

تمهيد

بعد أن تجمع البيانات الإحصائية ونعبر عنها بشكل رقمي، لابد من ترتيب هذه البيانات الرقمية، لإظهار خواصها وصفاتها، سواء كان ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً. وفائدة الترتيب الصاعد أو النازل، أنه يعطينا فكرة سريعة عن المدى الذي تتراوح فيه الأرقام، كما أنه يدل بصورة مبدئية، على اتجاه التركيز في قيم البيانات الإحصائية، إلا أنه لا يصور بوضوح نزعة تلك البيانات أو الأرقام إلى التمرکز حول قيمة وسطى. لهذا نلجأ إلى تبويب البيانات وعرضها، بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة محل الدراسة، وهي الخطوة الثانية بعد جمع البيانات في مجال الإحصاء الوصفي، ويمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري أو عن طريق التمثيلات البيانية.

1- العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

يتم ترتيب البيانات وتوزيعها في جداول إحصائية تسمى جداول التوزيع التكراري، وتختلف طرق ترتيب المعلومات في جداول إحصائية، باختلاف وتنوع البيانات الإحصائية، سواء كانت كمية أو كيفية.

1-1- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كمي متقطع جدولياً:

من أجل تنظيم وتلخيص البيانات الإحصائية الكمية المتقطعة في جدول إحصائي نقوم بالخطوات التالية:

- ترتيب البيانات الإحصائية.
- تفرغ البيانات في جدول يضم قيم المتغير المدروس وهي عبارة عن قيم عددية " X_i "، يقابلها التكرار " n_i " ويكون الترتيب حسب قيم " X_i " سواء تصاعدي أو تنازلي.

مثال (1-2): تم إحصاء عدد من الأطفال في كل عائلة وذلك في مدينة معينة، فكانت البيانات الإحصائية كالتالي:

5	4	3	2	1	2	4	3	2	1
3	2	4	1	4	3	2	6	5	6
5	6	5	3	4	2	4	3	1	2

- لخص البيانات في جدول إحصائي؟

من أجل تلخيص البيانات في جدول إحصائي نقوم ب:

- ترتيب البيانات الإحصائية:

2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
4	4	4	3	3	3	3	3	3	2
6	6	6	5	5	5	5	4	4	4

- إعداد الجدول الإحصائي:

عدد الأطفال "X _i "	1	2	3	4	5	6	المجموع
عدد العائلات "n _i "	4	7	6	6	4	3	30

$n_2=7$: هناك 7 عائلات من بين 30 عائلة عدد الأطفال فيها هو 2.

$n_4=6$: هناك 6 عائلات من بين 30 عائلة عدد الأطفال فيها هو 4.

ملاحظة: مجموع التكرارات n_i دائما يساوي N ، أي: $\sum n_i = N$

- التوزيع التكراري النسبي، التجميعي المطلق والنسبي:

التوزيع التكراري النسبي هو حاصل قسمة التكرار المطلق لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المتقطع على مجموع

التكرارات. أي: $fi = \frac{n_i}{\sum n_i}$ ، أما التكرار النسبي المئوي فهو عبارة عن التكرار النسبي مضروبا في مائة.

أي: $fi\% = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100\%$ ، كما هو موضح في الجدول أدناه.

كما يمكن تجميع التكرارات سواء كانت مطلقة أو نسبية وذلك عن طريق جمع تكرار الفئة مع تكرار الفئة السابقة أو اللاحقة.

■ إذا قمنا بالجمع من أعلى الجدول إلى أسفله نحصل على التكرار المتجمع الصاعد، كما يلي:

$$N_1 \uparrow = n_1$$

$$N_2 \uparrow = n_1 + n_2 \Rightarrow N_2 \uparrow = N_1 \uparrow + n_2$$

$$N_3 \uparrow = n_1 + n_2 + n_3 \Rightarrow N_3 \uparrow = N_2 \uparrow + n_3$$

⋮

$$N_i \uparrow = n_1 + n_2 + \dots + n_i$$

- وبالقسمة على مجموع التكرارات، نحصل على التكرار التجميعي الصاعد النسبي الموافق لكل فئة.

$$Fi \uparrow = \frac{N_i \uparrow}{\sum n_i}$$

- أما التكرار التجميعي الصاعد النسبي المئوي، فهو عبارة عن التكرار التجميعي الصاعد النسبي مضروبا في مائة.

$$Fi \uparrow \% = \frac{N_i \uparrow}{\sum n_i} \times 100\%$$

■ إذا قمنا بالجمع من أسفل الجدول إلى أعلاه نحصل على التكرار المتجمع النازل، كما يلي:

$$N_1 \downarrow = N$$

$$N_2 \downarrow = N - n_1 \Rightarrow N_2 \downarrow = N_1 \downarrow - n_1$$

$$N_3 \downarrow = N - n_1 - n_2 \Rightarrow N_3 \downarrow = N_2 \downarrow - n_2$$

⋮

$$N_i \downarrow = N - n_1 - n_2 - \dots - n_{i-1}$$

- وبالقسمة على مجموع التكرارات، نحصل على التكرار التجميعي النازل النسبي الموافق له.

$$Fi \downarrow = \frac{Ni \downarrow}{\sum ni}$$

- أما التكرار التجميعي النازل النسبي المئوي، فهو عبارة عن التكرار التجميعي النازل النسبي مضروباً في مائة.

$$Fi \downarrow \% = \frac{Ni \downarrow}{\sum ni} \times 100\%$$

مثال (2-2): بالرجوع إلى المثال (1-2) أحسب التكرارات المطلقة والنسبية التجميعية الصاعدة والنازلة لتوزيع عدد الأطفال في كل عائلة في مدينة معينة:

$F_i \% \downarrow$	$F_i \% \uparrow$	$f_i \%$	$F_i \downarrow$	$F_i \uparrow$	f_i	$N_i \downarrow$	$N_i \uparrow$	n_i	X_i
100	13,33	13,33	1	0,133	0,133	30	4	4	1
86,66	36,66	23,33	0,866	0,366	0,233	26	11	7	2
63,33	56,66	20	0,633	0,566	0,2	19	17	6	3
43,33	76,66	20	0,433	0,766	0,2	13	23	6	4
23,33	90	13,33	0,233	0,9	0,133	7	27	4	5
10	100	10	0,1	1	0,1	3	30	3	6
/	/	100	/	/	1	/	/	30	المجموع

الشرح:

$f_3 \% = 20\%$: هناك 20% من العائلات لديها 3 أطفال.

$N_2 \uparrow = 11$: هناك 11 عائلة لديها أقل من أو يساوي طفلين. أو (عدد العائلات التي لديها طفلين على

الأكثر هو 11).

$N_5 \downarrow = 7$: هناك 7 عائلات لديها أكبر من أو يساوي 5 أطفال. أو (عدد العائلات التي لديها 5 أطفال على الأقل هو 7).

$F_3 \uparrow \% = 56,66\%$: هناك 56,66 % من العائلات عدد الأطفال بها أقل من أو يساوي 3.

$F_4 \downarrow \% = 43,33\%$: هناك 43,33 % من العائلات عدد الأطفال بها أكبر من أو يساوي 4.

2-1- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كمي مستمر جدوليا:

إذا كانت الصفة المدروسة (المتغير المدروس) كمي متصل، فإن الجدول يكون معبر عليه بواسطة فئات أو مجالات، وكل فئة "i" يقابلها التكرار " n_i " الذي يمثل عدد القيم الموجودة في الفئة، والمأخوذة من العينة المدروسة.

من أجل إعداد جدول التوزيع التكراري، لابد من إتباع جملة من الخطوات كما يلي:

أ- ترتيب البيانات: إن البيانات غير المرتبة لا يمكن أن نستدل منها على الصفات الرئيسية لتلك البيانات، لذلك لابد من ترتيبها.

ب- حساب طول الفئة:

- نقوم أولا بحساب المدى: " R " والذي يعرف بأنه الفرق بين أعلى قيمة وأدنى قيمة في البيانات:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

- ثم نقوم بحساب عدد الفئات " K ": يستحسن أن يكون عدد الفئات قليل، وأن تكون الفئات متساوية في مداها لكي تسهل المقارنة ويمكن الاستفادة من تطبيق الحسابات الإحصائية.

وقد اقترح العالم الإحصائي ستورجس H.A. Sturges تطبيق المعادلة التالية في اختيار عدد الفئات. (مع

$$K = 1 + 3.322 \log N$$

التقريب لأقرب عدد صحيح).

ومنه فإن طول الفئة:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3.322 \log N}$$

حيث:

N : عدد البيانات محل الدراسة

C : طول (مدى) الفئة

$X_{\max}$: أكبر قيمة في البيانات

$X_{\min}$: أدنى قيمة في البيانات

ج- تعيين حدود الفئات:

بعد أن نحدد طول الفئة يجب تعيين حدود الفئات بدقة، من خلال إظهار حدّ الفئة. وأفضل طريقة لتوضيح حدود الفئات المجالات، حيث نعتمد على المجال نصف المفتوح $[b, a]$ ، أي مفتوح من طرف واحد (مغلق عند الحد الأدنى ومفتوح عند الحد الأعلى)، وهو يشمل كافة القيم الواقعة بين a و b حيث a تنتمي إلى المجال أما b فلا تنتمي إلى المجال. أي $a \leq x_i < b$.

ملاحظة: الحد الأدنى للفئة الأولى يكون عادة أصغر قيمة ضمن البيانات المعطاة والتي تم ترتيبها.

د- تفريغ البيانات وحساب التكرارات:

بعد تعيين حدود الفئات وتحديد مداها، نهيئ جدولاً بثلاثة أعمدة نكتب في العمود الأول الفئات وفي العمود الثاني تفريغ البيانات سواء بالقيم أو بالخطوط المائلة وهي عبارة عن حزم مكونة من خمسة خطوط، أربعة منها رأسية والخامس مائل يحزم الأربعة خطوط الرأسية، وبذلك تصبح الحزمة على الصورة $(////)$ ، والعمود الثالث نسجل فيه التكرارات بالأرقام.

مثال (2-3):

لتكن لدينا العلامات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء: (العلامة على 100)

25	31	26	30	26	34	27	29	25	28
31	31	30	33	33	30	34	34	32	31
33	37	31	38	32	39	30	35	32	31
38	37	31	44	35	36	39	40	36	35
41	48	39	44	43	49	38	40	42	45

المطلوب: قم بإعداد جدول التوزيع التكراري؟

الحل:

أ- ترتيب البيانات: سنرتب البيانات الإحصائية ترتيباً تصاعدياً كما يلي:

30	30	30	29	28	27	26	26	25	25
32	32	31	31	31	31	31	31	31	30
35	35	35	34	34	34	33	33	33	32
39	39	39	38	38	38	37	37	36	36
49	48	45	44	44	43	42	41	40	40

إنّ هذا الترتيب يعطينا أضعف وأكبر علامة أخذها هؤلاء الطلبة، ولكنّه غير كاف لتوضيح مكان تركّز العلامات. لهذا لابد من توزيع هذه البيانات على فئات متقاربة.

ب- حساب طول الفئة:

$$C = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3.322 \log N} = \frac{49 - 25}{1 + 3.322 \log 50} = 3.61 \approx 4$$

ج- تعيين حدود الفئات وتفرّيع البيانات:

من خلال مثالنا وجدنا أن طول الفئة هو: $C = 4$. فإذا أخذنا الحد الأدنى للفئة الأولى 25 وهو أصغر قيمة في البيانات يمكننا تحديد الفئات وتفرّيع البيانات وفق الجدول التالي:

التكرار	تفرّيع البيانات بالخطوط المائلة	الفئات
6	/// /	[29 - 25]
15	/// /// ///	[33 - 29]
11	/// / ///	[37 - 33]
10	/// ///	[41 - 37]
5	///	[45 - 41]
2	//	[49 - 45]
1	/	[53 - 49]
50		المجموع

التكرار	تفرّيع البيانات بالقيم	الفئات
6	28, 27, 26, 26, 25, 25	25 وأقل من 29
15	30, 30, 30, 30, 29, 31, 31, 31, 31, 31, 32, 32, 32, 31, 31	29 وأقل من 33
11	34, 34, 33, 33, 33, 36, 36, 35, 35, 35, 34	33 وأقل من 37
10	38, 38, 38, 37, 37, 40, 40, 39, 39, 39	37 وأقل من 41
5	44, 44, 43, 42, 41	41 وأقل من 45
2	48, 45	45 وأقل من 49
1	49	49 وأقل من 53
50		المجموع

إنّ الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى لكل فئة يعطينا طول الفئة، فعلى سبيل المثال: طول الفئة الأولى = الحد الأعلى - الحد الأدنى = $25 - 29 = 4$.

ملاحظة: إنّ حاصل قسمة مجموع الحدين الأعلى والأدنى لكل فئة على 2 يعطينا مركز الفئة، فمركز الفئة الأولى هو:

$$X_i = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$$

$$X_1 = \frac{29 + 25}{2} = 27$$

ملاحظة: الفرق بين كل مركزي فئتين متتالين يعطينا طول الفئة في حالة الجداول المنتظمة.

- التوزيع التكراري النسبي، التجميعي المطلق والنسبي:

في بعض الحالات نرغب في معرفة التكرارات النسبية أو التكرارات التي تزيد قيمتها عن قيمة معينة أو تقل عن قيمة معينة، مثلاً عدد الطلبة الذين علاماتهم تساوي أو تزيد عن 37، هذه المعلومات غير واضحة في جدول التوزيع التكراري لهذا الغرض نقوم بحساب التكرارات النسبية والتكرارات التجميعية الصاعدة أو النازلة المطلقة والنسبية، والجدول التالي يوضح ذلك.

الفئات	X_i	n_i	F_i	$N_i \uparrow$	$N_i \downarrow$	$f_i \%$	$F_i \% \uparrow$	$F_i \% \downarrow$
[29 - 25]	27	6	0,12	6	50	%12	%12	%100
[33 - 29]	31	15	0,3	21	44	%30	%42	%88
[37 - 33]	35	11	0,22	32	29	%22	%64	%58
[41 - 37]	39	10	0,2	42	18	%20	%84	%36
[45 - 41]	43	5	0,1	47	8	%10	%94	%16
[49 - 45]	47	2	0,04	49	3	%4	%98	%6
[53 - 49]	51	1	0,02	50	1	%2	%100	%2
المجموع	/	50	1	/	/	%100	/	/

الشرح:

- $n_2 = 15$: عدد الطلبة الذين علاماتهم أكبر من أو يساوي 29 وأقل تماماً من 33 هو 15 طالب.
- $f_2 = 30 \%$: نسبة الطلبة الذين علاماتهم أكبر من أو يساوي 29 وأقل تماماً من 33 هي 30%.
- $N_3 \uparrow = 32$: عدد الطلبة الذين علاماتهم أقل تماماً من 37 هو 32 طالب.
- $N_5 \downarrow = 8$: عدد الطلبة الذين علاماتهم أكبر من أو يساوي 41 أو (41 على الأقل) هو 8 طلاب.
- $F_3 \uparrow \% = 64\%$: نسبة الطلبة الذين علاماتهم أقل تماماً من 37 هي 64%.
- $F_4 \downarrow \% = 36\%$: نسبة الطلبة الذين علاماتهم أكبر من أو يساوي 37 أو (37 فأكثر) هي 36%.

■ أنواع الجداول التكرارية:

هناك أنواع مختلفة من الجداول التكرارية، نذكر منها ما يلي:

الجدول التكراري المنتظم: هو الجدول الذي تكون فيه أطوال الفئات متساوية ومثال ذلك المثال السابق.

الجدول التكراري غير المنتظم: وهو الجدول الذي يوجد فيه على الأقل طول فئة لا يساوي طول بقية الفئات، وهذا النوع من الجداول يجب تعديل تكراراته عند الرسم وفق الصيغة:

$$n_i = \frac{n_i}{\frac{C_i}{C}}$$

حيث:

n_i : التكرار المعدل

n_i : التكرار

C_i : طول الفئة

C : القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات (PGDC).

مثال (2-4):

ليكن لدينا الجدول التالي:

الأجر الساعي (دج)	عدد العمال n_i
] 20-10]	12
] 30-20]	13
] 50-30]	32
] 80-50]	47
] 90-80]	15

- أوجد التكرار المعدل؟

الحل:

لدينا أطوال فئات الجدول غير متساوية.

القاسم المشترك الأكبر لأطوال فئات الجدول هو $C = 10$.

الأجر الساعي (دج)	عدد العمال n_i	C_i	$\frac{C_i}{C}$	n_i
] 20-10]	12	10	1	12
] 30-20]	13	10	1	13
] 50-30]	32	20	2	16
] 80-50]	47	30	3	15,66
] 90-80]	15	10	1	15

الجدول التكراري المغلق: وهو الجدول الذي يكون فيه الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة معلومين، وقد يكون فيه مدى الفئات متساويا أو غير متساويا.

مثال (2-5):

الفئات	التكرار n_i
]08-04]	5
]12-08]	7
]16-08]	3
]20-16]	1

الجدول التكراري المفتوح: هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة أو أحد الحدين غير معلوم.

مثال (2-6):

توزيع تكراري مفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار n_i
أقل من 08	5
]12-08]	7
]16-08]	3
16 فأكثر	1

توزيع تكراري مفتوح من أعلى

الفئات	التكرار n_i
]08-04]	5
]12-08]	7
]16-08]	3
16 فأكثر	1

توزيع تكراري مفتوح من أسفل

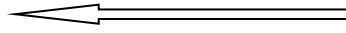
الفئات	التكرار n_i
أقل من 08	5
]12-08]	7
]16-08]	3
]20-16]	1

الجدول المستمر: هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأعلى للفئة السابقة هو الحد الأدنى للفئة اللاحقة. وكمثال على ذلك الجداول السابقة.

الجدول المتقطع: هو عكس الجدول التكراري المستمر.

تسمى حدود فئات الجدول المتقطع بالحدود الظاهرية، ولتحويله إلى جدول مستمر (متصل) يكفي أن نطرح 0.5 من الحدود الدنيا وإضافة 0.5 إلى الحدود العليا للفئات. وتسمى حدود الفئات المتحصل عليها بالحدود الفعلية للفئات.

الحدود الفعلية



الحدود الظاهرية

الحدود الفعلية	الحدود الظاهرية
الفئات	التكرارات
[19.5 – 9.5]	3
[29.5 – 19.5]	8
[39.5 – 29.5]	5

الحدود الظاهرية	الحدود الفعلية
الفئات	التكرارات
[19 – 10]	3
[29 – 20]	8
[39 – 30]	5

$$C = (X_{max} - X_{mini}) = \text{طول الفئة} \quad (X_{max} - X_{mini}) + 1 = \text{طول الفئة}$$

3-1- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير نوعي (كيفي) جدوليا

إذا كانت الصفة المدروسة كيفية، فإنه يمكننا عرض البيانات في شكل جدول تكراري بسيط يضم الصفة المدروسة (سواء كانت اسمية أو ترتيبية) ويقابل كل صفة تكرارها المطلق " n_i ". كما يمكننا حساب التكرار النسبي والنسبي المئوي، وكذلك التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة المطلقة والنسبية.

مثال (2-7): البيانات التالية تمثل توزيع السيارات حسب اللون.

اللون	أخضر	أحمر	أزرق	أبيض	أسود	المجموع
عدد السيارات " n_i "	5	4	3	2	1	15

مثلاً: $n_1 = 5$: هو عدد السيارات ذات اللون الأخضر، أو هو عدد المرات التي ظهر فيها اللون الأخضر.

ملاحظة: إذا كان المتغير المدروس نوعي اسمي (غير خاضع للترتيب)، فالتكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة المطلقة، النسبية والمئوية ليس لها معنى.

مثال (2-8): البيانات التالية تمثل تقديرات 40 طالب في امتحان البكالوريا.

جيد	جيد	مقبول	راسب	جيد جدا	مقبول	جيد	راسب
جيد جدا	راسب	جيد	مقبول	مقبول	جيد جدا	جيد	جيد
راسب	مقبول	مقبول	مقبول	مقبول	راسب	مقبول	ممتاز
مقبول	راسب	جيد جدا	راسب	جيد	مقبول	راسب	جيد
جيد	ممتاز	مقبول	مقبول	مقبول	ممتاز	جيد	راسب

أ- تلخيص البيانات في جدول تكراري:

التكرار "n _i "	تفريغ البيانات	التقديرات
10	### ###	راسب
14	//// ### ###	مقبول
9	//// ###	جيد
4	////	جيد جدا
3	///	ممتاز
40		المجموع

الشرح:

$n_3 = 9$: عدد الطلبة الذين تحصلوا على تقدير جيد هو 9 طلاب.

ب- حساب التكرارات النسبية، التجميعية المطلقة والنسبية:

التقديرات	التكرار "n _i "	f _i	N _i ↑	N _i ↓	f _i %	F _i %↑	F _i %↓
راسب	10	0,25	10	40	25	25	100
مقبول	14	0,35	24	30	35	60	75
جيد	9	0,225	33	16	22,5	82,5	40
جيد جدا	4	0,1	37	7	10	92,5	17,5
ممتاز	3	0,075	40	3	7,5	100	7,5
المجموع	40	1	/	/	100	/	/

الشرح:

$f_2 = 35\%$: نسبة الطلبة الذين تحصلوا على تقدير مقبول هي 35%.

$N_3\uparrow = 33$: عدد الطلبة الذين تحصلوا على تقدير أقل من أو يساوي جيد هو 33 طالب .

$N_5\downarrow = 3$: عدد الطلبة الذين تحصلوا على تقدير ممتاز هو 3 طلاب.

$F_3\uparrow \% = 82,5\%$: نسبة الطلبة الذين تحصلوا على تقدير جيد على الأكثر هي 82,5%.

$F_4\downarrow \% = 17,5\%$: نسبة الطلبة الذين تحصلوا على تقدير جيد جدا على الأقل هي 17,5%.

2- العرض البياني للبيانات الإحصائية

بالإضافة إلى العرض الجدولي للبيانات الإحصائية، هناك طرق أخرى تستخدم لتوضيح وتلخيص البيانات وهي طريقة العرض البياني. وتختلف التمثيلات البيانية باختلاف وتنوع البيانات المحصل عليها، واختيار أو تفضيل رسم

بياني على آخر يرجع إلى طبيعة المتغير المدروس. وبصفة عامة التمثيلات البيانية متعددة، نقتصر على ذكر أهمها والتي نصنفها كما يلي:

1-2- العرض البياني في حالة متغير كمي متقطع:

وهنا يمكن استخدام الأعمدة البسيطة، العرض البياني لل تكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة.

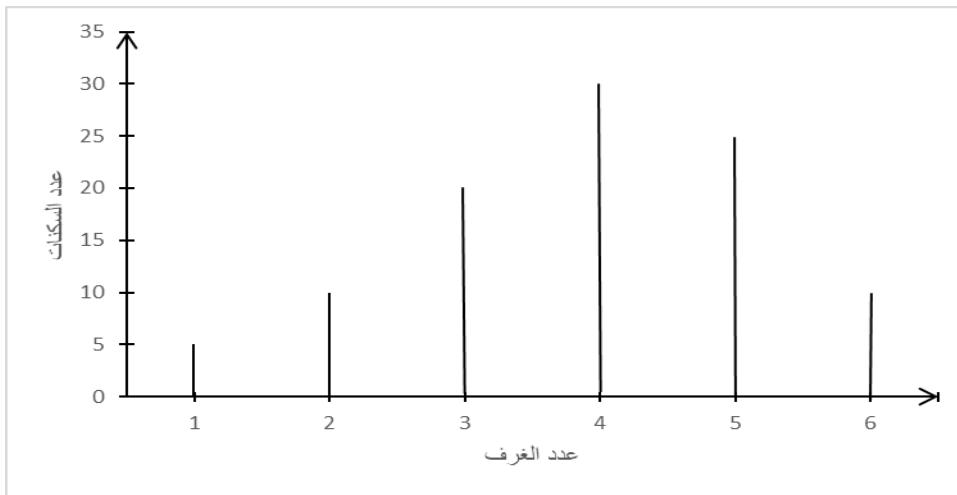
أ- الأعمدة البسيطة "Diagramme en bâtons": يعتمد هذا النوع من الرسوم البيانية على رسم معلم، نضع على محور الفواصل قيم المتغير المدروس X_i وهي قيم عددية مرتبة ترتيبا طبيعيا، وعلى محور الترتيب نضع التكرارات " n_i " المناسبة لقيم المتغير الإحصائي المتقطع X ، ثم نرسم خطوطا عمودية تبدأ من نقطة إلتقاء الإحداثيات (" n_i ", " X_i ") وتنتهي عند النقطة " X_i " (قيمة المتغير X على محور الفواصل) مكونة بذلك مستقيما موازيا لمحور الترتيب، وتستعمل الأعمدة البسيطة أيضا لعرض التكرارات النسبية والنسبية المئوية.

مثال (2-9): يبين الجدول التالي توزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف.

- المطلوب: عرض هذه البيانات بطريقة العرض المناسبة البسيطة؟

عدد الغرف " X_i "	1	2	3	4	5	6	المجموع
عدد السكنات " n_i "	5	10	20	30	25	10	100

الشكل (2-1): توزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف

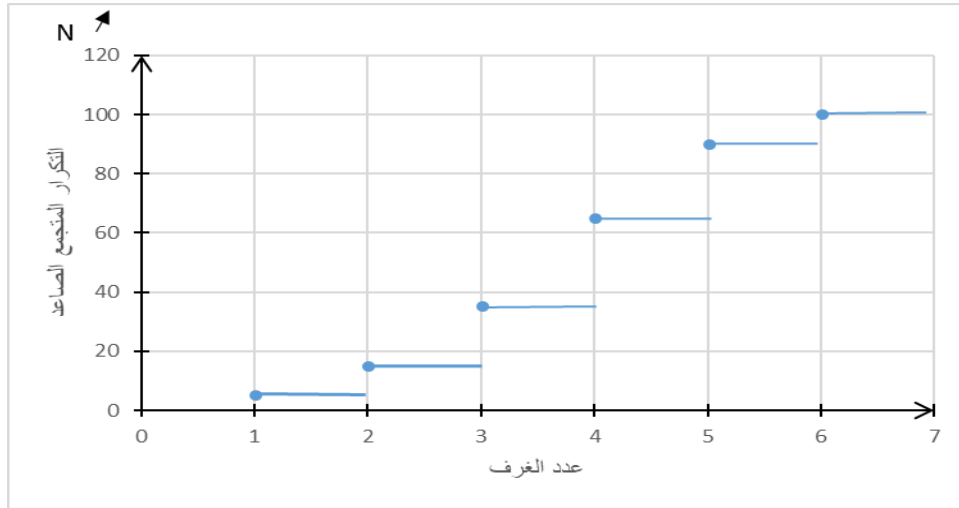


ب- العرض البياني للتكرار المتجمع الصاعد: هو عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة، المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير المدروس. حيث نسجل قيم المتغير الإحصائي X على محور الفواصل والتكرارات التجميعية الصاعدة أو الصاعدة النسبية على محور الترتيب.

مثال (2-10): بالرجوع إلى المثال السابق (2-9) الخاص بتوزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف، مثل التكرار التجميعي الصاعد والنازل.

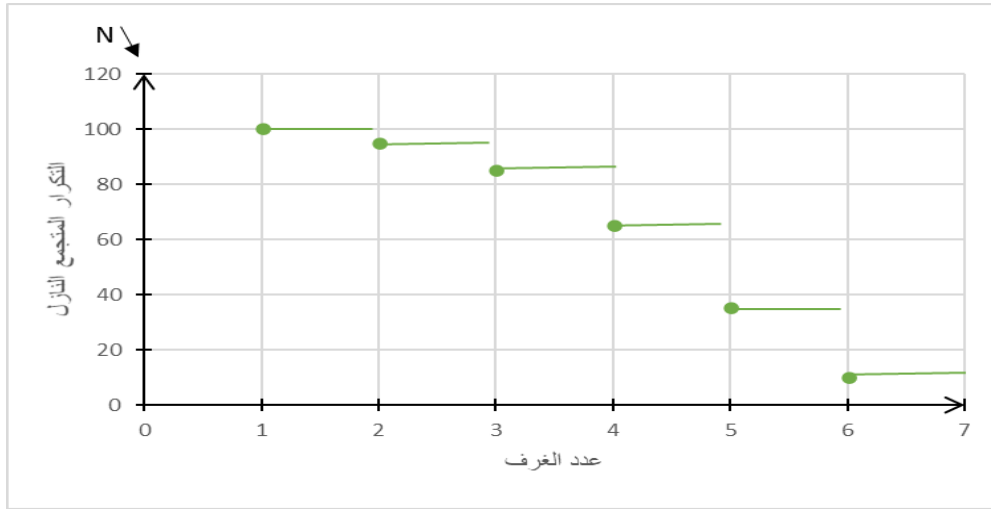
عدد الغرف " X_i "	1	2	3	4	5	6	المجموع
عدد السكنات " n_i "	5	10	20	30	25	10	100
$N_i \uparrow$	5	15	35	65	90	100	/
$N_i \downarrow$	100	95	85	65	35	10	/

الشكل (2-2): التكرار المتجمع الصاعد لتوزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف



ج- العرض البياني للتكرار المتجمع النازل: وهو عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات المتجمعة النازلة، حيث القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات والتي تليها مجموع التكرارات ناقص التكرار الأول وهكذا ...

الشكل (2-3): التكرار المتجمع النازل لتوزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف



2-2- العرض البياني في حالة متغير كمي مستمر:

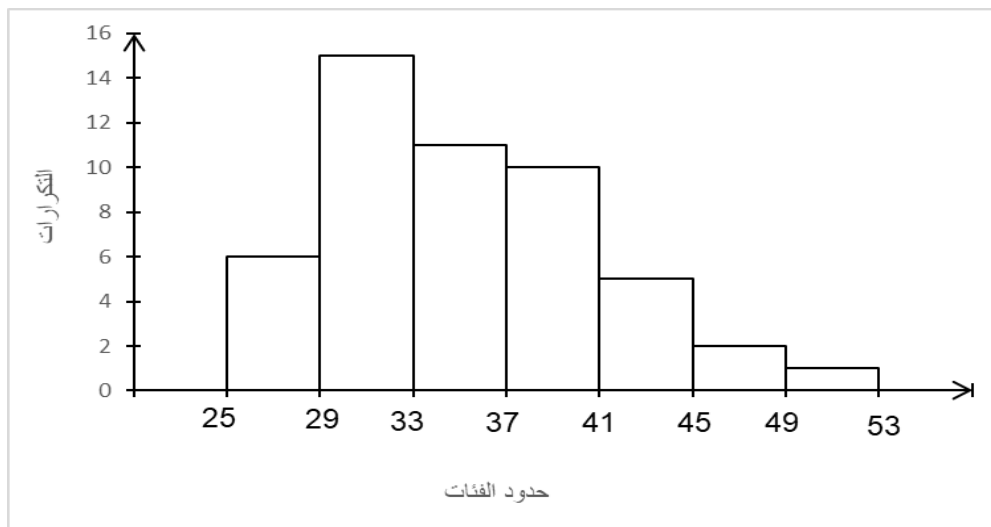
يمكن عرض التوزيعات التكرارية للمتغير الكمي المستمر بيانيا بعدة طرق سنذكرها فيما يأتي:

أ- المدرج التكراري: نرسم محورين متعامدين ونكتب الفئات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور العمودي.

الحالة الأولى: عندما تكون أطوال الفئات متساوية

مثال (2-11): انطلاقاً من المثال السابق (2-3) الذي يمثل توزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء، يمكننا عرض التوزيع التكراري في مدرج تكراري كما يلي:

الشكل (2-4): تمثيل بياني بواسطة مدرج تكراري لتوزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء



الحالة الثانية: عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية

في هذه الحالة يجب أن نقوم بتعديل التكرارات أولاً، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها. ونقوم بتعديل التكرارات وفق المعادلة التالية (كما سبق توضيحه في ص 27).

$$n_i = \frac{n_i}{\frac{C_i}{C}}$$

حيث:

n_i : التكرار المعدل

n_i : التكرار

C_i : طول الفئة

C : القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات (PGDC).

بمعنى آخر:

يجب تصحيح التكرارات في الفئات وهذا بعد أن نعتمد طولاً جديداً كأساس للتصحيح، يكون هذا الطول الجديد القاسم المشترك لأطوال الفئات. أي إذا كان عرض المستطيل أو قاعدته أكبر، يجب التقليل من طول المستطيل أو ارتفاعه، كي تبقى مساحته متناسبة طرداً مع تكرار الفئة.

مثال (2-12):

يبين الجدول التالي توزيع عينة من 100 عامل حسب الأجر اليومي:

الأجر اليومي (دج)	عدد العمال n_i
]250-200]	5
]350-250]	15
]400-350]	20
]550-400]	25
]750-550]	30
] 800-750]	5

المطلوب: تمثيل هذه البيانات باستخدام المدرج التكراري؟

الحل:

لدينا أطوال فئات الجدول غير متساوية.

نقوم أولاً: بحساب التكرار المعدل.

لدينا القاسم المشترك الأكبر لأطوال فئات الموضحة في الجدول أدناه هو $C = 50$.

ومنه اعتماداً على الصيغة التالية نجد:

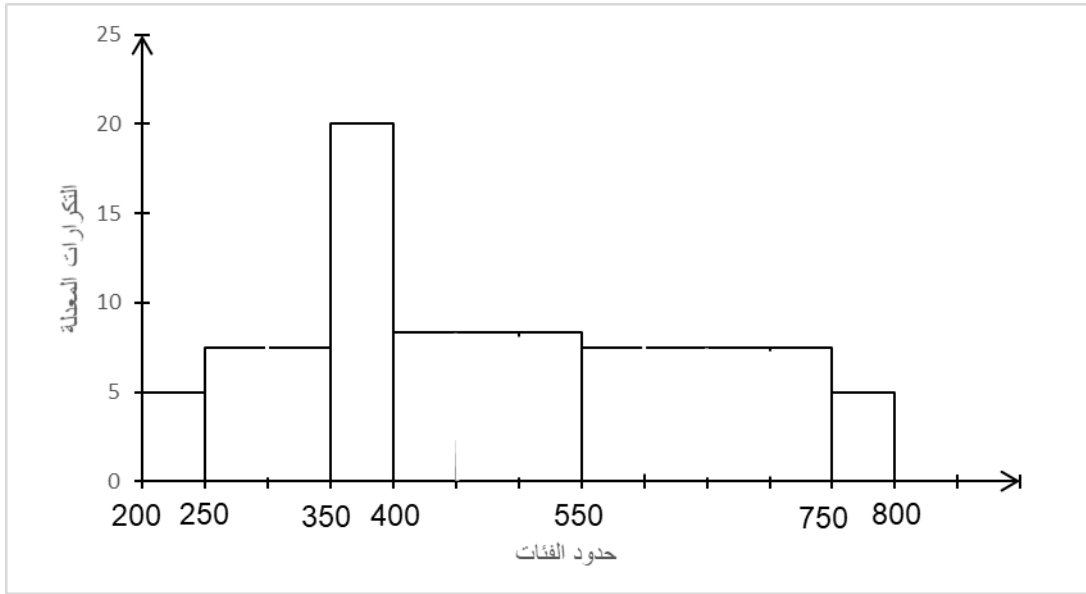
$$n_i = \frac{n_i}{\frac{C_i}{C}}$$

الأجر اليومي (دج)	عدد العمال n_i	C_i	$\frac{C_i}{C}$	n_i
]250-200]	5	50	1	5
]350-250]	15	100	2	7,5
]400-350]	20	50	1	20
]550-400]	25	150	3	8,33
]750-550]	30	200	4	7,5
] 800-750]	5	50	1	5

من خلال قيامنا بتصحيح التكرارات، فإننا نقسم تكرار كل فئة على عدد المرات التي تضاعف بها طول الفئة، فإذا كان طولها بالنسبة للطول المرجعي قد تضاعف مرة نقسم تكرار هذه الفئة على 2، وإذا كان يساوي 3 أضعاف نقسم طول الفئة على 3 وهكذا، ... فمثلاً في الجدول أعلاه الفئة الثانية طولها 2 مرات الطول المرجعي، ولهذا نصحح تكرار هذه الفئة فنقسمه على 2، الفئة الرابعة طولها 3 مرات الطول المرجعي، ولهذا نصحح تكرار هذه الفئة فنقسمه على 3، الفئة الخامسة طولها 4 مرات الطول المرجعي، ولهذا نصحح تكرار هذه الفئة فنقسمه على 4.

ثانياً: نقوم برسم المدرج التكراري

الشكل (2-5): تمثيل بياني بواسطة مدرج تكراري لتوزيع عينة من 100 عامل حسب الأجر اليومي

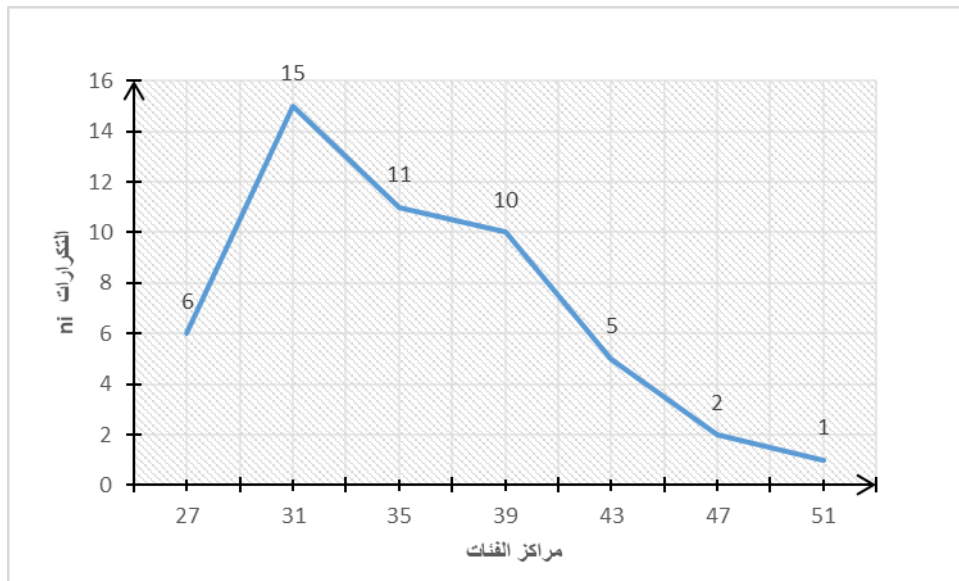


ب- المضلع التكراري:

نرسم محورين متعامدين نسجل على المحور الأفقي مراكز الفئات وعلى المحور العمودي التكرارات، وانطلاقاً من المثال السابق (2-3) الذي يمثل توزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء، يمكننا عرض التوزيع التكراري في مضلع تكراري كما يلي: (نصل بين النقاط بخطوط مستقيمة).

الشكل (2-6): تمثيل بياني بواسطة مضلع تكراري لتوزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب

في مقياس الإحصاء



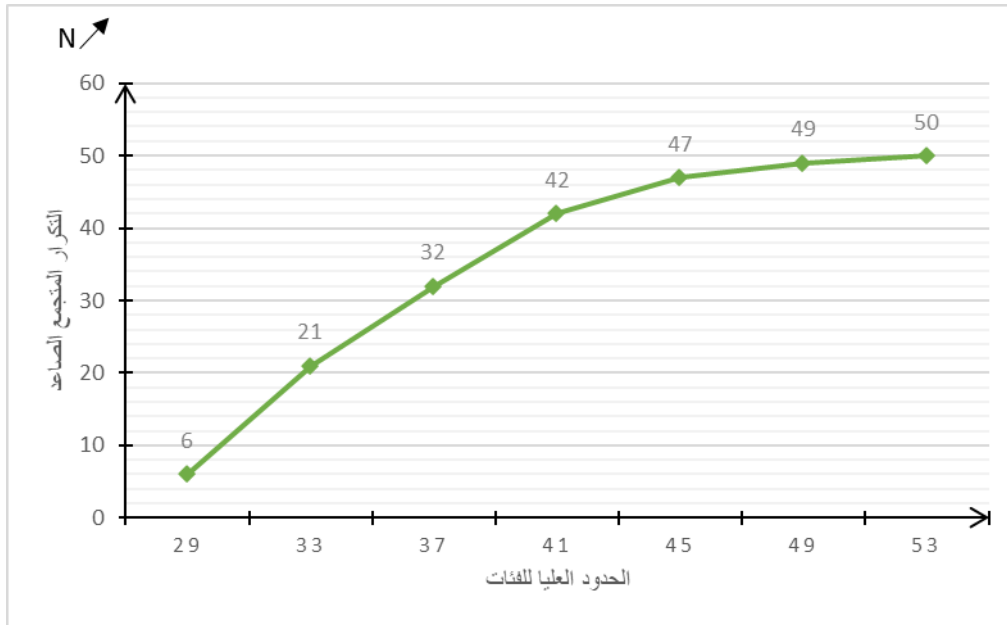
أما المنحنى التكراري، فنتبع نفس الخطوات المتبعة لرسم المضلع التكراري فقط يتم استبدال الخطوط المستقيمة الواصلة بين النقاط بخطوط ممهدة.

ملاحظة: المساحة التي تقع تحت المضلع التكراري تساوي المساحة التي تقع تحت المدرج التكراري، وحتى نحافظ على المساحة التي أسفل هذا المضلع، نفترض أن لهذا التوزيع فئات إحداها في بدايته والأخرى في نهايته، تكرار كل منهما يساوي صفر، بحيث ننطلق في رسم المضلع من مركز الفئة الافتراضية الأولى وننتهي عند مركز الفئة الافتراضية الأخيرة.

ج- منحنى التكرار التجميعي الصاعد

نسجل على المحور الأفقي الحدود العليا للفئات وعلى المحور العمودي التكرارات التجميعية الصاعدة كما هو موضح في الشكل التالي (بالرجوع إلى المثال السابق 2-3): توزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء).

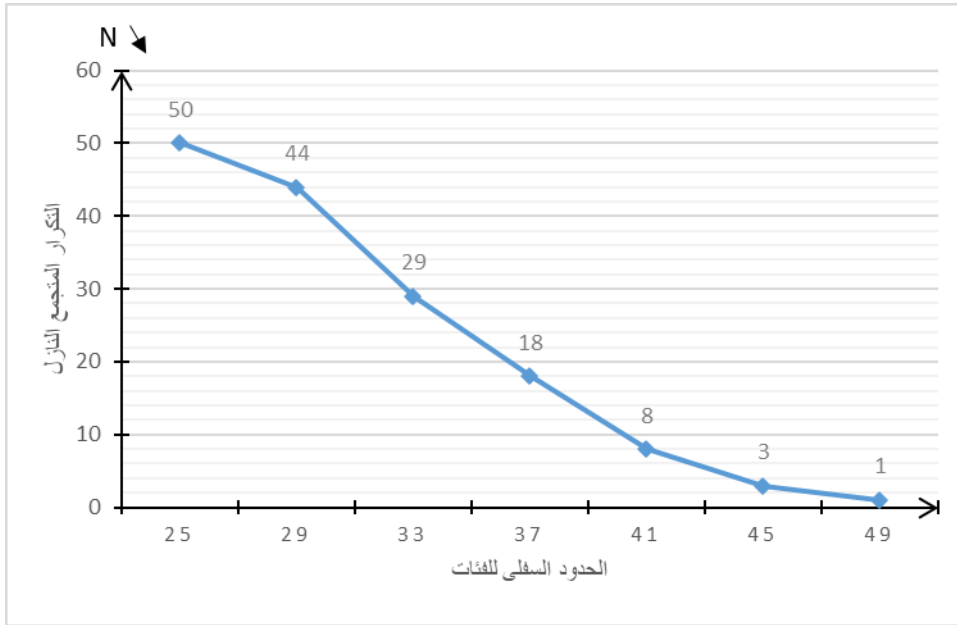
الشكل (2-7): منحنى متجمع صاعد لتوزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء



د- منحنى التكرار التجميعي النازل

نسجل على المحور الأفقي الحدود الدنيا للفئات وعلى المحور العمودي التكرارات المتجمعة النازلة، كما هو موضح في الشكل التالي. (بالرجوع إلى المثال السابق 2-3): توزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء).

الشكل (2-8): منحني متجمع نازل لتوزيع الدرجات التي حصل عليها 50 طالب في مقياس الإحصاء



2-3- العرض البياني في حالة متغير نوعي (وصفي)

أ- العرض الدائري: يعتمد هذا النوع على تقسيم الدائرة إلى أجزاء كل جزء يمثل صفة من الصفات المدروسة، يقابل زاوية مركزية تتناسب مع التكرارات المقابلة لكل خاصية (صفة) من الخصائص المدروسة.

$$\text{تكرار الخاصية} \times \frac{360^\circ}{\text{مجموع التكرارات}} \text{ أي } 360^\circ \times f_i$$

أما التمثيل البياني النصف دائري: فيعتمد على نفس أسلوب الرسم الدائري، الإختلاف يكمن في أن المساحة الكلية عبارة عن نصف دائرة، والزاوية المركزية تساوي $180^\circ \times f_i$

مثال (2-13): بالرجوع إلى المثال السابق (2-8) الذي يمثل التقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا.

- مثل هذه البيانات باستخدام الدائرة البيانية؟

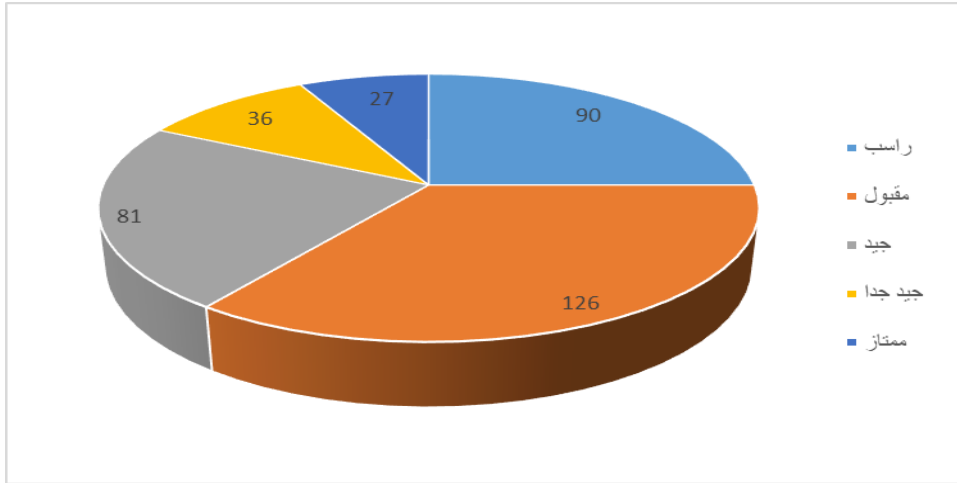
- نحسب الزاوية المركزية لكل خاصية (صفة):

التقديرات	التكرار "n _i "	الزاوية المركزية
راسب	10	90°
مقبول	14	126°
جيد	9	81°
جيد جدا	4	36°

ممتاز	3	27°
المجموع	40	360°

- نرسم الدائرة:

شكل (2-9): العرض البياني للتقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا بواسطة الدائرة.



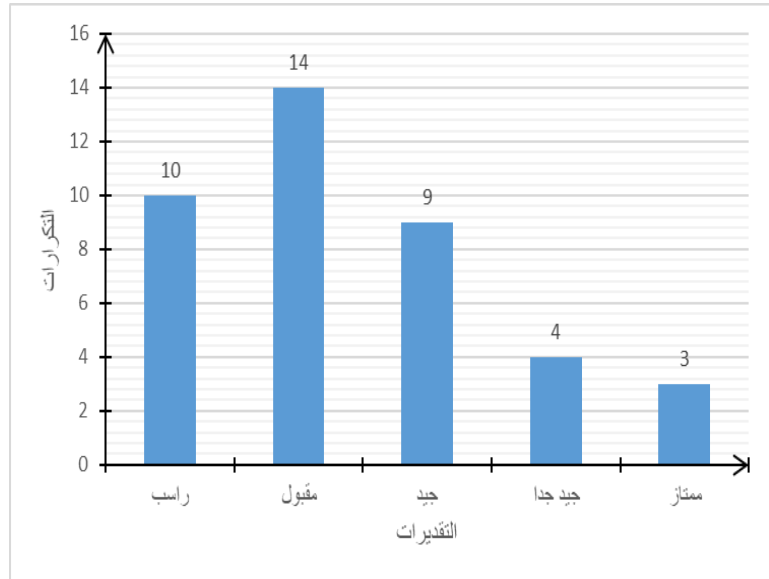
ب- **المستطيلات البيانية:** يعتمد هذا التمثيل البياني أساسا على رسم معلم، نضع فيه على المحور الأفقي الصفات المدروسة، وعلى المحور العمودي التكرارات المطلقة أو النسبية. ونرسم مستطيلا قاعدته على المحور الأفقي ممثلة بواسطة الكثافة ويتناسب طردا مع التكرارات.

مثال (2-14): بالرجوع إلى المثال السابق (2-8) الذي يمثل التقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا.

- مثل هذه البيانات باستخدام المستطيلات البيانية؟

شكل (2-10): العرض البياني للتقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا بواسطة الأعمدة.

التقديرات	التكرار " n_i "
راسب	10
مقبول	14
جيد	9
جيد جدا	4
ممتاز	3
المجموع	40



ج- العمود المجزأ: هو عبارة عن مستطيل مقسم إلى عدة أجزاء، كل جزء يقابل تكرار معين للخاصية المدروسة.

مثال (2-15): بالرجوع إلى المثال السابق (2-8) الذي يمثل التقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا.

- مثل هذه البيانات باستخدام العمود المجزأ؟

شكل (2-11): العرض البياني للتقديرات التي تحصل عليها 40 طالب في امتحان البكالوريا بواسطة العمود المجزأ.

التقديرات	التكرار " n_i "	نسبة الطلبة
راسب	10	25
مقبول	14	35
جيد	9	22,5
جيد جدا	4	10
ممتاز	3	7,5
المجموع	40	100

