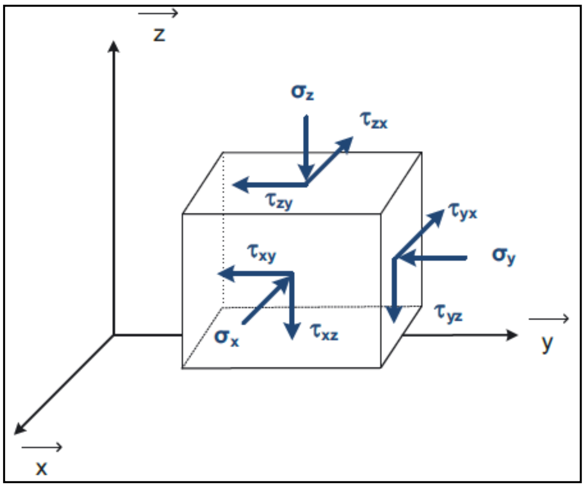
Ou encore dans la base principale des contraintes :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix}_{(\vec{I},\vec{II},\vec{III})}$$

Le vecteur contrainte $\vec{T}(M)$ s'exerçant sur une facette passant par M est défini par sa normale $\vec{n}$ et l'expression:

$$\vec{T}(M) = \sigma . \vec{n}$$

Fig. : État de contrainte en un point - représentation 3D



A.2. *Cercle de Mohr*

La représentation de l'état de contrainte en un point M peut se réaliser sur le repère de Mohr (0, σ, τ). Lorsque la facette balaie l'ensemble des orientations autour du point M, l'extrémité du vecteur contrainte $\vec{T}$ se déplace dans une zone hachurée du plan de

Mohr. Cette zone est délimitée par trois cercles de diamètre ($\sigma_I - \sigma_{II}$), ($\sigma_I - \sigma_{III}$) et ($\sigma_{II} - \sigma_{III}$).

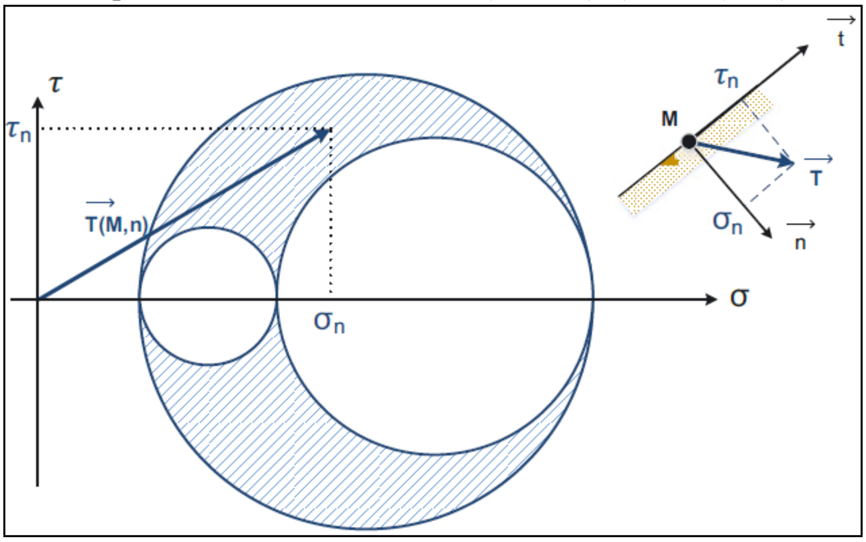


Fig: Vecteur contrainte. Représentation de Mohr

Dans un problème à deux dimensions, nous noterons respectivement $\boldsymbol{\sigma_n}$ et $\boldsymbol{\tau_{nt}}$ les contraintes normale et tangentielle en un point d'une facette de normale $\vec{n}$.
En partant d'un repère de référence (M, $\vec{x}$, $\vec{y}$), le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y})}$$

Considérons la normale $\vec{n}$ à la facette considérée, faisant un angle θ avec l'axe des x :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y})}$$

Dans le repère (M,*n*,*t*), propre à chaque facette, l'expression du vecteur contrainte est :

$$\vec{T}(M) = \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) \\ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin(-2\theta) + \tau_{xy}\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) \end{pmatrix}_{(\vec{n},\vec{t})}$$

En partant du tenseur des contraintes exprimé dans le repère des directions principales (avec $\sigma_{II} = \sigma_{III}$), les composantes du vecteur contrainte sont :

$$\vec{T}(M) = \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}\cos(2\theta) \\ \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}\sin(-2\theta) \end{pmatrix}_{(\vec{n},\vec{t})}$$

le centre du cercle, $d = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}$

et le rayon du cercle $r = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$

θ correspond à l'inclinaison entre la normale à la facette et la première direction principale.

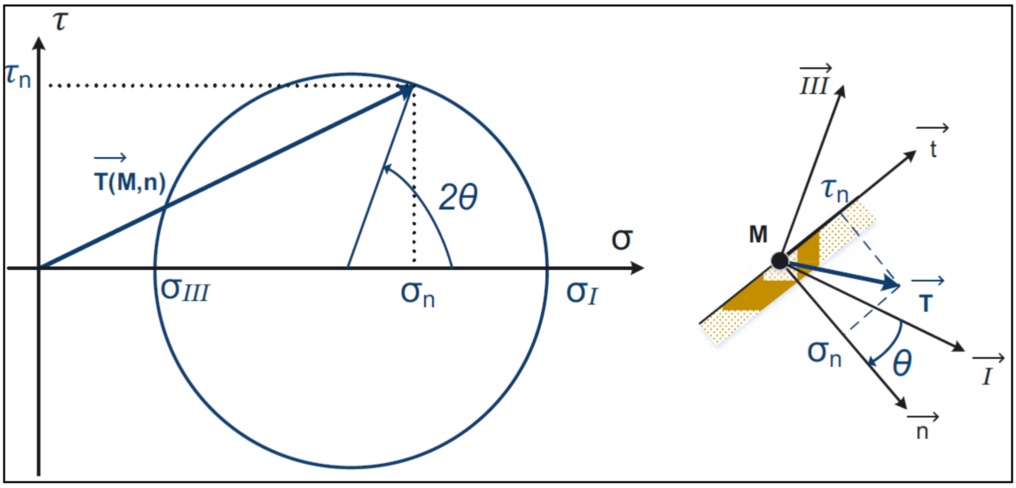


Fig. : Cas bidimensionnel - représentation de Mohr. Si la facette considérée est inclinée d'un angle -θ par rapport à la première direction principale, le point correspondant dans le cercle sera situé à un angle 2θ de la contrainte σ_I

B. Principe des contraintes effectives de Terzaghi

a) Contrainte totale et pression interstitielle

En considérant un milieu continu saturé de manière globale, c'est-à-dire en ne distinguant pas les phases solide et liquide, les contraintes qui s'exercent en un point donné sont appelées **contraintes totales**.

La pression interstitielle ne constitue qu'une partie de la contrainte totale dans un sol et se détermine à partir de la position des points étudiés dans une nappe ainsi que par la présence ou non d'un écoulement.

b) Contrainte effective

Karl Von Terzaghi a postulé que les déformations dans un sol dépendent de la différence entre les contraintes totales et les pressions interstitielles.

Les contraintes normales verticales $\boldsymbol{\sigma_z}$ sont définies comme suit :

$$\sigma_z = \gamma_{ef} . z + \gamma_w . z$$

où :σ_z-contrainte normale verticale totale

γ_{ef}-poids volumique du sol sous l'eau

z -profondeur sous la surface du sol

γ_w-poids spécifique de l'eau

Cette formule, si on utilise la forme générale, décrit le concept de contraintes effectives :

$$\sigma_z = \sigma_{ef} + u$$

où :σ -contrainte totale

σ_{ef}-contrainte effective

u -contrainte neutre (pression interstitielle)

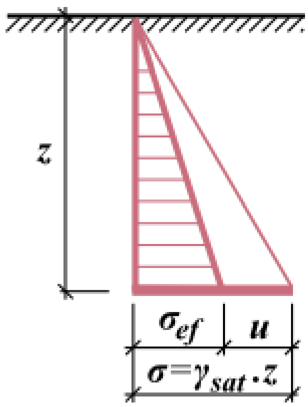


Fig. : Contraintes totale, effective et neutre dans le sol

Le concept de contraintes effectives n'est valable que pour des contraintes normales **σ**, parce que les contraintes de cisaillement **τ** ne sont pas transférées par l'eau et, par conséquent, elles sont toujours effectives. La contrainte totale est déterminée en utilisant les méthodes de la mécanique théorique. La contrainte effective est exprimée comme la différence entre la contrainte totale et la pression interstitielle (i.e. à partir d'un calcul; il est impossible de la mesurer). Les pressions interstitielles sont déterminées par les pratiques laboratoires et des méthodes de terrain, ou par le calcul. Il n'est pas si simple de donner une réponse claire et sans équivoque à la question de quand utiliser la tension totale, ou la contrainte effective dans le calcul. Le tableau ci-dessous présente les recommandations générales et valables dans la grande majorité des cas. Nous devons bien comprendre que la contrainte totale dépend du mode de chargement du sol par son poids propre et par les effets externes. Quand la pression de l'eau interstitielle est au repos, la pression interstitielle correspond à la pression hydrostatique. Si l'eau coule continuellement, la pression correspond à la pression hydrodynamique. Quant aux sols partiellement saturés avec un degré de saturation plus élevé, il doit être considéré que la pression interstitielle est générée à la fois dans l'eau et dans les bulles d'air.

Conditions présumées	**Couche drainée**	**Couche non drainée**
À courte terme	contrainte effective	contrainte totale
À long terme	contrainte effective	contrainte effective

Dans un milieu avec des sous-couches de sol, avec des poids volumiques des couches horizontales différents, la contrainte verticale totale est déterminée comme la somme des poids de toutes les couches de sol au dessus du point examiné, et de la pression interstitielle :

$$\sigma_z = \int_0^z \gamma dz + \gamma_w (z - d)$$

où : σ_z- contrainte verticale totale (normale)

γ - poids volumique du sol

- poids volumique pour les sols au dessus de la nappe phréatique et couches sèches dans leur état naturel

- poids volumique de sols submergés dans les autres cas

d -profondeur de la nappe phréatique sous la surface du sol

z -profondeur sous la surface du sol

γ_w-poids spécifique de l'eau

C. État de contrainte géostatique

Les contraintes géostatiques correspondent aux contraintes générées par le poids propre des couches d'un massif. Si ce massif possède une nappe, on distinguera les contraintes géostatiques totales et effectives.

Pour décrire l'état de contrainte géostatique ou « au repos », les notations et conventions suivantes seront utilisées :

- *z* : profondeur du point considéré, comptée positivement vers le bas.
- $\sigma_v(z)$et $\sigma'_v(z)$: contraintes verticales totales et effectives.
- $\sigma_h(z)$et $\sigma'_h(z)$: contraintes horizontales totales et effectives

a) Contraintes verticales

Dans le cas d'un massif semi-infini à surface horizontale composé de **n** couches et d'une nappe (figure), les contraintes verticales totales en tout point du massif s'expriment :

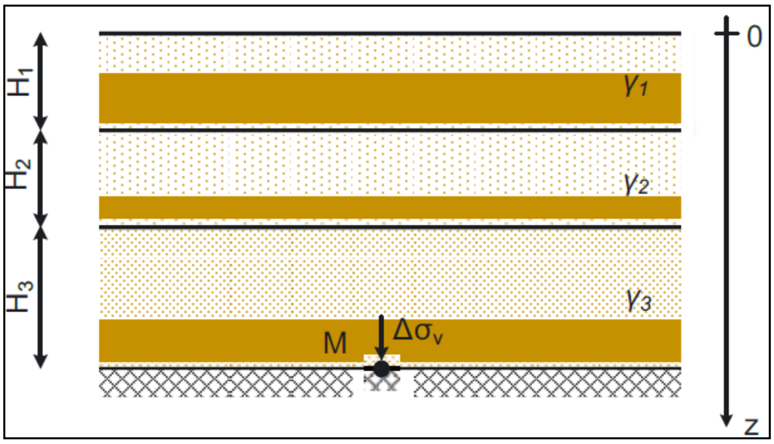
$$\sigma_v(z) = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i . H_i$$

Avec :

• γ : poids volumique apparent, égal à γ_{sat} sous la nappe.

• Hi : hauteur des couches au-dessus du point z.

Fig. : Sol multicouche - contraintes géostatiques



La pression interstitielle u pour une nappe hydrostatique s'exprime :

$$u(z) = \gamma_w . H_w$$

Avec :

• γ_w : poids volumique de l'eau (γ_w = 10 kN.m^{-3}).

• H_w : distance entre le point considéré et la surface de la nappe.

La contrainte verticale effective se détermine en tout point par la formule de Terzaghi:

$$\sigma'_v(z) = \sigma_v(z) - u(z)$$

L'augmentation de contrainte verticale effective dans une couche saturée de poids volumique saturée γ_w est :

$$\sigma'_v(z) = (\gamma_{sat} - \gamma_w).u = \gamma'.z$$

Avec γ' le poids volumique déjaugé de la couche considérée.

Si la couche n'est pas saturée, l'augmentation de la contrainte effective est identique à celle de la contrainte totale.

b) Contraintes horizontales

Au même titre que les contraintes verticales, il faut différencier les contraintes horizontales effectives et totales. En effet, l'eau transmet sa pression de manière identique dans toutes les directions contrairement à la phase solide.

À l'état « au repos », les contraintes effectives horizontales s'expriment en fonction des contraintes effectives verticales par la relation :

$$\sigma'_h(z) = K_0 . \sigma'_v(z)$$

Avec K_0 coefficient des terres au repos fonction de la nature du squelette (sable : $K_0 \simeq 0,5$; argile: $K_0 \simeq 0,7$; vases: $K_0 \simeq 1$). Ce coefficient peut être déterminé à partir de l'angle de frottement φ': $K_0 = (1 - \sin\varphi')\sqrt{R_{oc}}$

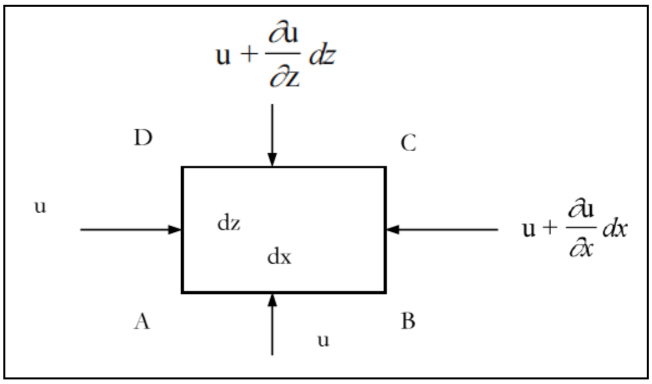
R_{oc} Le rapport de consolidation.

Les contraintes horizontales totales se déterminent à partir de la formule de Terzaghi :

$$\sigma'_h(z) = \sigma_h(z) - u$$

3.1.2. Pressions de courant ou poussée d'écoulement.

Considérons un volume élémentaire dx.dy.1 de sol (figure) :



Le bilan des forces donne :
Sur la face BC agit une force normale égale à : $udz+\frac{\partial u}{\partial x}dxdz$

Sur la face AD agit une force normale égale à : **udz**

La résultante horizontale sera égale à $-\frac{\partial u}{\partial x}dxdz$

De même, la résultante des forces agissant sur les faces AB et DC, sera égale à : $-\frac{\partial u}{\partial z}dxdz$
La résultante générale des forces agissant sur le volume élémentaire sera donc :

$$(-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z})dxdz=-\overrightarrow{grad}u.dxdz$$

Tout se passe comme si le complexe solide - liquide était sollicité, en dehors des forces de gravité, par un champ de forces de volume $-\overrightarrow{grad}u$
En introduisant la charge hydraulique, on peut écrire : $-\overrightarrow{grad}u=-\gamma_w\overrightarrow{grad}h+\gamma_w\overrightarrow{grad}z$
Avec : $\vec{i}=\overrightarrow{grad}h$

En outre, les forces de la pesanteur agissant sur le complexe solide – liquide sont par unité de volume : $\gamma_{sat}\overrightarrow{grad}z$

Au total, l'élément de volume unité est donc soumis aux forces de volume suivantes :
1- La pesanteur $\gamma_{sat}\overrightarrow{grad}z$

2- La force de volume constante $\gamma_w\overrightarrow{grad}z$; C'est la force de soulèvement hydrostatique.

3- La force de volume variable en fonction de l'écoulement de l'eau interstitielle. $-\gamma_w\overrightarrow{grad}h$

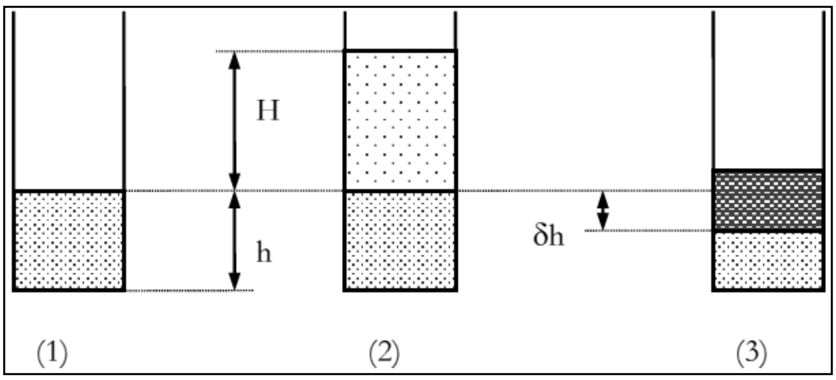
C'est la force de pression de courant. Elle est dirigée en sens inverse du gradient de la charge hydraulique, c'est à dire dans le sens de la vitesse de filtration si le milieu est isotrope.

3.2. Théorie de la consolidation de Terzaghi (postulat de Terzaghi).

3.2.1. POSTULAT DE TERZAGHI

L'expérience suivante a été citée par Terzaghi. Elle consiste à prendre 3 récipients identiques remplis de la même quantité de sable saturé.

Fig. : Expérience de Terzaghi.



- Dans l'éprouvette (2), on ajoute de l'eau jusqu'à la hauteur H
- L'éprouvette (1) sert de témoin.
- Dans l'éprouvette (3), on ajoute de la grenaille de plomb de telle sorte que son poids soit égal au poids de l'eau ajouté en (1).

Les observations sont les suivantes:

- La hauteur du sable dans (2) reste constante; c'est à dire qu'elle reste égale à hs.
- Dans l'éprouvette (3), la hauteur du sable diminue: on dit que la sable a tassé.

Ceci a amené Terzaghi à formuler son postulat suivant: « Le sol se déforme uniquement quand les charges sont supportées par les grains du sol ». Ce postulat s'écrit :

$$\sigma = \sigma' + u$$

Où **σ** est la contrainte totale; c'est la somme par unité de surface de toutes les charges appliquées sur la sol ; **σ'** est la contrainte effective; c'est la somme par unité de surface de toutes les charges supportées uniquement par les grains du sol ; ***u*** est la pression de l'eau remplissant les vides entre les grains; elle est dite pression interstitielle.

Le postulat de Terzaghi se généralise, même quand il s'agit de tenseur de contrainte, sauf que l'eau ne reprend pas les efforts de cisaillement. On écrit: $\tau = \tau'$

On adoptera pour la suite, cette notation pour les contraintes totales et les contraintes effectives.

Physiquement, ce postulat signifie que la contrainte totale normale est la somme de toutes les contraintes normales élémentaires qui s'applique sur les grains du sol y compris celle de l'eau. La contrainte tangentielle est la somme uniquement des contraintes tangentielles élémentaires effectives; c'est à dire celles que supportent les grains.

Si l'on considère un volume élémentaire de sol de surface A et soumis à une charge P (figure).

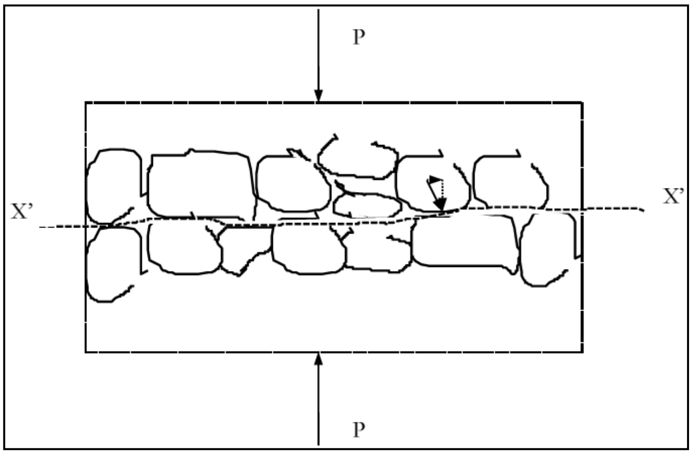


Fig. : Modèle physique pour les sols saturés

La contrainte effective sera la somme des composantes N' (composantes verticales des forces intergranulaires) divisé par l'aire A : $\sigma' = \dfrac{\Sigma N'}{A}$

La contrainte totale est donnée par : $\sigma' = \dfrac{P}{A}$

Si le contact entre les particules est un point, la pression interstitielle agit sur la totalité du plan A (l'erreur est 1 à 3%). L'équilibre des forces donne : $P = \Sigma N' + uA$

En divisant par la section A, on obtient :

$$\frac{P}{A} = \frac{\Sigma N'}{A} + u$$

Ou : $\sigma = \sigma' + u$

Cette façon de voir est très justifiée quand il s'agit des sols grenus tel que les sables; c'est moins clair quand il s'agit des argiles. Néanmoins, le postulat de Terzaghi se trouve très justifié dans la pratique.
Ainsi, on peut définir en chaque point du sol, un tenseur des contraintes.
L'extrapolation de toutes ces considérations constitue le postulat de Terzaghi (1923) qui se résume dans la formule suivante: $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + u\delta_{ij}$
Avec :

[**σ** ij] : Tenseur des contraintes totales
[**σ'**ij] : Tenseur des contraintes effectives
u : Pression interstitielle
[**δ**ij] : Symbole du Kronecker $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & si \quad i=j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases}$

Ceci nous amène à affirmer que pour toute charge extérieure agissant sur un tel matériau, son effet est très différent suivant qu'elle est supportée par la phase solide ou la phase liquide.

3.3. Contraintes effectives en milieu non saturé.

Si le sol est partiellement saturé, la pression de l'air u_a est toujours supérieure à celle de l'eau u_w, ceci est dû à la tension superficielle. On notera aussi que la pression interstitielle (u_a - u_w) augmente quand le rayon des ménisques diminue.
Bishop (1955) a suggéré l'expression suivante : $\sigma' = \sigma - \left[u_a - \chi(u_a - u_w)\right]$

χ est interprété comme la proportion moyenne de la section de l'eau, il dépend du degré de saturation. Si le sol est sec, χ =0 et **σ'= σ -** u_a. Si le sol est saturé, χ =1 et on retrouve la relation de Terzaghi **σ'= σ -** u_w**.**
De la même manière que les sols saturés, on pourrait imaginer un modèle physique. Dans ce cas, la pression est répartie entre l'air et l'eau. Si, l'on interprète χ, comme la proportion moyenne de la section d'eau, l'équilibre des forces donne:

$$\sigma A = \sigma' A + u_w \chi A + u_a (1 - \chi) A$$

De cette relation, on retrouve celle proposée par Bishop.

3.4. Applications (cas des sols saturés : écoulements verticaux descendants et ascendants).

a. Contrainte verticale - Cas de la nappe statique

La nappe n'étant pas en mouvement, le gradient hydraulique est nul. Ceci nous donne:

$$\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} = (\gamma - \gamma_w)$$

et par conséquent : $\sigma'_{zz} = (\gamma - \gamma_w) z = \gamma' z$

b. Contrainte verticale - Cas d'un écoulement descendant

L'eau s'écoule vers le bas, dans ce cas, seule la composante verticale du gradient hydraulique est non nulle. Ceci nous donne:

$$\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} = (\gamma - \gamma_w)$$

La nappe étant descendante, le gradient hydraulique est négatif. En notant **i**, sa valeur absolue, on peut écrire: $\sigma'_{zz} = ((\gamma - \gamma_w) + i\gamma_w)z = (\gamma' + i\gamma_w)z$

c. Contrainte verticale - Cas d'un écoulement ascendant

L'eau s'écoule vers le haut, dans ce cas aussi, seule la composante verticale du gradient hydraulique est non nulle. Par rapport au cas précédent, il y' a le signe du gradient hydraulique qui change. On peut écrire:

$$\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} = (\gamma - \gamma_w)$$

En notant toujours **i**, la valeur absolue du gradient hydraulique, on a:

$$\sigma'_{zz} = ((\gamma - \gamma_w) - i\gamma_w)z = (\gamma' - i\gamma_w)z$$

En conclusion, on remarque que l'effet de l'écoulement s'ajoute au poids quand il est descendant et se retranche quand il est ascendant. Dans le premier cas, on a l'impression que le sol pèse plus lourd, et dans le second cas, moins lourd.